



## Natjecanje timova studenata informatičara hrvatskih sveučilišta

Zagreb, Osijek, Rijeka, Pula

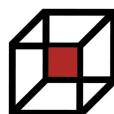
29. studenog 2020.

### Zadaci

A: ASCII Art . . . . .	1
B: Brzi Biljar . . . . .	3
F: Fenomenalni Fenjer . . . . .	4
H: Hvalevrijedan Hitac . . . . .	5
I: Izvanredna Isplata . . . . .	7
J: Jači Jovsi . . . . .	8
K: Klasična Karantena . . . . .	9



Ministarstvo  
znanosti i  
obrazovanja



HRVATSKA  
ZAJEDNICA  
TEHNIČKE  
KULTURE



## Zadatak A: ASCII Art

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Gospodin Malnar strastveni je zaljubljenik u umjetnost i urbanu kulturu grada Zagreba, stoga ne čudi što je iz godine u godinu stalan gost manifestacije *Art Park* koja se ove godine održala u parku Ribnjak. Zanimljivo da je upravo tamo dobio inspiraciju za ovaj zadatak. Naime, razledavajući remek-djela izložbe “*Kauboji, pištolji i feminizam*”, upoznao je jednu mladu djevojku.

**Gospodin Malnar:** Primjećuješ li kako suvremeni umjetnici vrlo rijetko posežu za *ASCII art* tehnikom.

**Djevojka:** Moram priznati da nisam upoznata s tom tehnikom. O čemu se točno radi?

**Gospodin Malnar:** To je tehnika pomoću koje umjetnici prikazuju vrlo kompleksne slike koristeći 128 znakova definiranih ASCII standardom. Ako želiš, pokazat ću ti neke svoje uratke, a usput bih te mogao počastiti i sokom od hmelja.

**Djevojka:** Zvuči zanimljivo, može!

U ravnini je istaknuto  $n$  cjelobrojnih točaka, a vaš je zadatak nacrtati ih u koordinatnom sustavu koristeći *ASCII art* tehniku.

Svaku od istaknutih točaka na slici je potrebno predstaviti znakom ‘x’ (ASCII 120). Ako se među istaknutim točkama ne nalazi ishodište koordinatnog sustava, tada ga je potrebno predstaviti znakom ‘o’ (ASCII 111). Također je posebnim znakovima potrebno predstaviti dijelove koordinatnih osi na kojima se ne nalaze istaknute točke. Preciznije, znakom ‘-’ (ASCII 45) potrebno je predstaviti takve dijelove  $x$ -osi, a znakom ‘|’ (ASCII 124) potrebno je predstaviti takve dijelove  $y$ -osi. Preostale dijelove ravnine na kojima se ne nalazi niti jedna istaknuta točka, ishodište ili koordinatna os, potrebno je predstaviti znakom praznine ‘ ’ (ASCII 32).

Dodatno, cijelu je sliku potrebno smjestiti u pravokutni okvir **najmanje moguće površine** čiji rub na slici treba biti označen znakovima ‘#’ (ASCII 35). Dakako, unutar okvira moraju se nalaziti sve istaknute točke zajedno s ishodištem.

Primijetite da navedeni zahtjevi jednoznačno određuju izgled slike.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 5\,000$ ) iz teksta zadatka.

U  $i$ -tom od sljedećih  $n$  redaka nalaze se po dva cijela broja  $x_i$  i  $y_i$  ( $-500 \leq x_i, y_i \leq 500$ ) koji predstavljaju koordinate  $i$ -te istaknute točke. Svaka će se točka u ulazu pojaviti najviše jednom.

### Izlazni podaci

Potrebno je ispisati *ASCII art* sliku koordinatnog sustava s istaknutim točkama kako je opisano u tekstu zadatka.



