

# Medidas resumo

Wagner H. Bonat  
Elias T. Krainski  
Fernando P. Mayer

Universidade Federal do Paraná  
Departamento de Estatística  
Laboratório de Estatística e Geoinformação

23/03/2018



# Sumário

- 1 Medidas resumo
- 2 Medidas de posição para va
- 3 Exercícios recomendados

# Medidas de posição para um conjunto de dados

Média:

$$\bar{x}_{obs} = \frac{x_1 + x_2, \dots, x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

$$\bar{x}_{obs} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n}.$$

- Mediana ( $md_{obs}$ ): Valor que ocupa a posição central dos dados ordenados.
- Moda ( $mo_{obs}$ ): valor mais frequente.

## Exemplo 4.1

- Suponha que parafusos a serem utilizados em tomadas elétricas são embalados em caixas rotuladas como contendo 100 unidades. Em uma construção, 10 caixas de um lote tiveram o número de parafusos contados, fornecendo os valores 98, 102, 100, 100, 99, 97, 96, 95, 99 e 100. Calcular média, mediana e moda.
- $\bar{x}_{obs} = 98.6$ .
- $md_{obs} = 99$ .
- $mo_{obs} = 100$ .

## Exemplo 4.2

- Nas caixas de parafusos do Exemplo 4.1, vamos admitir um custo de  $c$  por parafuso e de  $e$  pela embalagem da caixa. Desejamos calcular as medidas de posição do custo total ( $T$ ), definido como a soma dos custos dos parafusos e da embalagem.

## Exemplo 4.3

- Foram coletadas 150 observações da variável  $X$ , representando o número de vestibulares FUVEST (um por ano) que um mesmo estudante prestou. Assim, foi observado que 75 estudantes prestaram vestibular FUVEST, uma única vez, e assim por diante. Os dados estão na tabela abaixo:

$X$	$n_i$
1	75
2	47
3	21
4	7

- Suponha ainda que o interesse é estudar o gasto dos alunos associado com as despesas do vestibular. Para simplificar, suponha que se atribui para cada aluno, uma despesa fixa de 1300,00 relativa a preparação e mais 50 para cada vestibular prestado. Calcule as medidas de posição

## Exemplo 4.4

- Um estudante está procurando um estágio para o próximo ano. As companhias A e B têm programas de estágios e oferecem uma remuneração por 20 horas semanais com as seguintes características.

Companhia	A	B
média	2.5	2.0
mediana	1.7	1.9
moda	1.5	1.9

- Qual companhia você escolheria?

# Sumário

- 1 Medidas resumo
- 2 Medidas de posição para va
- 3 Exercícios recomendados



# Medidas de posição para va

- Valor esperado

$$E(X) = \sum_{i=1}^k x_o p_i.$$

- Mediana

$$P(X \geq Md) \geq 1/2 \quad \text{e} \quad P(X \leq Md) \leq 1/2.$$

- Moda

$$P(X = mo) = \max(p_1, p_2, \dots, p_k).$$

## Exemplo 4.5

- Considere a va  $X$  com a seguinte função discreta de probabilidade:

$X$	-5	10	15	20
$p_i$	0.3	0.2	0.4	0.1

- Calcule as medidas de tendência central.

## Exemplo 4.6

- Considere uma va  $X$  com função de probabilidade dada por

$X$	2	5	8	15	20
$p_i$	0.1	0.3	0.2	0.2	0.2

- Calcule as medidas de posição para a va  $Y = 5X - 10$ .
- Veja resumo na Tabela 4.1 pg. 100.

# Amplitude de uma variável em um conjunto de dados

- Amplitude: diferença entre o maior e menor valor do conjunto de dados.
- Exemplo 4.7: Numa classe com 12 alunos de um curso de inglês, os alunos indicaram o número de outras línguas que tinham alguma familiaridade. Os resultados ordenados foram: 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2 e 4. Calcule as medidas de posição central e avalie algumas medidas de dispersão.
- Desvio mediano:  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - md_{obs}|$ .
- Desvio médio:  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}_{obs}|$ .

# Variância e desvio-padrão em um conjunto de dados

- Variância  $var_{obs} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{obs})^2$
- Desvio-padrão  $dp_{obs} = \sqrt{var_{obs}}$ .
- Exemplo 4.8: No Exemplo 4.1, foram fornecidas as quantidades de parafusos em 10 caixas de um lote. Calcule a variância e o desvio-padrão.

```
# [1] -0.6  3.4  1.4  1.4  0.4 -1.6 -2.6 -3.6  0.4  1.4
```

```
# [1] 40.4
```

```
# [1] 4.04
```

```
# [1] 4.04
```

```
# [1] 2.009975
```

## Exemplo 4.9

- No Exemplo 4.3, definimos a quantidade  $D$ , despesa no vestibular obtida a partir de  $X$  pela expressão  $D = 50X + 1300$  com  $X$  indicando o número de vestibulares prestados. Calcule a variância de  $D$ .
- Exemplo 4.10 tarefa de casa.

# Variância de uma va

- $Var(X) = \sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2 p_i.$
- $Var(X) = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - E^2(X).$
- Ver Tabelas resumo 4.2 e 4.3 pg. 111.

## Exemplo 4.11

- Uma pequena cirurgia dentária pode ser realizada por três métodos diferentes cujos tempos de recuperação (em dias) são modelados pelas variáveis  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ . Admita suas funções de probabilidades são dadas por

$X_1$	0	4	5	6	10
$p_i$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

$X_2$	1	5	9
$p_i$	1/3	1/3	1/3

$X_3$	4	5	6
$p_i$	0.3	0.4	0.3

- Calcule as medidas de posição central e dispersão para cada va e decida



# Exemplos

- Exemplo 4.14: Seja  $X$  com distribuição Bernoulli de parâmetro  $p$ . Calcule a esperança e a variancia de  $X$ .
- Exemplo 4.15: Seja  $X$  com distribuição Binomial parâmetros  $n$  e  $p$ . Calcule a esperança e a variancia de  $X$ .
- Ver resultados da Tabela 4.4 pg. 113.

# Sumário

- 1 Medidas resumo
- 2 Medidas de posição para va
- 3 Exercícios recomendados