

# Variáveis aleatórias discretas

Wagner H. Bonat  
Elias T. Krainski  
Fernando P. Mayer

Universidade Federal do Paraná  
Departamento de Estatística  
Laboratório de Estatística e Geoinformação

14/03/2018



# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Variáveis aleatórias

Em probabilidade, uma função  $X$  que associa a cada evento do espaço amostral um número real  $X(\omega) \in \mathbb{R}$ , é denominada uma **variável aleatória** (VA).

Uma variável aleatória pode ser classificada como **discreta** ou **contínua**, dependendo do domínio dos valores de  $X$ .

Exemplo: o número de alunos em uma sala é uma variável aleatória (discreta), denotada por  $X$  (maiúsculo). Uma observação dessa variável é denotada pela respectiva letra minúscula, e.g.,  $x = 50$  alunos.

Em geral, denotamos a probabilidade de uma V.A.  $X$  assumir determinado valor  $x$  como

$$P[X] \quad \text{ou} \quad P[X = x]$$

# Variáveis aleatórias

Dada a realização de um experimento aleatório qualquer, com um certo espaço de probabilidade, desejamos estudar a **estrutura probabilística** de quantidades associadas à esse experimento.

Note que antes da realização de um experimento, **não sabemos seu resultado**, entretanto seu espaço de probabilidade pode ser previamente estabelecido.

Dessa forma, podemos atribuir probabilidades aos *eventos* desse espaço amostral, dando origem ao conceito de **variável aleatória**.

# Distribuições de probabilidade

Existem diversos modelos probabilísticos que procuram descrever vários tipos de variáveis aleatórias: são as **distribuições de probabilidade de variáveis aleatórias** (discretas ou contínuas).

A distribuição de probabilidades de uma V.A.  $X$  é, portanto, uma descrição das probabilidades associadas com os possíveis valores de  $X$ . Os valores que  $X$  assume determinam o **suporte** ( $S$ ) da V.A.

- **Variáveis discretas** → suporte em um conjunto de valores enumeráveis (finitos ou infinitos)
- **Variáveis contínuas** → suporte em um conjunto não enumerável de valores

# Variáveis aleatórias discretas

# Definições

- Variável aleatória (va) discreta: Assume valores num conjunto enumerável, com certa probabilidade.
- Variável aleatória contínua: Assume valores em qualquer intervalo real, o que caracteriza um conjunto não enumerável.
- Definição 3.1 - Função discreta de probabilidade (fp)

$$P(X = x_i) = p(x_i) = p_i, \quad i = 1, 2, \dots$$

- Uma função discreta de probabilidade deve satisfazer

$$0 \leq p_i \leq 1 \quad \text{e} \quad \sum_i p_i = 1.$$

- Definição 3.2 - Função acumulada de probabilidade

$$F(x) = P(X \leq x).$$

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7



# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1**
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2**
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3**
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4**
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5**
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6**
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6**
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos**
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7



# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto**
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7



# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7

# Sumário

- 1 Introdução
  - Variáveis aleatórias
- 2 Exemplos - função de probabilidade
- 3 Exemplo 3.1
- 4 Exemplo 3.2
- 5 Exemplo 3.3
- 6 Exemplo 3.4
- 7 Exemplo 3.5
- 8 Exemplo 3.6
- 9 Exemplo 3.6
- 10 Principais modelos discretos
- 11 Modelo Uniforme Discreto
- 12 Exemplo 3.7