## Probni primjeri

ulaz

```
2
1 1
-3 -1
```

izlaz

```
#####
#   |x#
#---o-#
#x   | #
#####
```

ulaz

```
6
-5 0
-3 0
-1 0
1 0
3 0
5 0
```

izlaz

```
#####
#x-x-xox-x-x#
#####
```

ulaz

```
20
-1 1
-1 2
-1 3
-2 2
-2 4
-3 2
-3 4
-4 1
-4 2
-4 3
1 -1
1 -2
1 -3
1 -4
2 -1
2 -4
3 -1
3 -4
4 -1
4 -4
```

izlaz

```
#####
# xx |   #
#x  x|   #
#xxxx|   #
#x  x|   #
#---o---#
#   |xxxx#
#   |x   #
#   |x   #
#   |xxxx#
#####
```



## Zadatak B: Brzi Biljar

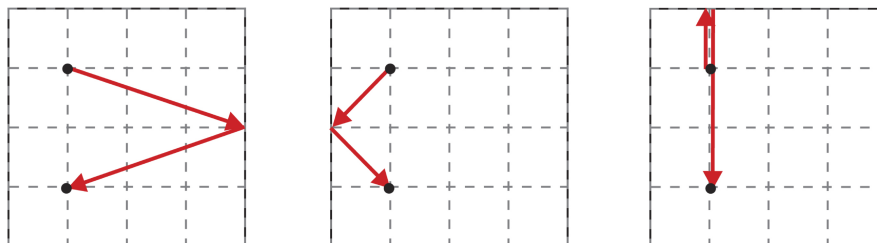
Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Biljarski stol kvadratnog oblika nalazi se u koordinatnoj ravnini, a njegovi vrhovi imaju koordinate  $(L, L)$ ,  $(L, -L)$ ,  $(-L, L)$  i  $(-L, -L)$ . Trenutno se na stolu u točki  $(x_1, y_1)$  nalazi i miruje biljarska kugla, dok se u točki  $(x_2, y_2)$  nalazi rupa. Za kuglu i rupu vrijedi da nisu na rubu stola te da se nalaze na različitim pozicijama.

Udarimo li kuglu, ona će se početi kretati pravocrtno. Ako dođe do ruba stola, odbija se tako da je kut upada jednak kutu refleksije te se nastavlja kretati pravocrtno. Staje tek kada se nađe u jednom od četiriju vrhova stola ili u rupi.

Koristeći svoju veliku snagu, gospodin Malnar je jednom prilikom toliko jako udario kuglu da nitko osim njega nije uspio vidjeti putanju kugle. Jedino znano je da je kugla završila u rupi, a preživjeli svjedoci dodatno tvrde da su pomoću frekvencije zvuka nastalog zbog brzog udaranja kugle mogli zaključiti da se kugla tijekom svoje putanje od ruba stola odbila najviše  $n$  puta.



Slika prikazuje sve moguće putanje za prvi probni primjer kada je  $k = 1$ .

Analitičare zanima na koje se sve načine kugla mogla kretati. Odredite, za svaki cijeli broj  $0 \leq k \leq n$ , koliko postoji različitih putanja kugle na kojima se ona od ruba stola odbila točno  $k$  puta. Moguće je dokazati da su svi odgovori konačni brojevi koji stanu u 32-bitni tip podatka.

### Ulazni podaci

U prvom su retku brojevi  $L$  ( $2 \leq L \leq 1\,000\,000$ ) i  $n$  ( $1 \leq n \leq 500$ ) iz teksta zadatka.

U drugom su retku cijeli brojevi  $x_1, y_1, x_2, y_2$  ( $-L < x_1, y_1, x_2, y_2 < L$ ) iz teksta zadatka. Vrijedi da  $(x_1, y_1) \neq (x_2, y_2)$ .

### Izlazni podaci

Ispišite  $n + 1$  brojeva odvojenih razmakom koji redom, od  $k = 0$  do  $k = n$ , predstavljaju broj različitih putanja kugle uz točno  $k$  odbijanja.

