

北京师范大学

博士学位论文

引力波探测中关于深度学习数据分析的研究

作者姓名: 王赫

指导教师: 曹周键 教授 北京师范大学天文系

朱建阳 教授 北京师范大学物理系

学位类别: 理学博士

学科专业: 理论物理

培养单位: 北京师范大学物理系

2020 年 6 月

Research on Data Analysis of Deep Learning
in Gravitational Wave Detection

A dissertation submitted to the
Beijing Normal University
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Doctor of Natural Science
in Theoretical Physics
By
Wang He
Supervisor: Professor Cao Zhoujian
Supervisor: Professor Zhu Jianyang

Department of Physics, Beijing Normal University

June, 2020

北京师范大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日 期：

学位论文授权使用声明

学位论文作者完全了解北京师范大学有关保留和使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属北京师范大学。学校有权保留并向国家有关部门或机构递交论文的复印件和电子版，允许学位论文被查阅和借阅；学校可以公布学位论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。保密的学位论文在解密后适用于本授权书。

学位论文作者签名：

导师签名：

日 期：

日 期：

摘要

随着 LIGO 在近些年来的观测和发展，引力波 (gravitational wave, GW) 天文学已经迎来了全新的时代。大力发展对引力波波源信号及其电磁对应体 (electromagnetic, EM) 等信使的实时探测技术，其背后的巨大发展潜力将会为基础物理研究催生出重大科学发现。无论是基于模板还是非模板搜寻的引力波信号，其振荡幅度都有着远低于引力波背景噪声的特点。所以，在更广泛意义上对引力波信号的挖掘、分类以及实现高效的波源参数估计等数据分析方法，都将会对实时的多信使天文学 (multimessenger astrophysics, MMA) 的发展有着重要的研究意义。此外，对于引力波数据中广泛存在的反常非高斯噪声实例 (glitch) 的辨别和分类，以及将其与引力波信号区分开来也是另一个具有挑战性的重要研究方向。

目前，性能最佳的引力波数据分析流水线都受限于模板匹配方法所带来的巨大计算开销，因此，很难在引力波波源信号所对应的高维参数空间内进行大范围的实时搜寻。引力波信号精确的数值模拟方法对事件波源的参数估计是至关重要的，但这也很难满足实际的探测需求，这需要覆盖更加完备的波源参数空间，如考虑偏心率和双星自旋等等。对于没有理论模板的引力波信号更是还没有足够有效且灵敏的搜寻办法。此外，对于非稳态且非高斯的引力波探测器噪声数据而言，现行的引力波探测流水线并不是理论上最佳的信号搜索方法。这意味着会有相当数量的真实引力波事件会被漏报。

本论文的研究目标就是通过深度学习 (deep learning, DL) 技术——一个基于人工神经网络 (artificial neural networks, ANN) 的机器学习 (machine learning, ML) 方法——来解决上述研究难题。我们将通过基于深度学习算法的 AI 技术，充分发挥现代硬件架构 (如 GPUs) 的优势，提升对引力波数据的信号处理和数据分析的能力，从而有望发现和理解理论预期之外的引力波信号和波源信息，进而推动实时的引力波天文学和多信使天文学的发展。本论文的主体由七章构成。第一章绪论，我们概述了引力波天文学和多信使天文学的研究现状。考虑到相关研究的深入所面临的机遇与挑战，我们总结了基于深度学习技术在解决这些研究难题上所具有的天然优势。本论文的论述结构是以第二、三章的理论作为铺垫，简明扼要地介绍本论文中所涉及相关技术的原理和方法，并且结合对这一新兴交叉科学领域的理解认识与个人心得，为我们后续的第四、五、六章的主要工作和理论引述打下坚实的论据基础。

在第二章中，我们将会概述引力波探测及其相关的数据分析理论。引力波探测是一个

多学科交叉、多领域合作的科学实验项目。总体而言，可以分为引力波波源的理论建模、引力波探测的实验设计和引力波的数据处理等三大方面。我们会较为详细地介绍与引力波数据分析密切相关的基本概念和常见的处理方法，并且会着重对匹配滤波技术的统计原理和数学细节做详细地介绍。

第三章我们将会对针对本论文所涉及的深度学习技术和机器学习方法进行详细地阐述。我们会先从一般意义上的角度对机器学习技术的优化原理以及模型性能评估方法出发，通过数据驱动对实现算法优化的过程有一个宏观的认识。再进一步地，以深度神经网络算法作为基本的模型构造，结合对神经元等结构组件的理解，直观地说明人工神经网络的基本构成和相关的深度学习方法。最后，我们着重讨论了与本论文所相关的卷积神经网络的原理细节及其中不同组件的性能特点。

本论文的第四章是我们通过构建神经网络模型在引力波信号探测和可解释性分析的初探性研究。通过构建和优化神经网络模型，我们实现了对引力波信号的识别。卷积神经网络作为一种黑箱的机器学习模型，我们将通过可视化的方法来了解其结构内部是如何从噪声中辨识出引力波波形信号的。最后，通过研究引力波数据中不同波形在时域上的分布差异以及对引力波信号识别效果的影响，将有助于为研究者在生成训练数据集和优化网络模型时，提供一个具有一定可解释性和指导意义的神经网络模型训练策略。

在第五章中，基于模拟的 LIGO 探测器背景噪声环境下，我们探讨了不同研究文献中关于信噪比定义的差异和影响，并且从深度神经网络泛化性能的角度，对采取不同信噪比构造的数据分布差异进行了对比研究。随后，我们针对卷积神经网络的超参数结构进行优化和微调，通过与其他研究者所提出的网络结构进行对比，我们提出了一种更简单且性能更优异的改进版卷积神经网络模型。

第六章，我们讨论真实的 LIGO 引力波数据上的信号探测方法。目前，绝大多数深度学习技术的研究都在模拟噪声中尝试，都还未考虑到对真实的引力波事件进行探测和识别。而在这一章中，我们通过借鉴匹配滤波技术的优势，提出了全新的“匹配滤波-卷积神经网络”(MFCNN) 模型，实现在真实 LIGO 数据环境下的引力波信号识别。我们也对引力波数据流的信号搜寻策略进行了讨论，并成功地将 MFCNN 模型应用在了真实的 O1 和 O2 数据中。我们的结果证实了 MFCNN 可以在速度提高数个量级的基础上，对一些短噪声源(如 glitch)有着非常好的鲁棒性。尤为重要的是，本章的工作是相关研究领域中，首次利用深度学习技术，成功地探测识别 LIGO 和 Virgo 在 O1 和 O2 上所有公开发布并确认的真实引力波事件。

最后一章我们对博士期间的相关研究工作做了一些总结和展望，并对将来的工作提出

了设想。

关键词：引力波，数据分析，匹配滤波，卷积神经网络，深度学习，机器学习

Abstract

A new era of gravitational wave (GW) astronomy has begun with the recent detections by LIGO. Real-time observations of GW signals and their electromagnetic (EM) and astro-particle counterparts will unlock its full potential for scientific discoveries of fundamental physics. Extracting and classifying the wide range of modeled and unmodeled GW signals, whose amplitudes are often much weaker than the background noise, and rapidly inferring accurate parameters of their source is crucial in enabling this scenario of real-time multimessenger astrophysics. Identifying and automatically distinguishing anomalous non-Gaussian transient noises (glitches) that frequently contaminate the data and separating them from true GW signals is yet another difficult challenge.

Currently, the most sensitive data analysis pipelines are limited by the extreme computational costs of template-matching methods and thus are unable to scale to all types of GW sources and their full parameter space. Accurate numerical models of GW signals covering the entire range of parameters including eccentric and spin-precessing compact binaries, which are essential to infer the astrophysical parameters of an event, are not available. Searches for unmodeled and anomalous signals do not have sufficient sensitivity compared to the targeted searches. Furthermore, existing search pipelines are not optimal for dealing with the non-stationary, non-Gaussian noise in the detectors. This indicates that many critical events will go unnoticed.

The primary objective of this thesis is to resolve the above issues via deep learning, a state-of-the-art machine learning method based on artificial neural networks. With the advantage of deep learning techniques and modern computational hardware (such as GPU), we could improve the capabilities for data analysis and signal processing of GW, which will be helpful for further understanding of the sources of GW signals beyond theoretical expectation and thus promote the development of real-time gravitational wave astronomy and multimessenger astronomy. The main body consists of seven chapters. The first Chapter is the introduction, which introduces the background knowledge related to the author's two research work. We outline the current status, challenges, and opportunities in gravitational wave astronomy and multimessenger astronomy. To recapitulate, we summarize the strengths of deep learning based approach to solve these challenging tasks. The

structure of this dissertation is as follows. Based on the concise description of Chapters 2 and 3, which briefly introduces the principles and methods of related technologies in this dissertation and combines the understanding of this emerging cross-disciplinary fields with personal perception, we could lay a solid foundations for the arguments and citations in our follow-up of the fourth, fifth, and sixth Chapters.

In the Chapter 2, we will outline gravitational wave detection techniques and the related theory of gravitational wave data analysis. Gravitational wave detection is a international scientific research project with multi- and cross-disciplinary collaborations. In general, it can be divided into three major aspects: the theoretical and computational modeling of gravitational wave sources, the experimental design of gravitational wave detection, and the data analysis of gravitational waves. We will introduce in more detail the basic concepts and common processing methods that are closely related to the analysis of gravitational wave data, and will focus on the statistical principles and mathematical details of the matched filtering techniques.

In the Chapter 3, we will elaborate on the deep learning techniques and machine learning methods involved in this thesis. Started with a perspective of the general sense of optimization theory and method of performance evaluation of machine learning model, we will have a macro view of the process of data-driven algorithm optimization. Further, with the deep neural network algorithm used as the basic model constructure, and the understanding of the structural components such as neurons, the basic composition of artificial neural networks and related deep learning methods are intuitively illustrated. Finally, we will focus on the principles of the convolutional neural networks in details related to the thesis and the performance characteristics of different components are discussed.

In the Chapter 4, we have constructed a neural network model in the preliminary exploration of gravitational wave signal detection and interpretability analysis. By optimizing the neural network model, we successfully realized the recognition of gravitational wave signals. Considering the convolutional neural network as a black box of machine learning model, we will know how to identify its internal structure for gravitational wave signal from noise by visualization. Finally, by analyzing the differences in the distribution of different waveforms data in the time domain and the effect on the recognition of gravitational wave signals, we will provide an interpretive and instructive neural network training strategies for generating training data sets and optimizing neural network models.

