FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Tarea 1

EL7051 Control Predictivo

Profesor de Cátedra: Diego Muñoz Carpintero

Profesores Auxiliares: Óscar Cartagena y Manuel Nova

Fecha de entrega: Viernes 16 de Octubre

Entregar informe y códigos (listos para correr Pregunta 2) mediante u-cursos.

Considere el sistema dinámico descrito por

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0.2 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k,$$

sujeto a las restricciones

$$\begin{aligned} &0 \le x^{(1)} \le 5 \\ &0 \le x^{(2)} \le 5 \\ &0 \le x^{(3)} \le 5 \\ &-1.5 \le u \le 1.5 \\ &-0.5 \le \Delta u \le 0.5 \end{aligned}$$

El objetivo de esta Tarea es diseñar un controlador predictivo que lleve el estado a la referencia dada por el par de equilibrio $x^{eq} = (2.5, 2.5, 0)^T$, $u^{eq} = 0.5$, y que satisfaga las restricciones definidas arriba sobre el estado y la acción de control.

Pregunta 1 (3 ptos)

Implemente en Matlab (o el lenguaje de programación de su preferencia) un controlador predictivo asociado con la optimización:

$$\min_{\vec{x}_k, \vec{u}_k} \begin{array}{l} (x_{k+N|k} - x_{eq})^T P (x_{k+N|k} - x_{eq}) + \sum_{j=0}^{N-1} (x_{k+j|k} - x_{eq})^T Q (x_{k+j|k} - x_{eq}) + \\ \sum_{j=0}^{N-1} (u_{k+j|k} - u_{eq})^T R_1 (u_{k+j|k} - u_{eq}) + \Delta u_{k+j|k}^T R_2 \Delta u_{k+j|k} \end{array}$$

$$\textit{sujeto a} \quad \begin{aligned} &x_{k|k} = x_k \\ &x_{k+j+1|k} = A x_{k+j|k} + B u_{k+j|k}, \quad j = 0, \dots, N-1 \\ &x_{\min} \le x_{k+j|k} \le x_{\max}, \quad j = 0, \dots, N-1 \\ &u_{\min} \le x_{k+j|k} \le u_{\max}, \quad j = 0, \dots, N-1 \\ &\Delta u_{\max} \le \Delta u_{k+j|k} \le \Delta u_{\max}, \quad j = 0, \dots, N-1 \\ &H x_{k+N|k} \le h \end{aligned} \quad .$$

FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

donde $N = 7,\ \Delta u_{\max} = 0.5,\ R_1 = 0.1,\ R_2 = 0.1\ \ P = \begin{bmatrix} 1.0585 & 0 & 0.0151 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.0151 & 0 & 0.0052 \end{bmatrix},\ Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ y

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ h = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix} + Hx_{eq}\ .$$

Muestre el código donde: (i) construye las matrices y la función de costo a incluir en el problema de optimización (no utilice toolbox alguno de MPC) y (ii) implementa el loop de control predictivo, especificando claramente donde se determina la acción de control a aplicar al sistema.

Aclaración: la restricción terminal corresponde a imponer $|x^{(i)} - x_{eq}^{(i)}| \leq 0.2$.

Pregunta 2 (1.5 ptos)

Grafique las predicciones del estado y de la acción de control para la solución obtenida con la condición inicial $x_0 = (0, 0, 0.5)$. ¿Qué restricciones están activas? Discuta.

Grafique la evolución en el tiempo del estado y de la acción de control **en lazo cerrado** para la condición inicial $x_0 = (0, 0, 0.5)$. ¿Qué restricciones están activas? Discuta. Considere una duración de la simulación lo suficientemente larga para saber con certeza que el sistema se ha estabilizado.

Pregunta 3 (1.5 ptos)

Para esta pregunta utilice sólo códigos implementados para un *N* genérico. Si no mostró estos códigos en la Pregunta 1, muéstrelos aquí, con el mismo criterio de aquella pregunta. Para la condición inicial $x_0 = (0, 0, 0.5)$ determine cuál es el menor *N* de modo que la optimización sea factible. ¿Por qué un mayor *N* ayuda a esto?

Hint: verifique la factibilidad de la optimización con el output que entregue el solver.