### Probni primjeri

ulaz

2 1  
-1 1 -1 -1

izlaz

1 3

ulaz

4 3  
0 0 1 1

izlaz

1 4 6 12



## Zadatak F: Fenomenalni Fenjer

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

U malenom mjestasu *Cugovec Biškupečki* živi  $n$  stanovnika, svaki u svojoj kući. Nažalost, u taj dio Lijepe Naše još nije stigao super brzi internet, a glavni razlog tome je što niti jedno kućanstvo nije opskrbljeno električnom energijom. Shodno tome, stanovnici Cugovca Biškupečkog slobodno vrijeme ne provode rješavajući algoritamske zadatke na popularnim internetskim stranicama, već samo smišljaju algoritme koristeći papir i olovku. Dakako, najteže im pada zimsko razdoblje kada brzo padne mrak pa moraju rješavati zadatke u glavi jer više ne vide što su zapisali na papir.

Međutim, ove su zime odlučili stati na kraj svom problemu. Jedan je stanovnik uskliknuo da posjeduje svijeću, ali ju ne može upaliti. Drugi mu stanovnik odvrati da posjeduje upaljač, treći se pak javi da posjeduje fenjer, a četvrti je baš jutros pronašao dugačak štap. Fenomenalni plan je ubrzo skovan, kada padne mrak upaljenu će svijeću staviti u fenjer kojeg će namontirati na štap koji će pak biti zabijen u zemlju. Ostalo je još samo odrediti lokaciju na kojoj će postaviti štap.

Koristeći metode matematike i računanja, stanovnici su zaključili da će fenjer obasjavati kružnu površinu radijusa  $r$ . Također su se zajednički dogovorili da će štap postaviti na neko mjesto duž ulice koja prolazi Cugovcem Biškupečkim, i to tako da svjetlost obasjava maksimalan broj kuća. Dakako, problem su zatim smjestili u koordinatni sustav gdje su ulicu plegli na x-os te odredili koordinate svake kuće.

Možete li odrediti koliko će kuća biti osvijetljeno nakon što stanovnici postave fenjer?

**Napomena:** Kuća je obasjana ako se nalazi na rubu ili unutar kružnice radijusa  $r$  u čijem središtu se nalazi fenjer. Optimalna pozicija fenjera ne nalazi se nužno na cijelobrojnim koordinatama.

### Ulazni podaci

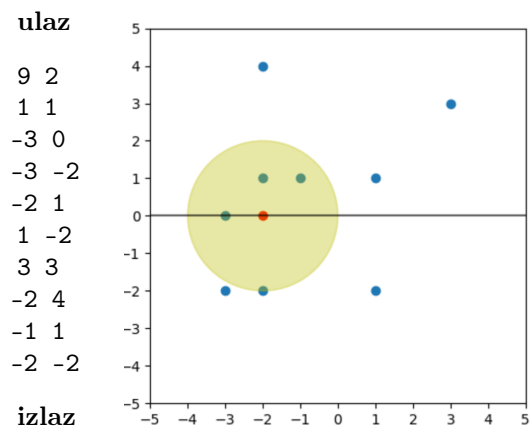
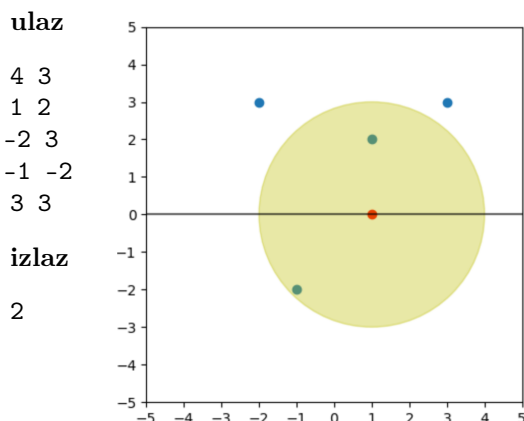
U prvom su retku prirodni brojevi  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ) i  $r$  ( $1 \leq r \leq 10^9$ ) iz teksta zadatka.

U  $i$ -tom od sljedećih  $n$  redaka nalaze se po dva cijela broja  $x_i$  i  $y_i$  ( $0 \leq |x_i|, |y_i| \leq 10^9$ ) koji predstavljaju koordinate kuće u kojoj živi  $i$ -ti stanovnik. Pozicije svih kuća međusobno su različite.

### Izlazni podaci

U jedini redak ispišite traženi broj iz teksta zadatka.