In the Chapter 5, Based on the simulated background noise environment of the LIGO detector, we will explore the differences and impacts of the definitions and data distributions of signal-to-noise ratio in related research literatures, and from the perspective of the generalization performance of deep neural networks, a comparative study is carried out. Subsequently, we have optimized and fine-tuned the hyperparameters of the convolutional neural network. By comparing with the network structures proposed by other researchers, we will proposed an improved version of the convolutional neural network model that is much simpler and better in performance.

In the Chapter 6, we discuss signal detection methods on real LIGO gravitational wave data. At present, most of the researches on deep learning technology are attempted in the background of simulated noise, and only a few consider detection and identification for the real gravitational wave events. In this chapter, we draw on the advantages of matched filtering techniques and propose a new "matched-filtering convolutional neural network" (MFCNN) model to realize the recognition of gravitational wave signals in the real LIGO data recordings. We also discuss the signal search strategy of the data stream of gravitational wave, and successfully applied the MFCNN model to real O1 and O2 data. Our results confirm that MFCNN can be very robust to short noise sources (such as glitches) on the basis of several orders of magnitude speed improvement. It is particularly noteworthy that the work in this chapter is the first time in related research fields using deep learning technology to successfully detect and identify all the real gravitational wave events published and confirmed by LIGO and Virgo on O1 and O2.

In the last chapter, we reach some conclusions and outlooks based on the related works during my PhD study, and we also propose some picture of our future work.

关键词： gravitational waves , data analysis , matched filtering , convolutional neural networks , deep learning , machine learning

目 录

| | |
|-------------------------------|----|
| 第一章 绪论 | 1 |
| 1.1 引言 | 1 |
| 1.2 多信使天文学 | 2 |
| 1.3 研究现状、机遇与挑战 | 3 |
| 1.4 本文研究的目标与框架 | 6 |
| 第二章 引力波探测和数据分析理论 | 11 |
| 2.1 引言 | 11 |
| 2.2 引力波探测技术 | 14 |
| 2.2.1 引力波源建模 | 14 |
| 2.2.2 引力波探测实验 | 15 |
| 2.2.3 引力波数据处理 | 18 |
| 2.3 信号处理与数据分析方法 | 21 |
| 2.3.1 稳态性与高斯性 | 22 |
| 2.3.2 功率谱密度 | 22 |
| 2.3.3 能谱泄露与白化 | 24 |
| 2.3.4 时域信号平移 | 27 |
| 2.4 匹配滤波技术 | 28 |
| 2.4.1 匹配滤波内积 | 28 |
| 2.4.2 稳态噪声的概率分布 | 30 |
| 2.4.3 理想探测统计量 | 31 |
| 2.4.4 振幅未知的模板匹配滤波 | 33 |
| 2.4.5 到达时间未知的模板匹配滤波 | 34 |
| 2.5 总结与结论 | 35 |
| 第三章 深度学习的理论基础 | 37 |
| 3.1 引言 | 37 |
| 3.2 机器学习理论 | 38 |
| 3.2.1 基于梯度的优化方法 | 40 |
| 3.2.2 模型的泛化能力, 过拟合与欠拟合 | 43 |
| 3.2.3 性能度量指标: ROC 与 AUC | 44 |
| 3.3 深度神经网络 | 46 |
| 3.3.1 神经元 | 47 |
| 3.3.2 全连接的神经网络 | 49 |

| | |
|--|-----------|
| 3.3.3 反向传播算法 ······ | 50 |
| 3.3.4 Dropout 方法 ······ | 51 |
| 3.4 卷积神经网络 ······ | 52 |
| 3.4.1 卷积 ······ | 54 |
| 3.4.2 非线性激活 ······ | 55 |
| 3.4.3 池化 ······ | 57 |
| 3.4.4 空洞卷积与感受野 ······ | 59 |
| 3.5 总结与结论 ······ | 61 |
| 第四章 引力波探测中关于神经网络的可解释性研究 ······ | 63 |
| 4.1 引言 ······ | 63 |
| 4.2 神经网络的结构 ······ | 64 |
| 4.3 数据集的制备和优化策略 ······ | 66 |
| 4.4 引力波信号识别的泛化能力 ······ | 70 |
| 4.5 引力波信号特征的可视化表示 ······ | 72 |
| 4.5.1 正向可视化方法 ······ | 73 |
| 4.5.2 逆向可视化方法 ······ | 76 |
| 4.6 引力波波形特征的灵敏度分析 ······ | 78 |
| 4.7 总结与结论 ······ | 80 |
| 第五章 卷积神经网络结构对引力波信号识别的性能研究 ······ | 83 |
| 5.1 引言 ······ | 83 |
| 5.2 引力波数据的制备和处理流程 ······ | 84 |
| 5.3 引力波数据分析中信噪比的比较分析 ······ | 87 |
| 5.4 卷积神经网络的超参数调优和性能比较 ······ | 90 |
| 5.5 总结与结论 ······ | 96 |
| 第六章 匹配滤波-卷积神经网络 (MF-CNN) 模型的应用研究 ······ | 99 |
| 6.1 引言 ······ | 99 |
| 6.2 时域中的匹配滤波 ······ | 102 |
| 6.3 用于匹配滤波的卷积神经单元 ······ | 103 |
| 6.4 匹配滤波-卷积神经网络 (MF-CNN) 模型的构造 ······ | 105 |
| 6.5 搜寻疑似引力波信号的策略 ······ | 107 |
| 6.6 数据准备与模型微调 ······ | 108 |
| 6.7 真实 LIGO 引力波数据上的搜寻结果 ······ | 111 |
| 6.7.1 搜寻 O1 和 O2 中的引力波信号 ······ | 112 |
| 6.7.2 疑似引力波信号的统计特性 ······ | 114 |
| 6.7.3 引力波信号与 glitch 的统计分析 ······ | 115 |
| 6.8 总结与结论 ······ | 115 |

| | |
|-----------------------------|-----|
| 第七章 总结与展望 | 117 |
| 附录 A 采样定理与 Nyquist 频率 | 119 |
| 附录 B 关于功率谱密度性质的数学证明 | 123 |
| 附录 C 最大似然估计和交叉熵 | 125 |
| 参考文献 | 129 |
| 学术成果 | 145 |
| 致谢 | 147 |

图形列表

| | |
|---|----|
| 2.1 双黑洞并合系统产生引力波的示意图 | 11 |
| 2.2 一束沿 z 方向传播的单色、稳定频率的引力波 (角频率: $\omega = 2\pi/T$) | 13 |
| 2.3 数值计算所得到的引力波波形模板, 对应于 H1 观测站上记录的 GW150914 引力波事件 | 15 |
| 2.4 激光干涉仪的原理示意图 | 16 |
| 2.5 全球主要的地面引力波天文台分布图 | 17 |
| 2.6 不同引力波波源的应变强度和引力波探测器的灵敏度曲线 | 18 |
| 2.7 (a) 在 Advanced LIGO 中各种已知噪声来源的振幅-频谱图; (b) glitch 的时频图 (blip) | 19 |
| 2.8 第一次 (O1) 和第二次 (O2) 运行期间 PyCBC 离线流水线中所使用的引力波波形模板分布 | 20 |
| 2.9 (a) 不同窗函数的时域图像 (b) 以 Nyquist frequency 为单位频域, 不同窗函数能谱泄露的幅度 | 26 |
| 2.10 时域信号平移技术的示意图 | 27 |
| | |
| 3.1 机器模型的容量与误差之间的 U 型关系 | 44 |
| 3.2 ROC 曲线与 AUC 示意图 | 46 |
| 3.3 M-P 神经元模型 | 48 |
| 3.4 单层的神经网络示意图 | 49 |
| 3.5 多层的神经网络示意图 | 50 |
| 3.6 随机失活 dropout 方法的示意图 | 52 |
| 3.7 常见的非线性激活函数图像 | 56 |
| 3.8 一个典型卷积层的结构图 | 58 |
| 3.9 最大池化的示意图 | 58 |
| 3.10 卷积运算过程的 Flip-and-slide 形式示意图 | 60 |
| | |
| 4.1 由三层卷积和两层全连接组成的神经网络结构示意图 | 65 |
| 4.2 (a) $70M_{\odot} + 70M_{\odot}$ 双黑洞系统并合所辐射的引力波波形, (b) 在引力波波源参数空间中, 分别用于训练和测试数据的双黑洞质量分布。 | 67 |
| 4.3 (a) 模拟白噪声背景下的数据样本 ($70M_{\odot} + 70M_{\odot}$, $\text{SNR}_{\text{amp}} = 1$), (b) 在每小批量数据输入模型后的代价函数变化曲线, (c) 模型的引力波识别准确率随着学习过程的演化行为 | 68 |
| 4.4 (a) $D = 0.8$ 和 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1, 0.5, 0.9, 1, 2$ 时, 度量模型性能在不同 SNR_{test} 下的 AUC 图, (b) $D = 0, 0.2, 0.4, 0.8$ 和 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1$ 时, 度量模型性能在不同 SNR_{test} 下的 AUC 图 | 70 |