### Probni primjeri





## Zadatak H: Hvalevrijedan Hitac

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Ovogodišnju Noć vještica nećemo pamtiti po impresivno izrezbarenim bundevama ili razuzdanim tulumima. Nažalost, pamtit ćemo je po odlasku Seana Connerya, poznatog škotskog glumca koji je prvi utjelovio lik Jamesa Bonda. Dakako, ova je vijest odjeknula svijetom te su se mnoge slavne osobe od ovog velikana oprostile putem društvenih mreža. Tako je Pierce Brosnan izjavio da je za njega Sean Connery najbolji James Bond, a Josip Manolić se pomalo našalio rekavši da mu je najteže kada kolege špijuni odlaze mladi. Zanimljivo, gospodin Malnar nije se oglašio na svom facebook profilu, već je je istog trena posegnuo za videokasetom svog najdražeg filma. Dakako, radi se o filmu *Nedodirljivi* iz 1987. u kojem lik Seana Connerya izgovara poznatu rečenicu – “*Never bring a knife to a gunfight.*”

Gospodin Malnar je zbog svojih vještina bacanja noževa oduvijek bio sumnjičav prema toj tvrdnji te je odlučio provjeriti njenu istinitost postavivši mete na stablo koje mu se nalazi u dvorištu. Brzo je odredio da se stablo sastoji od  $n$  čvorova te je u svaki čvor stabla odlučio postaviti jednu metu. Mete je izradio sam, bile su kružnog oblika te je jedna strana mete bila obojena u zelenu, a druga u crvenu boju. Nakon što je postavio mete u čvorove stabla, krenuo ih je gađati noževima.

Ubrzo je primijetio da je nepogrešiv, odnosno, savršenom će preciznošću pogoditi upravo onu metu koju je gađao. Dodatno, zbog siline hitca ta će meta biti **potpuno uništena**, a mete koje se nalaze na susjednim čvorovima toj meti će se zaokrenuti te, iz perspektive gospodina Malnara, promijeniti boju. Oduševljen ovom činjenicom, gospodin Malnar osmislio je sljedeću igru:

- Na početku igre u svakom se čvoru stabla nalazi meta.
- Gospodin Malnar jednim hitcem smije pogoditi neku od meta koje su, iz njegove perspektive, obojene zelenom bojom. Sukladno prethodnom odlomku, pogođena meta će biti uništena, a njoj susjedne mete će promijeniti boju.
- Cilj igre je uništiti sve mete koje se nalaze na stablu.

Vaš je zadatak odrediti može li gospodin Malnar pobijediti u ovoj igri te, ako može, kojim redom treba gađati mete kako bi mu to pošlo za rukom.

**Napomena:** Dvije su mete susjedne ako se nalaze u čvorovima koji su direktno spojeni bridom.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 200\,000$ ) iz teksta zadatka.

U drugom je retku  $n$  brojeva odvojenih razmacima koji predstavljaju boje meta koje se nalaze u čvorovima stabla. Preciznije,  $i$ -ti broj u drugom retku je 1 ako gospodin Malnar u  $i$ -tom čvoru vidi metu zelene boje, odnosno 0 ako u tom čvoru vidi metu crvene boje.

U sljedećih se  $n - 1$  redaka nalaze po dva prirodna broja  $a$  i  $b$  ( $1 \leq a, b \leq n$ ) koji predstavljaju brid između čvorova  $a$  i  $b$ . Bridovi su takvi da čine stablo, jednostavan povezan graf bez ciklusa.

### Izlazni podaci

U prvi redak ispišite riječ **POBJEDA** ako gospodin Malnar može pobijediti u igri, odnosno **PORAZ** ako to ne može.

U slučaju da je pobjeda moguća, u drugom je retku potrebno ispisati  $n$  prirodnih brojeva koji redom označavaju hitce gospodina Malnara. Odnosno,  $i$ -ti ispisani broj treba predstavljati oznaku čvora u kojem se nalazi meta koju će gospodin Malnar uništiti  $i$ -tim hitcem.