| | |
|--|-----|
| 4.5 $D = 0.8$ 和 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1$ 时, 度量模型性能在不同的自旋参数 s 和 SNR_{test} 下的 ROC 图 | 71 |
| 4.6 引力波信号、噪声及其相互叠加数据在卷积神经网络第一层的 16 个特征图 | 73 |
| 4.7 引力波信号、噪声及其相互叠加数据在卷积神经网络第二层的 32 个特征图 | 74 |
| 4.8 引力波信号、噪声及其相互叠加数据在卷积神经网络第三层的 64 个特征图 | 75 |
| 4.9 分别对第一卷积层 (a)、第二卷积层 (b)、第三卷积层 (c) 以及全连接隐藏层 (d) 所输出的特征图, 通过 TSNE 降维可视化所得到的特征分布图像 | 76 |
| 4.10 转置卷积网络结构的时域滤波器示意图 | 76 |
| 4.11 经由最显著特征节点映射的时域滤波器, 关于纯引力波信号 (a)、纯噪声信号 (b) 以及混合数据后 (c) 的输入和输出可视化图像 | 77 |
| 4.12 $25M_{\odot} + 25M_{\odot}$, $\text{SNR}_{\text{amp}} = 1$ 数据样例的遮罩实验结果 | 78 |
| 4.13 测试集上不同位置处的模型预测结果的箱型分布图 | 79 |
| | |
| 5.1 (a) 模拟探测器噪声的 $\text{ASD} = \sqrt{\text{PSD}}$, (b) 一个经过数据处理流程后的训练样本数据 ($35M_{\odot} + 35M_{\odot}$, $\rho_{\text{opt}} = 10$) | 85 |
| 5.2 引力波数据预处理流程示意图 | 86 |
| 5.3 分布基于信噪比 $\rho_{\text{amp}} = 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5$ 时的数据集波形样本中 (a) 信噪比 ρ_{rho} 分布, 和 (b) 最大化的信噪比 ρ_{MF} 分布 | 88 |
| 5.4 信噪比 ρ_{rho} 和最大化的 ρ_{MF} 的平均值与信噪比 ρ_{amp} 之间的关系 | 88 |
| 5.5 在不同的信噪比 ρ_{amp} (蓝色) 和 ρ_{opt} (红色) 上模型训练收敛, 训练集上对引力波波形的识别准确率 | 89 |
| 5.6 分别基于 (a) ρ_{opt} 和 (b) ρ_{amp} 构建的测试数据集上, 在不同数据分布上训练收敛后的模型泛化表现 AUC 图 | 90 |
| 5.7 对卷积层和全连接层的宽度 (a, c) 和深度 (b, d) 微调后模型在测试集上 AUC 图 | 91 |
| 5.8 对卷积层 (a) 和全连接层 (b) 的非线性激活函数微调后模型在测试集上 AUC 图 | 93 |
| 5.9 对卷积核大小 (a) 随机失活的概率 (b), 池化核的类型与大小 (c) 和空洞卷积的大小 (d) 等四种超参数微调后模型在测试集上 AUC 图。 | 94 |
| 5.10 表 5.1 中的四个网络结构在相同的测试集上内插泛化 AUC 图 | 95 |
| 5.11 表 5.1 中的四个网络结构分别在有自旋或偏心率的测试集上外插泛化 AUC 图 | 96 |
| | |
| 6.1 GW150914 引力波事件附近 10 秒真实 LIGO 数据分别根据 CNN (左) 和 MFCNN (右) 网络模型的预测结果对比图 | 101 |
| 6.2 深度学习框架中一个卷积运算单元的示意图 | 104 |
| 6.3 对卷积运算单元输出数据进行 wrapping 操作的示意图 | 104 |
| 6.4 分别对应为白化、匹配滤波和归一化内积的卷积运算单元示意图 | 105 |
| 6.5 MFCNN 神经网络结构示意图 | 106 |

| | |
|--|-----|
| 6.6 (a) $62.50M_{\odot} + 57.50M_{\odot}$ 引力波波形 (上图) 与采样的某段真实引力波数据混合 ($\rho_{opt} \sim 25$) 后的训练样本 (下图) (b) 训练数据、测试数据、模板波形数据以及 11 个引力波事件波源的质量分布图 | 109 |
| 6.7 取 $p_c = 0.5, C = 35$, (a) 在 $\rho_{opt} = 6, 8, 10, 12$ 测试信号数据下 MFCNN 模型的 ROC 曲线 (b) 分别对应于 $FAP = 0.1, 0.01, 0.001$ 时 MFCNN 模型关于 ρ_{opt} 的引力波信号识别效率 | 110 |
| 6.8 MFCNN 网络的超参数微调。(a) 在 $\rho_{opt} = 10, T = 5$ 时, 对于 $C = 3, 16, 35, 70, 350$ 的 ROC 曲线 (b) 在 $\rho_{opt} = 10, C = 35$ 时, 对于 $T = 1, 5, 10$ 的 ROC 曲线 | 111 |
| 6.9 在 O1 中, 确认的引力波事件 (GW150914、GW151012 和 GW151226) 的模型预测结果 | 112 |
| 6.10 在 O2 中, 确认的引力波事件 (GW170104、GW170608、GW170729、GW170809、 GW170814、GW170817、GW170818 和 GW170823) 的模型预测结果 | 113 |
| 6.11 由 2-OGC 发布的引力波事件 (GW170121、GW170304 和 GW170727) 的模型预测结果 | 114 |
| 6.12 MFCNN 模型的输出预测结果 p 分别关于完整 O1 数据和疑似引力波信号差异之间的对比 | 114 |
| A.1 (a) 对模拟信号的理想采样过程示意图; (b) 频谱上周期性重复出现高频响应的示意图 | 119 |
| A.2 不合适的采样率会造成离散信号信息混淆现象的示意图 | 120 |
| A.3 频域索引和频域坐标之间的映射关系 | 121 |

表格列表

| | |
|--|-----|
| 1.1 第四、五、六章中关于噪声数据来源、波形来源和模型构造等方法和要点的总结 | 7 |
| 3.1 二分类预测结果的混淆矩阵表 | 45 |
| 3.2 常见的非线性激活函数及其导函数 | 56 |
| 4.1 纯引力波、纯噪声以及混合数据输入下，神经网络最终给出的得分和 Softmax 概率 | 74 |
| 5.1 第四章的初始模型、GH、GWHM 和本章的改进版卷积神经网络模型结构的超参数对比 | 92 |
| 6.1 O1 中不同类型 glitches 的数目和所占的百分比，以及在 MFCNN 模型下的筛查率 | 115 |

第一章 绪论

1.1 引言

近几年，随着引力波 (Gravitational Wave, GW) 探测技术不断地进步和蓬勃发展，无论是对于观测天文学还是理论物理学，我们对引力波的认识与研究已经发生了翻天覆地的变化。坐落于美国的高新激光干涉仪引力波天文台 (advanced Laser Interferometric Gravitational wave Observatory, aLIGO) 在第一次观测运行期间 (2015 - 2016)，就首次探测到了宇宙当中所存在的强引力场相互作用 [1, 2]。我们对双黑洞 (Binary Black Hole, BBH) 波源系统产生的引力波直接进行观测，不仅可以为我们提供在强引力场效应下，双黑洞系统并合碰撞及其形成演化机制的实验证据 [1-4]，同时也为恒星级黑洞的存在性，以及对黑洞角动量等物理参数的观测数据提供非常可靠的实验依据 [2, 5-12]。

位于欧洲的高新引力波天文台 (advanced Virgo, aVirgo) [13] 顺利地在第二次观测运行 (2016 - 2017) 中加入 aLIGO 的联合探测计划。在其运行期间的一次 BBH 事件 (GW170814) 观测中，三个观测站首次地实现了联合组网观测，广义相对论的理论预言再一次得到了更加精确的实验检验，并且显著地提高了引力波事件天球定位的精确度 [14]，其性能的提升为之后同年首次探测到双中子星 (Binary Neutron Stars, BNSs) 并合事件及其所伴随着电磁对应体 (electromagnetic, EM) 的能谱等观测数据 [15] 提供了关键性实验支撑。这一次多信使事件 (GW170817) 最终确认为短伽玛射线暴 (gamma-ray bursts, GRBs) 为核心驱动的双中子星并合事件，其形成期间所产生的半数都是重于铁的物质 [15-25]。在未来，我们期待可以获得更多关于双中子星、中子星-黑洞等各类并合事件的探测结果，以及与辐射引力波所相关的天体形成机制的信息，如引力波波源系统是否也会产生短 GRBs、快速转动的极超新星 (hypernovae) 是否是长时 GRBs 以及塌缩星 (collapsars) 等天体现象的起源等等 [24, 25]。

在 LIGO 科学合作组织 (LIGO Scientific Collaboration, LSC) 取得了一系列重大发现之后，位于世界各地的激光干涉引力波天文台从 2019 年 4 月开始了第三次观测运行 (2019 - 2020)。可以相信，随着未来几年 aLIGO 和 aVirgo 等探测器的不断发展和设计灵敏度的进一步地提升，观测到越来越多的引力波事件将会逐步形成常态。而且，在美国、欧洲和亚洲部署的引力波观测站实现全球联网后，将会进一步促进引力波天文学和多信使天文学的蓬勃发展 [13, 26-28]。

1.2 多信使天文学

在引力波天文学中，高性能计算 (High-Performance Computing, HPC) 对引力波波源 (如黑洞、中子星和超新星等) 的动力学演化，并实现高精度的数值相对论 (numerical relativity, NR) 模拟都有着举足轻重的地位。其所追求的目标是：1. 证实爱因斯坦的广义相对论能够精确地描述宇宙中的极端天体现象；2. 构建对应天体现象的引力波模板信号，有助于从强噪声数据中提取引力波信号，并推断其所对应引力波波源系统的天体物理性质 [29]。

通过对引力波信使所携带的信息进行分析，我们可以从观测到的天体现象中直接了解到诸多我们所关心的重要物理问题，如不辐射光子的天体现象、宇宙大尺度的结构，严格意义上强引力场中的动力学机制、恒星的演化过程、恒星级和超大质量黑洞的形成和演化机制，以及包括暗物质和暗能量等等 [2, 30]。此外，多信使天文学 (Multi-messenger astrophysics) 会更关注浩瀚宇宙中会发生的极端天体现象，如双中子星 (BNSs)、中子星-黑洞、中等质量黑洞 ($100M_{\odot} - 500M_{\odot}$) 之间或恒星级黑洞与中子星之间的碰撞并合事件，以及带有偏心率的双星并合系统、超新星塌缩和其他很多不可预期的天体事件。引力波天文学与各类强大的光学望远镜 (如 Dark Energy Survey (DES) [31], the Large Synoptic Survey Telescope (LSST) [32], Euclid [33, 34], and WFIRST [35, 36]) 进行联合观测活动，将使得同步观测到相应引力波事件的电磁 (electromagnetic, EM) 对应体成为可能。这种协同观测技术也会由其他信使类型 (如光子、中微子和宇宙射线等 [8]) 的存在，从而进一步充实我们对科学发现的理解。当我们能够对引力波、EM 和各种天体粒子等信使来源实现同步观测时，我们可以获得前所未有的丰富观测数据和更加清晰直观的物理图像，可能涉及到包括宇宙中基本相互作用力、伽马暴的起源、极端暗物质的物态方程、超新星内部的物理、量子场论和强引力场的边界效应等等，也会为更进一步构建宇宙的大统一理论提供充分可靠的研究数据和必要的理论论据素材 [37, 38]。

因此，多信使天文学是天体物理学的未来。这需要全球不同研究团队之间实现通力合作，充分发挥联合观测的优势。我们首先会期待引力波探测器可以在第一时间内给出响应，并同时立即为其他天文学家预警，然后立刻在数秒间将其望远镜朝向其所预告的天球方位，由此可能会接收到中微子、宇宙射线或其他可观测天体粒子的信息载体。这种实时的多信使天文学观测将会有助于我们了解宇宙的起源、演化和归宿。从现实意义上来说，多信使天文学要求响应的延迟要达到非常低才有意义。所以，实时搜寻引力波疑似事件并给出其相应波源的 EM 对应体 [16–19, 21–23] 是非常有必要的，这可以实现快速地在相应频带上对 EM 和天体粒子进行观测 [39, 40]。通过多样的信使协同观测，能够即时地获取完整的关于宇宙天体事件的相关信息，由此可以得到非常全面的独特视角来解释一些尚未完

全理解的动力学演化机制 [24, 25]，比方说，如果双中子星所产生的引力波在旋转过程中就能够探测识别到的话，那么基于实时的数据处理算法确定其天球方位的时间，就可以先于碰撞并合的十几秒被确定下来，那么天文望远镜就可以迅速转向过去，有望能够在第一时间就可以观测到完整的千新星 (kilonova) 爆发，而不会仅在其并合之后数小时才观测到对应的余辉辐射 (afterglow) [15]。

1.3 研究现状、机遇与挑战

在近几年，多信使天文学 (Multi-messenger astrophysics, MMA) [37, 41] 已成为一个发展快速的多学科交叉的新兴研究领域。该领域充分利用了大数据存储、快速批量的数据处理等诸多技术，实现了对宇宙中来自同一天体事件的各类信使 (如电磁波、宇宙射线、引力波和中微子等) 进行协同观测。随着引力波多信使天文学时代的帷幕逐渐拉开，越来越多的引力波、电磁对应体及其宿主星系的探测将会更新我们对于物理学、天文学和宇宙学诸多问题的认识。目前，从数据处理需求的角度来看，在实时的多信使联合观测的研究中，有如下几个有待解决的挑战：

- 不充分的弱引力波信号搜寻方法

绝大多数的引力波信号搜寻算法都是依赖于匹配滤波 (matched-filtering) 技术的。该技术是不断地将数据流与超过 300,000 个模板信号进行匹配比对 [42]。虽然有上千个 CPUs 资源可以部署和调用，但目前的一些主要算法和数据处理流水线仍会在一个有限且简化的模板参数空间子集中进行搜寻，即准圆形 (quasi-circular) - 自旋校准 (spin-aligned) 的双星波源系统。有研究表明，较小偏心率的 BBH 可能会被这种准圆形的引力波模板搜寻所遗漏 [43–45]。匹配滤波技术的计算复杂度会随着模板数量的增加而呈指数级增长。因此，在完整的引力波波源参数空间上进行匹配滤波，在计算意义上是完全不现实的。对一个引力波事件的波源参数进行精确的后验估计与重构通常需要花费几天的时间来完成 [46]，显然这对于随后准确的 EM 观测活动就已为时已晚。此外，匹配滤波技术仅在稳态高斯背景噪声下才是理论最优的搜寻算法，然而地面引力波观测站所记录的环境噪声特点是高斯和非稳态的。

- 存在反常非高斯的短噪声信号 (glitch)

反常非高斯的短噪声信号 (glitch) 是引力波探测数据中非常常见的噪声污染源。由于它们在 LIGO 和 Virgo 数据中出现的频率非常高，甚至和真实的引力波信号也很相像，所以成功地对它们进行识别和辨别是相当重要的，原因如下 [47, 48]：1. 可以避免因不同观

测站中出现相干的 glitch 而造成的引力波事件误报；2. 快速地辨别并去除 glitch 可以改善引力波探测器的灵敏度，可以使因 glitch 而污染的引力波信号凸显出来 [15]；3. LIGO 和 Virgo 探测系统中有上千条关于仪器设备和环境变化的信息收集频道，用以观测任何由于环境或硬件在引力波探测器中所产生的微小变化。通过非常细致地跟踪可能引起的 glitch 噪声信号类型，我们能够识别它们的噪声来源并及时地去除它们，这样就可以确保引力波数据分析的数据流是可信可用的。我们期待越来越多的 glitch 噪声类型可以被辨认清楚并用于提升引力波探测器的灵敏度。对目前已知的 glitch 的类型进行分类，以及其他未知类别的 glitch 进行自动聚类是一个艰巨的工作。由于 glitch 有着非常复杂且多变的形态 [48]，这通常需要大量的人工标注工程或者某种更加“智能”的算法以实现。

- 贫乏的引力波波形模板库

目前，数值相对论的模拟过程里，用于模板匹配的引力波波形的模板量是非常匮乏的，尤其是对于带有偏心率和自旋的紧致双星系统。引力波天文学很依赖于理论波形模板库，这需要通过对爱因斯坦场方程组进行高精度数值相对论模拟来实现引力波信号的探测和参数估计。若没有表示各类引力波波源的精确模板库的话，会有大量的弱引力波信号被现行的引力波搜寻流水线所遗漏 [43]。数以千计的数值相对论模拟都是在庞大的参数空间上均匀且稀疏地采样计算，并且每一次计算开销都非常大，在超级计算机上可能会花费数周时间才能模拟出一个理论波形。因此，构建一个基于数据驱动的算法模型，其不仅可以自动覆盖到不同参数空间之间的内插模板，甚至也可以外插地表征模板参数空间以外的引力波波源信号，尤其是新类型的引力波波源（如超新星爆发等），是非常需要的。

- 需要在更广泛的天球范围里观测 EM 对应体

由于引力波探测器的定位能力还很有限，计划中的联合观测网络也只能把引力波源定位在数十平方度之内 [8]，所以若可以快速地探测到伴随着引力波信号的电磁波信号，那么就有望通过具有良好空间定位能力的电磁波望远镜（光学和伽玛射线探测器等），大大提高引力波波源的定位能力。可见，非常迅速地从疑似引力波事件中，对潜在的短程、高噪、爆发式的波源产生的引力波信号进行分类和确认是一个难度很大的挑战。这需要更加精确的天球图像生成以及快速的图像处理算法和搜索技术，用以实现低延迟或实时地对大量由不同类型的天文望远镜所汇总的数据流进行智能化的数据分析。

人工智能（Artificial Intelligence, AI），作为基于人工神经网络（由生物神经网络的建模得到启发）的深度学习技术 [49, 50]，提供了一个解决上述挑战的理想框架。深度学习已经成为一个我们生活中普遍存在的技术，如今它正在工业界和学术界中得以广泛地应用与发展。深度学习受益于大数据技术，近年来在各类 AI 领域内得到了巨大的发展和进步，从

图像/语音的识别和合成、复杂游戏(如 Poker, Go)、自动驾驶技术、智能医疗技术、自然语言处理和自动翻译等等 [51–53]。深度学习有着很好的可扩展性，可充分利用千兆级或更大的数据资源。尽管 HPC 目前已经是现代科学的重要组成部分，但在基础科学研究领域(如物理和天文学)中，至今仍还未充分的开发和发挥深度学习和 AI 技术的巨大潜力。

本博士论文的主要动机之一是通过发展基于深度学习算法的 AI 技术，充分发挥现代硬件架构(如 GPUs)的优势，提升对引力波数据的信号处理和数据分析的能力，从而推动实时的引力波天文学和多信使天文学的发展。这些方法以及他们在 LIGO 公开数据上的应用与讨论将会在本论文中逐一探讨。我们将会概述引力波探测技术和数据分析理论，并介绍深度学习的理论基础。基于卷积神经网络模型，我们可以构造专门处理引力波数据的深度学习算法，分析它在波形模板库上的内插和外插泛化能力，并实现在噪声很强的时序数据中实时地探测引力波信号。特别的是，深度学习方法相当于是将 LIGO 数据分析中所有繁重的计算开销都转化为了一次性的训练过程，因此这使得波形模板库可以约化为任意大小，并且仍然可以快速地用有限的计算资源分析数据 [54]。在本文中，我们将会阐述该技术是如何被应用于从 LIGO 所记录的真实引力波数据，并首次通过深度学习方法搜寻到所有已知并确认的真实引力波事件。

综上，与现行的引力波信号搜寻算法相比，我们发现使用深度学习技术有着以下优势：

- 推断速度快

实时端对端深度学习系统可以在非常有限的计算资源(如一个 CPU/GPU)下，快速地进行数据分析并给出计算结果，其推断速度在毫秒时间量级内。如此可以加速现行的数据处理流水线，更快地为随后的 EM 对应体产生预报。

- 覆盖更广泛的模板参数空间

目前，在引力波的完整模板参数空间中，模板匹配技术只能覆盖其中的一小部分，这是因为计算开销会随着参数数目的增加呈指数级增长。而另一方面，深度学习算法有着高度可扩展性，它只需要一次性的训练过程，就可以在有限的计算资源下内插地覆盖到全部高维度的模板参数空间。

- 自然地泛化到新引力波波源的识别

本文已表明对于训练数据分布之外的新波源信号，如带有自旋或偏心率的紧致双星并合系统，是可以通过深度学习方法在不影响灵敏度的情况下自动探测到的。与匹配滤波技术不同，这是因为深度学习不仅可以在训练数据分布中的模板之间插值学习，并且还可以自然地外插、泛化学习到分布之外的特征信息。该特性对新类型引力波的波源探测是尤为重要的，尤其是带有偏心率的引力波波源，因为该方法可以为如球状星系团和星系核等天

体运行的过程提供更多的实验依据 [43–45, 55]。

- 对反常非高斯噪声 (glitch) 的鲁棒性

从本文的结果来看，深度学习方法可以从数据中将引力波信号与反常的非高斯噪声 (glitch) 区分出来，并且可以精确地探测到引力波信号，甚至是在含有大量的 glitches 噪声在数据背景中。这与匹配滤波技术的特点大不相同，比方说，某流水线在探测到一个双中子星并合事件时，其附近恰巧地出现了一个明显的 glitch，这使得随后的数据处理过程延迟数个小时之久，这可能通过仔细地人工检查该段数据才能确认清楚。

- 为现行数据分析流水线的提速

一旦深度学习算法探测到一个疑似引力波信号后，能够估计其可能的波源参数范围的话，那么就可以快速地通过匹配滤波方法，使用预测结果所对应参数附近的少量精确模板来做交叉测试。使用这种方式估计候选引力波事件的物理参数可以作为一个出发点，从而加快贝叶斯估计算法对随后 EM 对应体估测的计算速度。因此，深度学习技术可以与成熟的匹配滤波技术相结合，加速现行的引力波数据处理流水线。通过缩小波源参数的搜索范围，用以提高参数估计的效率和精度，同时并不会对结果的可解释性有所损失。

1.4 本文研究的目标与框架

本博士论文的主要目标是通过发展基于深度学习算法的 AI 技术，充分发挥现代硬件架构 (如 GPUs) 的优势，提升对引力波数据的信号处理和数据分析的能力，从而有望发现和理解理论预期之外的引力波信号和波源信息，进而推动实时的引力波天文学和多信使天文学的发展。本论文的论述结构是以第二、三章的理论作为铺垫，简明扼要地介绍文中所涉及相关技术的原理和方法，并且结合对这一新兴交叉科学领域的理解认识与个人心得，为后续的第四、五、六章的主要工作和理论引述打下坚实的论据基础。