## Probni primjeri

**ulaz**

5  
0 1 0 1 1  
1 2  
2 3  
3 4  
4 5

**izlaz**

POBJEDA  
2 1 3 5 4

**ulaz**

4  
1 1 1 1  
1 2  
1 3  
3 4

**izlaz**

PORAZ

**ulaz**

9  
0 1 1 1 0 1 0 1 0  
1 2  
1 3  
1 4  
3 5  
3 6  
4 7  
5 8  
5 9

**izlaz**

POBJEDA  
4 2 8 6 7 5 9 3 1



## Zadatak I: Izvanredna Isplata

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Međunarodne olimpijade nisu prilika samo natjecateljima da pokažu svoje znanje, već i gospodinu Malnaru koji željno iščekuje isprobati specijalitete u novoj državi. Kako bi bio spreman na plaćanje skupocjenih večera, odlučio je prije puta pretvoriti dio novca u valutu nadolazeće države.

U su toj državi svi iznosi prirodni brojevi te postoji  $n$  različitih vrijednosti kovanica  $c_1 < c_2 < \dots < c_n$  koje se koriste za isplaćivanje iznosa. Novčanik gospodina Malnara možemo zamisliti kao beskonačan izvor novaca, gdje on na raspolaganju ima proizvoljno mnogo kovanica svake vrijednosti. Kako bi isplatio iznos, gospodin Malnar izabrat će neki broj kovanica koje u zbroju daju **točan iznos**. Dodatno vrijedi  $c_1 = 1$ , što osigurava da je svaki iznos moguće isplatiti.

Gospodin Malnar se ne zamara previše s izborom kovanica pa koristi sljedeći pohlepni algoritam za isplaćivanje nekog iznosa – bira najveću kovanicu koja ne prelazi iznos koji je potrebno isplatiti, a za preostali dio iznosa ponavlja ovaj postupak sve dok ga ne isplati do kraja. Budući da gospodin Malnar ne voli osjećaj prljavog novca u rukama, njemu bi bilo idealno kada bi svaki mogući iznos njegov pohlepni algoritam isplatio koristeći minimalan broj kovanica. Takav sustav kovanica gospodin Malnar smatra *izvanrednim*.

Gospodin Malnar je zasad bio u  $t$  država i za svaku od njih poznaje tamošnji sustav kovanica. Ispišite za svaku državu "DA" ili "NE" ovisno o tome je li sustav kovanica u toj državi izvanredan.

### Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj  $t$  ( $1 \leq t \leq 100$ ) iz teksta zadatka.

Slijedi  $t$  opisa država pri čemu je svaka država opisana s dva retka. U prvom je prirodan broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 10\,000$ ), a u drugom su prirodni brojevi  $1 = c_1 < c_2 < \dots < c_n \leq 10\,000$  iz teksta zadatka. Zbroj svih vrijednosti  $n$  po svim državama **ne prelazi** 10 000.

### Izlazni podaci

Ispišite  $t$  redaka, za svaku državu odgovor na pitanje je li sustav kovanica izvanredan.

### Probni primjer

ulaz

```
3
3
1 2 5
4
1 3 8 13
4
1 3 4 10
```

izlaz

```
DA
DA
NE
```

**Pojašnjenje probnog primjera:** u trećoj državi iznos 6 moguće je isplatiti koristeći dvije kovanice ( $6 = 3 + 3$ ), no pohlepni algoritam koristi tri kovanice ( $6 = 4 + 1 + 1$ ).





## Zadatak J: Jači Jovsi

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Jovsi je i dalje jak dječak. Od malena je volio strojnice pa je ih je često volio imitirati, samo iz nekog razloga nije vikao *trtrtrt* ili *bambambam*, nego *acacacacac*.

Gospodin Malnar nije impresioniran Jovsijevom snagom te ga isključivo zanima njegova sposobnost rješavanja zadataka. Tako mu je jednog dana poklonio štap na kojemu je od lijevog do desnog kraja ispisano  $n$  slova. Gospodin Malnar smatra da su simetrični štapovi jako lijepi, zato ga posebno zanimaju palindromski parovi. To su uređeni parovi prirodnih brojeva  $(l, r)$ , gdje  $1 \leq l \leq r \leq n$ , takvi da je riječ dobivena gledajući samo slova od  $l$ -te do  $r$ -te pozicije palindrom. Podsjetimo se da je palindrom riječ koja se čita jednako slijeva nadesno kao i zdesna nalijevo.