在第二章中，我们将会概述引力波探测及其相关的数据分析理论。引力波探测是一个多学科交叉、多领域合作的科学实验项目。总体而言，可以分为引力波波源的理论建模、引力波探测的实验设计和引力波的数据处理等三大方面。我们会较为详细的介绍与引力波数据分析密切相关的基本概念和常见的处理方法，并且会着重对匹配滤波技术的统计学原理和数学推导细节做详细地介绍。

在第三章中，我们将会对针对本论文所涉及的深度学习技术和机器学习方法进行详细地阐述。我们会先从一般意义上的角度出发，对机器学习技术的优化原理以及模型性能评估的方法展开介绍，对通过数据驱动实现算法优化的过程有一个宏观的认识。再进一步以

深度神经网络算法作为基本的模型构造，结合自己对神经元等结构组件的理解，直观地说明人工神经网络的基本构成和相关的深度学习方法。最后，我们着重讨论了本文所涉及的卷积神经网络的细节原理及其中不同组件的性能特点。

从此后的三个章节开始，将会介绍我们工作的主要研究对象及其主要研究方法，并详细阐述我们所关注的研究问题，对相关的数据分析结果进行总结与讨论。为了帮助读者明确各章中研究对象和实验方法的细节差异，我们将分别对第四、五、六章中关于噪声数据来源、波形来源和模型构造等方法和要点总结在表 1.1 中。

表 1.1 第四、五、六章中关于噪声数据来源、波形来源和模型构造等方法和要点的总结

| | 第四章 | 第五章 | 第六章 |
|--------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 噪声特征 1 | 白色高斯 | 有色高斯 | 非高斯 |
| 噪声特征 2 | 稳态 | 稳态 | 非稳态 |
| 探测器的数目 | 1 | 1 | 2 |
| 信噪比 | ρ_{amp} | ρ_{opt} | ρ_{opt} |
| 波源模型 | SEOBNR | SEOBNRE | SEOBNRE |
| 采样率 (Hz) | 8192 | 8192 | 4096 |
| 网络模型 | CNN | CNN | MFCNN |
| 时序窗口大小 (sec) | 1 | 1 | 5 |
| 可探测信号范围 (%) | 80 | 80 | 100 |

本论文的第四章是我们通过构建神经网络模型在引力波信号探测和可解释性分析的初探性研究。在近些年，随着深度学习技术首次被介绍到引力波数据处理的研究领域以来 [56]，越来越多的研究和尝试开始关注到这个新兴的交叉研究领域，但还未曾有人仔细地探讨过，神经网络模型为何可以高效地探测和识别到低信噪比的引力波信号，以及鲜有研究者对引力波信号识别的外插泛化能力有所关注等等。这一章就这一系列问题展开了讨论和研究，主要结论和要点罗列如下：

- 深度神经网络在引力波信号识别中有着优异的内插和外插泛化识别能力；
- 在训练数据集合中，引力波波形的分布对模型泛化性能的影响是显著的；
- 在深度卷积神经网络结构的内部，卷积层是逐层递进地实现引力波波形的特征提取和滤波降噪的效果；

- 对应于处在旋转后期与并合阶段的双星并合系统的引力波波形片段，是影响神经网络模型进行预测和推断的主要波形特征。

在第五章中，基于模拟的 LIGO 探测器背景噪声环境下，我们探讨了不同研究文献中关于信噪比定义的差异和影响，并且从深度神经网络泛化性能的角度出发，对采取不同信噪比构造的数据分布差异进行了对比研究。随后，我们针对卷积神经网络的超参数结构进行优化和微调，通过与其他研究者所提出的网络结构进行对比，我们提出了一种更简单且性能更优异的改进版卷积神经网络模型。这一章中的主要结论和要点罗列如下：

- 在信噪比 ρ_{mf} 和 ρ_{opt} 都大于 $5 \sim 6$ 时，其与引力波波形的最大振幅是呈正比的；
- 根据信噪比定义 ρ_{opt} 构建的引力波数据分布上所训练得到的卷积神经网络模型，在测试数据上有着更优异和更稳定的泛化性能表现；
- 通过卷积神经网络参数的迁移学习，在训练数据信噪比 $\rho_{\text{opt}} = 5 \sim 10$ 区间范围内时，会得到泛化性能最佳的网络模型；
- 通过对网络结构的超参数¹微调和优化后，改进版的卷积神经网络可以在拥有简单的结构基础上，同时保持优异的泛化性能。

在第六章中，我们讨论真实的 LIGO 引力波数据上的信号探测方法。目前，绝大多数深度学习技术的研究都在模拟噪声中尝试，都还未考虑到对真实的引力波事件进行探测和识别。而在本论文中，我们通过借鉴匹配滤波技术的优势，提出了全新的“匹配滤波-卷积神经网络”(MFCNN) 模型，用以实现在真实 LIGO 数据环境下的引力波信号识别。我们也对引力波数据流的信号搜寻策略进行了讨论，并成功地将 MFCNN 模型应用在了真实的 O1 和 O2 数据中。这一章中的主要结论和要点罗列如下：

- 将匹配滤波技术与深度学习框架中的卷积运算之间建立起对应关系，揭示了其中的内在数学联系；
- 受匹配滤波技术的启发，提出了全新的 MFCNN 模型框架，其中的核心思想理念是通过少量的匹配模板提取出关键的非高斯特征，并由此充分地发挥出匹配滤波的泛化能力；
- MFCNN 模型可以清晰地搜寻到 O1 和 O2 数据中所有真实的 11 个引力波事件，尤其是我们的模型对 GW170817 的预测结果说明 MFCNN 有着优秀的外插泛化能力；
- 将 MFCNN 模型在完整 O1 数据中搜寻后，共报告 2000+ 的疑似引力波信号；
- MFCNN 模型对 glitch 噪声有着较强的鲁棒性，在 O1 数据上的 glitch 筛查率达到

¹超参数是指一些必须要在决定模型结构和训练网络之前就一定要定下来的参数。(如：模型结构设定、层数、卷积的大小、深度、填充数、各激活层的类型函数等等)

90%。

在本文中，很多关于统计学、机器学习和数据挖掘的术语和专有名词是不详细加以区分的，需要留意诸如：模型/算法/网络、训练/优化/学习/拟合、预测/推断、泛化/测试数据、样本/实例、变量/采样值/特征、样本标签/学习目标等这些相近含义的概念将会无差别的交替使用。更多相关术语和语言的对应关系可参考 [57]。

关于本论文中引力波的信号处理与数据分析的代码程序实现，都是基于 Python 编程语言，使用 MXNet 深度学习框架来构建神经网络模型，并在 Floydhub 云计算平台²或本地的服务器 (4 x GPU1080ti) 上完成了绝大多数的计算任务，所涉及的 Python 应用库包括：Numpy [58]、Pandas [59]、Scipy [60]、MXNet [61]、Scikit-learn [62]、Matplotlib [63]、Seaborn [64]、Docker [65]、Ray [66]、PyCBC [67]、GWpy [68]、Jupyter [69] 和 Streamlit 等。

²<https://www.floydhub.com>

第二章 引力波探测和数据分析理论

2.1 引言

阿尔伯特·爱因斯坦 (Albert Einstein) 的广义相对论于 1916 年发表问世以来，就预言了引力波的存在。类似于电磁场的扰动来产生电磁波，引力波则对应地由时空的扰动而产生，并且以光速辐射传播，具有横波的特性。所谓横波，是指引力波对时空中测试粒子运动的影响在与引力波传播方向相互垂直的平面上。所以，引力波可以被看作是在静态时空背景上时空的涟漪，如图 2.1 所示 (来源:LIGO/T. Pyle¹)。

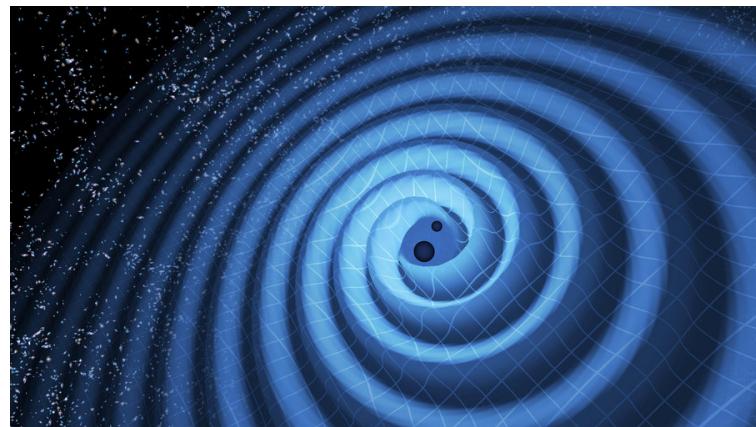


图 2.1 双黑洞并合系统产生引力波的示意图

“时空结构决定了物质如何运动，同时物质的分布又在时空上影响了其结构”，这是约翰·惠勒 (John Wheeler) 对广义相对论中的时空结构与物质相互之间制约关系的经典总结，这亦是对爱因斯坦广义相对论关于引力波预言的理论基础。用数学形式表达出来就是爱因斯坦场方程，将爱因斯坦曲率张量 $R_{\mu\nu}$ (描述时空弯曲程度) 和物质能动张量 $T_{\mu\nu}$ (描述物质能量密度) 建立起了联系，关于度规张量 $g_{\mu\nu}$ 的十个非线性偏微分方程组可以如下表示

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

其中， G 是牛顿引力常数， c 代表光速。上式是一个高度非线性的偏微分方程组，求其精确解通常是相当困难的。但是，在某些特定的条件下，可以找到其对应的近似解。那么，最常用的就是在弱场近似下的引力波动解。

¹<https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20160615f>

在弱场近似 (weak-field approximation) 下, 时空度规 $g_{\mu\nu}$ 可以表示为平直时空背景 $\eta_{\mu\nu}$ 上加了一个微小扰动 ($|h_{\mu\nu}| \ll 1$),

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

这样的近似假设是有意义的, 因为这相当于是观者正处在相对于波源的类光无穷远处。将时空度规 $g_{\mu\nu}$ 表达式 (2.2) 代入到爱因斯坦场方程 (2.1) 中, 就可以给出时空的度规微扰 $h_{\mu\nu}$ 所满足的动力学方程, 度规微扰的演化已被看作是自由传播到无穷远处的时空波动。

在真空弱场近似条件下, 去掉微扰高阶项, 并取迹反转 (trace-reversed) 度规 $\tilde{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$ 后, 爱因斯坦场方程可以进一步简化为线性的波动方程:

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 \right) \tilde{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.3)$$

该方程的平面波解可以表示为:

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} e^{ik_\alpha x^\alpha} \quad (2.4)$$

其中, $A_{\mu\nu}$ 是一个对称的 4×4 常系数矩阵, 对应了引力波各个分量的振幅, k_α 是一个四维波矢, 并满足 $k_\alpha x^\alpha = -k^0 t + \vec{k} \cdot \vec{x}$ 。将该平面波解的形式代回到波动方程后, 可以得到波矢的类光性: $k_\mu k^\mu = 0$ 。这说明广义相对论要求引力波必须是以光速来传播。

通过引入协和 (harmonic) 规范条件, $k^\mu A_{\mu\nu} = 0$, 我们可以消除掉最后的两个规范自由度: $A_\mu^\mu = 0$ 和 $A^{0\mu} = 0$ 。第一个方程 ($k^\mu A_{\mu\nu} = 0$) 是表示引力波的振动方向与传播方向垂直, 即引力波是一个横波; 第二个方程 ($A_\mu^\mu = 0$) 表示引力波的振幅矩阵是无迹的, 因此将这样的规范选择称为横向无迹 (transverse-traceless, TT) 规范。第三个方程 ($A^{0\mu} = 0$) 涉及到坐标系的一种选择, 其可确保观者的四速 u 与引力波的传播方向是垂直的, 即有 $A_{\mu\nu} u^\nu = 0$ 。相关的严格论述可参考 [70]。

我们考虑 z 方向为引力波的传播方向,

$$k^\alpha = (\omega, 0, 0, \omega/c) \quad (2.5)$$

根据 $k_3 A^{3\nu} = 0$ 条件, 可知 $A_{3\nu} = 0$ 。由于矩阵 $A_{\mu\nu}$ 是无迹的, 因此 $A_{\mu\nu}$ 矩阵的未知独立分量个数从 10 个缩减到只有 2 个, 即

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_+ & A_\times & 0 \\ 0 & A_\times & -A_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

可以看到与电磁波传播有两个偏振模式一样，引力波也有两种偏振模式，分别是加号偏振 (plus polarization) 和交叉偏振 (cross polarization)。因此，真空爱因斯坦场方程沿 z 方向传播的平面波解可以改写为

$$h_+(t, z) = A_+ \cos(w(t - z/c) + \phi_0) \quad (2.7)$$

$$h_\times(t, z) = A_\times \cos(w(t - z/c) + \phi_0) \quad (2.8)$$

为了考察引力波是如何与一个自由检验粒子产生影响，我们进一步用度规微扰的两种偏振模式 h_+ 和 h_\times 将时空度规解改写为

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & 1 - h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

从公式 (2.9) 可以看到，引力波 (沿着 z 轴传播) 的 h_+ 极化方向对应的是 x 和 y 方向的挤压和拉伸，而 h_\times 极化方向是对 $x-y$ 平面上对角方向的挤压和拉伸，如图 2.2 所示 [71]。

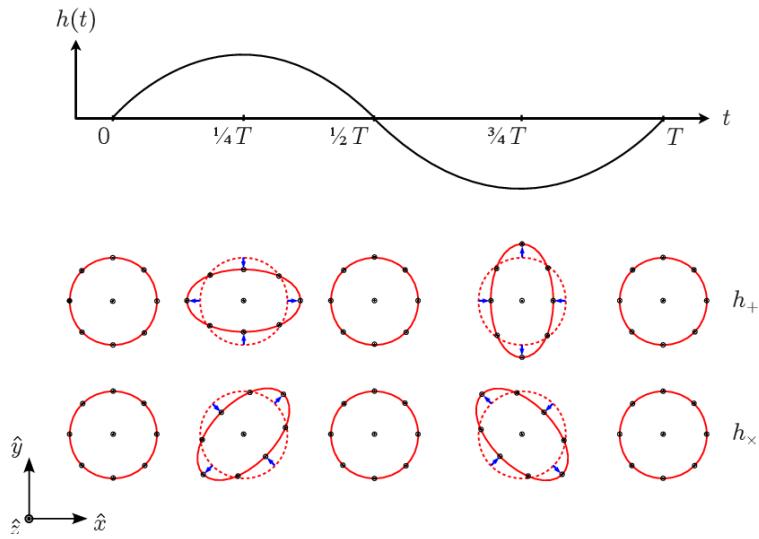


图 2.2 一束沿 z 方向传播的单色、稳定频率的引力波 (角频率: $\omega = 2\pi/T$)

可见，只需要探测物体之间空间位置的变化，就可以预计引力波的形态，从而判断是否有引力波出现。在过去的几十年里，正是为了精确地探求引力波所带来的微小应变 (strain) 变化，带动了整个引力波探测技术以及引力波天文学的发展和进步。

本章将对引力波探测技术及其数据处理方法进行概述。引力波探测项目可以分为三个较独立的研究领域：引力波源建模 (第 2.2.1 节)、引力波探测实验 (第 2.2.2 节) 和引力波数据处理 (第 2.2.3 节)。在本章中，我们会以引力波数据的预处理流程为基础，介绍与本文

内容密切相关的信号处理概念与数据分析理论(第2.3节),尤其会对匹配滤波技术(第2.4节)的统计基础做详细阐述。

2.2 引力波探测技术

2.2.1 引力波波源建模

从上一节的介绍可知,引力波波源的模型构建涉及的是引力波的动力学。具体说来,就是引力波波源建模需要针对宇宙中实际的天体作为研究对象,来求解爱因斯坦场方程。在引力波探测所关心的强引力波辐射之初,系统一般都处于强引力、强非线性、近光速的运动状态。对于这些运动状态,后牛顿展开(post-Newtonian)、微扰(perturbation)等近似方法都会失效。由此,在引力波波源建模问题中,数值计算方法就扮演了非常重要的角色。就是在这样的背景下,数值相对论作为广体相对论一个独立的研究方向蓬勃发展起来。

引力波的波源大体上可以分为四类:

1. 致密双星的并合系统。这类波源产生的引力波存在时间短,并且其波源的演化机制相对比较了解。粗略地讲,宇宙中双星的并合系统可以分为超大质量双黑洞系统、恒星级质量双星系统和质量一大一小的双星系统。
2. 超新星爆发。这是一个极端剧烈的过程,极大质量的物质偏离对称性的剧烈运动将发生强烈的短时引力波。根据这种引力波的强度和波形特点,会有助于我们了解目前还尚不清楚的超新星爆发机制。
3. 旋转的致密星体。偏离轴对称的旋转中子星就属于这一类,中子星偏离轴对称的程度越大或旋转速度越快,就会发射越强烈的引力波。这种长时引力波的波源机制是比较清楚的。
4. 随机背景引力辐射。极早期宇宙处于很高的能量标度,所以量子效应很明显,来自真空的量子涨落在经历诸如暴涨等过程后被放大,从而形成原初引力波。由于量子涨落的随机性,这种长时的原初引力波会分布在所有的频段。

双星系统作为引力波探测实验中最有可能探测到的波源之一,其典型的引力波强度约为 10^{-20} ,其他可能引力波波源(如旋转中子星、超新星爆发等)的频段是难以达到aLIGO现有的 10^{-23} 的灵敏度。双星系统可以是中子星-中子星、中子星-白矮星、中子星-黑洞、黑洞-黑洞等等。以双黑洞系统为例,在两黑洞间距较大,相互旋绕的速度较低,这种旋进(spiral)早期过程用后牛顿展开近似还是适用的。随着两个黑洞的相互旋绕靠近,伴随着引力波的释放,能量被耗散掉,这时进入双黑洞旋进后期。然后很快的,双黑洞迅速进一步

靠近，并发生碰撞和融合，形成一个大黑洞。这个过程称为双黑洞并合 (merge) 期。旋进后期和并合期是引力波探测最感兴趣的阶段。在该阶段，目前几乎只有数值相对论才是唯一可行的处理爱因斯坦场方程的手段。振铃 (ringdown) 过程是并合成一个大黑洞之后，会经过一段逐渐变成稳定的单个克尔 (Kerr) 黑洞的振荡衰减过程，这一般是通过微扰理论来描述，如图 2.3 所示。

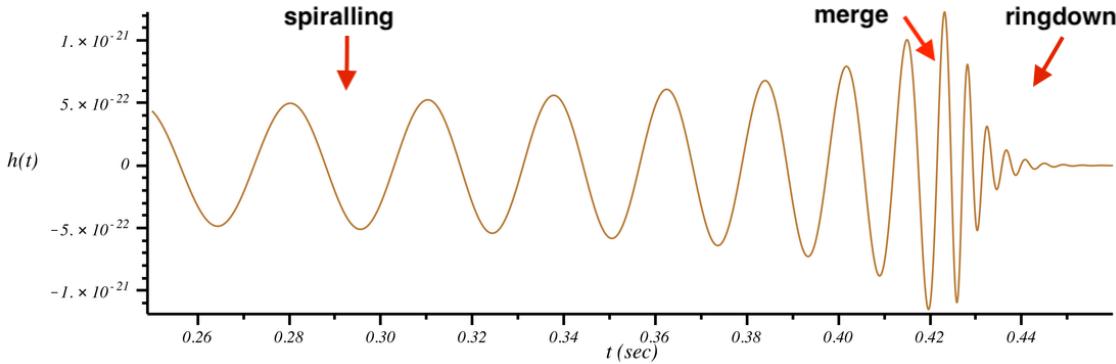


图 2.3 数值计算所得到的引力波波形模板，对应于 H1 观测站上记录的 GW150914 引力波事件

数值相对论是对爱因斯坦场方程不做任何近似的数值求解方法。以双黑洞系统为例，描述引力波波源涉及若干个系统参数，如双黑洞系统的黑洞质量、黑洞自旋、轨道偏心率等等。随着引力波探测技术的进步和发展，对引力波的理论建模提出了更高要求，即有更加精确和快速的波形建模方法的需求 [72–75]。本论文使用的是带自旋的有效单体数值相对论 (SEOBNR) [75, 76] 理论模型，通过该模型就可以建立双星系统中的系统参数与对应时空无穷远处的引力波波形之间的映射关系。近些年来，已经开始有研究者尝试通过人工神经网络和机器学习技术对引力波进行建模 [45, 77–80]，并且取得了值得注目的研究成果。可见，基于数据驱动的引力波理论建模是一个很值得期待的研究方向。

2.2.2 引力波探测实验

粗略地讲，引力波波源建模涉及的是引力波的动力学，而引力波探测实验涉及的就是引力波的运动学。在上一节中，图 2.3 的结果告诉我们双黑洞并合时的引力波强度约为 4×10^{-22} 米。这比原子核的直径 10^{-15} 米还要小好几个数量级！为了探测到如此微弱的引力波对物质的影响，目前引力波探测器主要通过激光干涉测量试探物体间的距离变化来实现引力波观测的目的。