Gospodin Malnar je zatim odlučio Jovsiju zadati izazov. Izazov se sastoji od prirodnog broja  $k$  te niza od  $k$  palindromskih parova  $(l_i, r_i)$  za koje vrijedi  $l_1 < l_2 < \dots < l_k$  te  $r_1 > r_2 > \dots > r_k$ .

Jovsi mora biti spreman na svaku situaciju pa ga zanima koliko postoji različitih izazova koje može dobiti od gospodina Malnara. Pomozite Jovsiju i ispišite koliko postoji različitih izazova, modulo 998244353.

### Ulazni podaci

U jedinom je retku riječ koja se sastoji od malih slova engleske abecede, a predstavlja niz slova ispisanih na štapu gospodina Malnara. Riječ će se sastojati od najviše milijun znakova.

### Izlazni podaci

U jedinom retku potrebno je ispisati ostatak pri dijeljenju broja različitih izazova s 998244353.

### Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
anadanaokoabanana	acacacacac	ananas
izlaz	izlaz	izlaz
65	242	18



## Zadatak K: Klasična Karantena

Vremensko ograničenje: 1 s

Memorijsko ograničenje: 512 MiB

Uslijed globalne pandemije *COVID-19*, nacionalni je stožer civilne zaštite donio novi niz smjernica i uputa s ciljem prevencije daljnjeg širenja zaraze među populacijom. Jedna od smjernica odnosi se na obavezno nošenje zaštitnih maski u svim ugostiteljskim objektima, što uključuje i gostionice, odnosno birtije.

Na vratima jedne lokalne birtije odmah je osvanuo natpis **OBAVEZNO NOŠENJE MASKI!!!**. Međutim, budući da se radi samo o smjernicama, vlasnici birtije ne mogu natjerati svoje posjetitelje da nose maske. Primijetili su da se u birtiji trenutno nalazi  $a$  ljudi koji nose maske i  $b$  ljudi koji ne nose maske, te im je također poznato da će tijekom večeri u birtiju doći još  $n$  ljudi. Duboko razumijevanje ljudske prirode uz dobro poznavanje vlastitih mušterija omogućilo je vlasnicima da s nevjerojatnom prezinošću zaključie kako će  $i$ -ti novopridošli gost staviti masku ako i samo ako je birtija prije njegovog ulaska prazna ili se u birtiji nalazi barem  $p_i\%$  ljudi koji nose maske.

Nažalost, vlasnici birtije ne znaju kojim će redoslijedom gosti dolaziti u birtiju, ali znaju da nitko neće otići. Stoga ih zanima koji je najmanji, a koji najveći broj ljudi koji će u birtiji nositi maske nakon što uđe svih  $n$  gostiju.

### Ulazni podaci

U prvom se retku nalaze dva cijela broja  $a$  i  $b$  ( $0 \leq a, b \leq 10^9$ ) iz teksta zadatka.

U drugom se retku nalazi prirodan broj  $n$  ( $1 \leq n \leq 500\,000$ ) iz teksta zadatka.

U  $i$ -tom od sljedećih  $n$  redaka nalazi se realan broj  $p_i$  ( $0 \leq p_i \leq 100$ ) iz teksta zadatka. Svaki od brojeva  $p_i$  bit će zapisan na dvije decimale te će slijediti znak '%' (ASCII 37).

### Izlazni podaci

U jednom se retku potrebno ispisati dva cijela broja koji redom označavaju najmanji i najveći broj ljudi koji će u birtiji nositi maske nakon što uđe svih  $n$  gostiju.

### Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
5 5	4 6	11 19
1	2	6
51.05%	0.00%	96.47%
izlaz	45.00%	30.66%
	izlaz	77.61%
5 5	5 6	26.20%
		36.54%
		60.57%
		izlaz
		13 14