目前，位于美国的激光干涉引力波天文台 (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, LIGO) [81] 是地面最大的引力波探测器，其原理是利用与迈克尔逊干涉仪相类似的激光干涉原理。LIGO 有两条很长且相互垂直的延伸臂，臂的镜头上安装着探测器，来

自两个探测器的信号最终被中间仪器接受并形成干涉。利用干涉仪进行探测的基本原理就在于，比较激光在其相互垂直的两臂中传播时所用的时间，如图 2.4 所示（来自 Wikimedia Commons²）。在理论上，如果有振幅强度较大的引力波经过时，由于其独特的极化性质，干涉仪两个臂的长度做相反的变化，即一臂伸长时而另一臂会相应的缩短，从而使得两束相干光有了新的光程差，破坏了相干减弱的初始条件，进而会有一定数量的激光进入光探测器，获得信号输出，而该信号的大小就正比于引力波的无量纲振幅 h ，探测到这个信号即可表明探测到引力波。可以理解，干涉仪的臂长越长，探测器对引力波的响应也就越强。

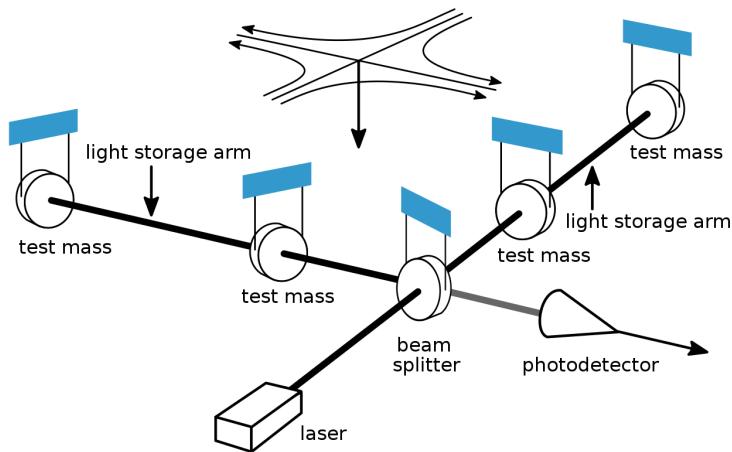


图 2.4 激光干涉仪的原理示意图

美国的 LIGO 有两个干涉仪，分别是位于美国西海岸的汉福德 (Hanford, H1) 和南海岸的利文斯顿 (Livingston, L1)，都有成一对 L 型的臂，且臂长都为 4 千米。随着探测实验技术的不断提高，LIGO 已经上线了第二代地面激光干涉实验装置，提高了探测灵敏度，对应为 aLIGO (Advanced LIGO) [82]。除 aLIGO 以外，还有其他的大型地面引力波探测器：位于意大利的 Virgo 项目 [83] (臂长 3 千米，现已升级为 aVirgo (Advanced Virgo) [13])、德国的 GEO600 项目 [84] (臂长 600 米) 等。同时，日本已正式上线运行一个臂长 3 千米的地下神岗引力波望远镜 (KAGRA) [27, 85]，该项目以前叫大尺度低温引力波望远镜 (LCGT)。目前印度正在规划的 LIGO-India [28] 也是一个地面引力波探测器。如图 2.5 [86] 显示了全球主要地面引力波探测器的位置分布。

目前，aLIGO 的第一次探测运行 (The first observing run, O1) 从 2015 年 9 月 12 日至 2016 年 1 月 19 日，只有美国的两个引力波观测站 (H1/L1) 在线运行。第二次探测运行 (The second observing run, O2) 是从 2016 年 11 月 30 日至 2017 年 8 月 1 日，在此期间 aVirgo 于 2017 年 8 月底开始组网，实现了三个观测站同时运行 (H1/L1/V1)。第三次探测运行 (O3)

²[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LIGO_schematic_\(multilang\).svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LIGO_schematic_(multilang).svg)



图 2.5 全球主要的地面引力波天文台分布图

始于 2019 年 4 月 1 日，位于日本 KAGRA 观测站将计划于 2020 年 2 月底并网参与到全球引力波的探测网络中。受疫情 (CONVID-19) 的影响，O3 提前原定计划近一个月于 2020 年 3 月 27 日终止观测运行。

aLIGO 探测器的最敏感的频率约为 150 Hz，如图 2.6 [87]³ 所示。在地球上很难探测到低于 1 Hz 的引力波，因为在该频段地球的引力成为了主要噪音源。因此，为了探测到更丰富的波源系统所发出的低频引力波 (<10Hz)，就需要避免地表噪声的影响，把激光干涉仪放入外太空中，这就是空间引力波探测器。目前，较为成熟的是美宇航局与欧航局合作的 eLISA (evolved Laser Interferometer Space Antenna) 计划，已被列入欧空局的 L3 计划，检验 eLISA 实验技术的卫星 LISA Pathfinder 运行非常成功 [88]。日本科学家提出了 DECIGO 计划，拟开展空间引力波探测。中国也在积极探讨和发展空间引力波探测计划，目前中国有两大空间引力波探测项目，一个是中国科学院的“空间太极计划” [89, 90]，已于 2019 年 8 月 31 日将我国首颗空间引力波探测技术实验卫星“太极一号”发射上天，成功实现“三步走”第一步任务目标。有最新研究表明 LISA-Taiji 的合作联网 [91] 会将使引力波的探测效率提高数个量级。另一个是中山大学的“天琴计划” [92]，在 2019 年 12 月 20 日“天琴一号”的正式入轨意味着天琴空间引力波探测计划正式进入“太空试验”阶段。这两个项目目前还都处在预研阶段，已被列入中国科学院的空间 2050 年规划和国家重大“十二五”规划建设的探索预研计划中，主要科学目标是观测双黑洞并合和极大质量比天体并合时产生的低频引力波辐射。关于中国的地面引力波探测计划，还有中科院高能物理研究所主导的“阿里计划” [93, 94] 探测原初引力波和国家天文台主持的贵州的 500 米口径球面射电望远镜 FAST 项目 [95] 通过脉冲星计时阵探测引力波，此外中科院武汉物数所也正式公布了沼山长基线原子干涉引力天线 (ZAIGA) 科学计划 [96] 通过原子干涉仪探测引力波。在上述所有的引力波探测计划中，不论是引力波源的理论模型，还是引力波信号提取和数据

³<http://gwplotter.com>

处理，都扮演着重要甚至是不可或缺的角色。

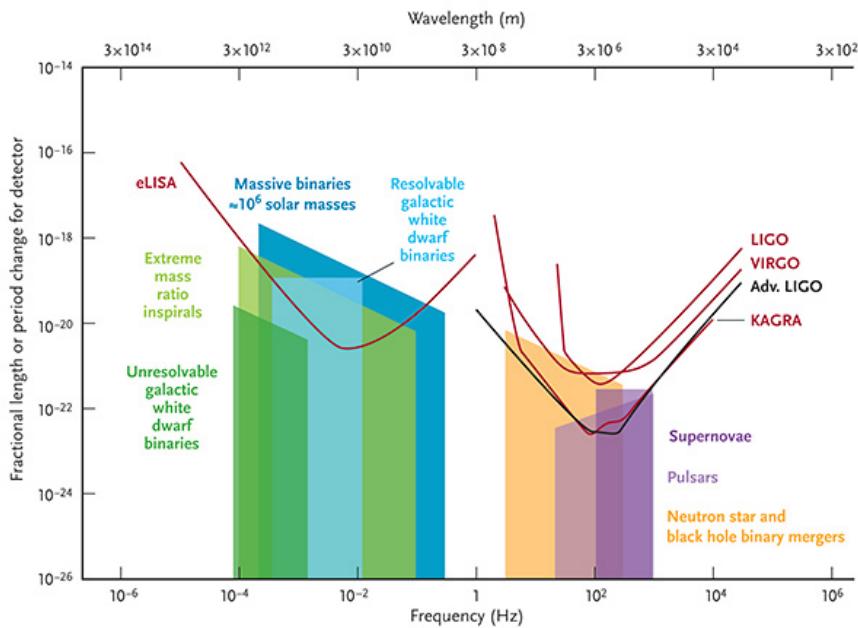


图 2.6 不同引力波波源的应变强度和引力波探测器的灵敏度曲线

2.2.3 引力波数据处理

随着引力波探测器精度的不断提高和技术的发展，对引力波探测数据结果的正确分析和解释是越来越重要的。实际上，引力波数据处理的必要性之一，就是要在收集了大量的强噪声背景数据中辨别出真实的引力波信号。对于地面引力波探测器（如 LIGO），埋在复杂且非稳态的噪声中的引力波信号是极其微弱的。在引力波探测实验的数据分析中，一般会采用匹配滤波技术提高探测的信噪比，通过预先数值模拟出引力波源产生的理论波形，把该预言的波形作为模板进行数据分析 [97]。匹配滤波技术可以在既定硬件灵敏度的基础上提高引力波探测能力约 100 倍，付出的代价是大大增加数值分析的参数空间。为了确认一个引力波信号的存在性，我们都需要非常仔细的数据分析和数据处理流程，来确保在并行搜索的每个引力波探测器中能同时找到它，并且还与探测器背景噪声相比有着统计意义上的显著性，达到引力波探测实验所需要的置信度。引力波数据处理的另一个重要目的就是为了通过对引力波所携带的信息，分析出波源的一些物理性质，包括波源的物理参数以及其演化的一些信息，从而为其他研究者提供研究依据。

在数据分析的过程中，由于引力波探测仪器的故障或其他外界干扰的存在，一般会在数据上留下一些短周期的脉冲数据流，这也是说引力波数据是非稳态（可见本章的第 2.3.1 节）的主要缘故之一。由于匹配滤波时的波形模板也都是短周期的，这就会使得出现其与脉冲噪声信号匹配的几率较大，从而导致很高的引力波探测误报率。在多数情况下，这种

短时的脉冲噪声都可以反映在探测器相关的辅助监测设施上。所以，在整个数据分析的过程中，会首先在每段数据上对数据的品质 (data quality) 特征类型做标记，为数据中任意一秒内的数据质量分级。

- 第一类数据品质 (CAT1) 是最差的一级数据，它们不能用来数据分析。这些数据会直接被排除截取掉。
- 第二类数据品质 (CAT2) 是指已知环境噪声来源或有仪器干扰时段的数据片段。例如：某强烈的地震活动等。
- 第三类数据品质 (CAT3) 是指某时段的数据片段，其引力波信号所经通道与外界环境有一些不明的统计相关性。

引力波数据上对数据品质的标记是逐级递进的，即某段数据被标记了 CAT1，则说明该段数据没有通过 CAT1 的数据品质要求，那么更高级别的数据品质也是一定没有通过的。在真实的引力波数据中，除了已知的各种环境和探测仪器会带来噪声的贡献以外（如图 2.7a [98] 所示），还存在一些短时且不清楚来源的反常噪声类型，一般我们称之为 glitch，如图 2.7b [99] 所示。Glitch 在引力波数据噪声背景中对数据分析的影响非常大，它们不仅可能会在不同的探测器上出现，目前也找不到与任何探测器环境之间的相关性。GravitySpy [48] 就是一个为了对目前所发现的 glitches 进行人工标记分类的项目，希望通过分析 glitch 来最终能消除其带来的影响。

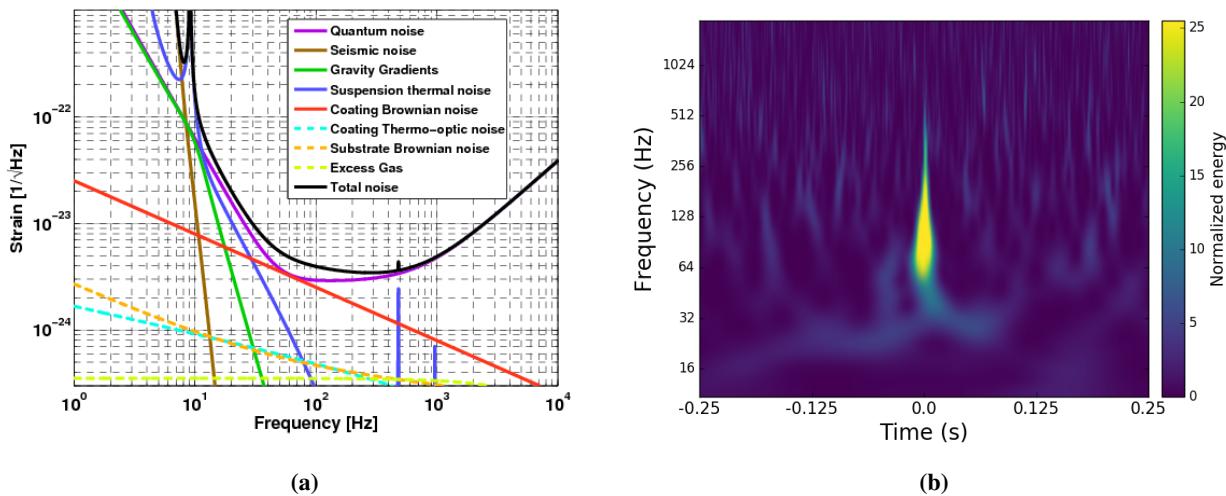


图 2.7 (a) 在 Advanced LIGO 中各种已知噪声来源的振幅-频谱图；(b) glitch 的时频图 (blip)

随着引力波天文学的兴起，目前 LIGO 科学合作组织已经在 GWOSC (Gravitational-Wave Open Science Center) [100] 在线平台上将引力波的数据公开发布。引力波时序数据以大概一个小时 (4096 秒) 为单位打包成方便的数据块 (bluk data)，不仅详细记录了对应的

GPS 时间，还明确标注了每段数据的品质等级。公开的数据所涵盖的信息非常丰富和全面，从 2005 年起的科学测试运行到 O1 和 O2 的完整数据都可以根据科研的需要打包下载，极大地方便了引力波天文学相关的科研工作者。据悉 O3 的前六个月的数据将于 2021 年 4 月份公开发布 [101]。本文所实验的所有引力波数据皆来源于 GWOSC⁴。

引力波的数据处理包括基于模板和非模板的两种处理和分析方式 [102]。本章 2.4 节介绍的匹配滤波方法就是典型的基于模板的处理方法。两种方法都是可以提取相应的波源信息，但基于模板的数据处理方法具有更强的引力波探测能力，并且在提取引力波波源信息方面更具有系统性。图 2.8 所示的是 LIGO 分别在 O1 和 O2 两次正式运行期间所使用的波形模板库⁵⁶。cWB [103] 是基于非模板处理方式的主要流水线之一。cWB 主要是通过在多探测器中寻找耦合，且显著的时频特征，来确定没有波形模板的引力波波源。PyCBC [67] 和 gstLAL⁷ [104] 等数据处理流水线是基于精确的引力波波形模板的。它们是整个 LIGO 引力波数据分析中最重要的处理方式，主要靠基于模板的数据分析方法来确定每个引力波疑似事件的置信度和波源参数估计等。由此，我们再一次看到了引力波波源理论建模的重要性，其为引力波天文学实现波源信息的提取提供了理论基础。

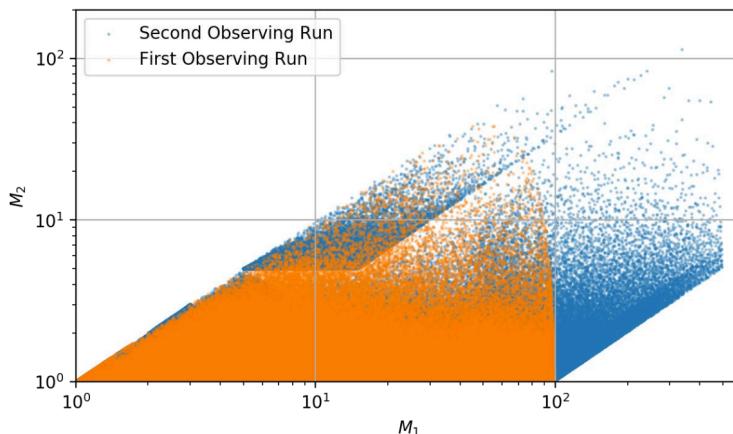


图 2.8 第一次 (O1) 和第二次 (O2) 运行期间 PyCBC 离线流水线中所使用的引力波波形模板分布

引力波探测的意义不仅是诸如对包括经典广义相对论在内的时空理论的直接验证，更在于其提供了对观测浩瀚宇宙的全新途径。这就如同观测天文学是从可见光天文学扩展到全波段天文学一样，能够极大地扩展人类的视野。另外，传统的观测天文学是完全依靠对电磁辐射的探测，而引力波天文学的兴起，则是标志着人类对宇宙观测手段已经开始超越电磁相互作用力的范畴。随着引力波观测技术的不断发展，已经引入了基于协同观测的全新

⁴<https://gw-openscience.org>

⁵O1 template banks: <https://github.com/ligo-cbc/pycbc-config/tree/master/O1/bank>

⁶O2 template banks: <https://github.com/ligo-cbc/pycbc-config/tree/master/O2/bank>

⁷<https://lscsoft.docs.ligo.org/gstlal/index.html>

研究范式——多信使天文学——的探索，未来也将进一步揭示更多关于恒星、星系以及宇宙中更多前所未有的信息。

2.3 信号处理与数据分析方法

在本节中，我们将会概述与引力波的信号处理和数据分析所相关的重要概念及其处理方法。首先，先简要地回顾一下模拟信号系统理论中与本论文相关的专题、记号和约定。考虑一个模拟信号（或时序信号）可以用一个关于时间的函数来描述，即 $x(t)$ 。关于 $x(t)$ 的傅里叶变换（Fourier transform）至频域上 $\tilde{x}(f)$ 就是该模拟信号的频谱（frequency spectrum）

$$\tilde{x}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\Omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2\pi ift} dt \quad (2.10)$$

其中 Ω 是弧度频率⁸ (radian frequency)，单位是 [radians/second]。那么通常的频率 f 与 Ω 之间的关系是 $\Omega = 2\pi f$ 。 $\tilde{x}(f)$ 的物理意义可以从其逆傅里叶变换（inverse Fourier transform）中观察到，即任意一个时序信号 $x(t)$ 都可以通过不同频率的正弦波（sinusoids）进行线性叠加得到：

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(f)e^{i\Omega t} \frac{d\Omega}{2\pi} = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(f)e^{2\pi ift} df \quad (2.11)$$

在引力波数据处理的过程当中，可操作的是离散的引力波数据序列，那么引力波探测器是如何对连续模拟数据进行采样，同时又能确保离散采样的数据信息是无损的呢？这主要是基于数字信号处理理论中的采样定理来保证的，我们将关于引力波数据的采样原理，以及其中会涉及到数据处理相关的重要概念总结在附录 A 中。对于数字信号而言，考虑时序信号 $x(t)$ 采样后为 $x[n]$ ，第 n 个采样发生在时间 $t = n/f_s$ ，其中 f_s 是采样率，因此可以给出离散傅里叶变换（discrete Fourier transform, DFT）和逆离散傅里叶变换（inverse DFT）：

$$\tilde{x}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{-2\pi i}{N} k \cdot n} x[n] \quad (2.12)$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} k \cdot n} \tilde{x}[k] \quad (2.13)$$

其中，信号采样点的数目是 N ，并且 $\{k, n\} = 0, \dots, N - 1$ 。

⁸这里是用 Ω 来代表用 [radians/sec] 为单位的物理频率 (physical frequency)；而 ω 代表用 [radians/sample] 为单位的数字频率 (digital frequency)。

2.3.1 稳态性与高斯性

从本节开始，我们将针对引力波探测器的噪声特点和弱引力波信号的提取过程，介绍本论文中会涉及到的重要数据分析概念和数据处理方法，最终逐步地构建关于引力波数据的理想探测统计量，基于匹配滤波方法实现低信噪比引力波信号的探测识别。关于引力波数据分析方法更详细的论述可参阅 [105]。

一个随机过程 (random process) 是由一串随机变量所构成的。引力波探测器中的噪声就是一个随机过程的例子，可以用一个时序序列 $x(t)$ 来表示。通常对于这样的一个时序序列，我们总是愿意关心其在时域上的统计性质。假定在某任意时刻 t 处，时序序列某取值 $x(t)$ 的概率密度函数为 p_x ，则期望值为

$$\langle x \rangle := \int x p_x(t) dt \quad (2.14)$$

如果一个随机过程的统计性质不会随着时间而改变，那么我们就称其为一个稳态的 (stationary) 随机过程。这里提到的统计性质，指的是某采样后的随机序列 $\{x_{t_1}, \dots, x_{t_k}\}$ 的联合概率分布，其等价于对于任意 τ, k 而言 $\{x_{t_1+\tau}, \dots, x_{t_k+\tau}\}$ 的联合概率分布。特别地，某二维随机变量 (x_t, x_s) 的联合概率分布仅是时域间隔 $|t - s|$ 的函数，不依赖 t 或 s 。若不那么严格的考虑，通常在引力波数据分析意义下的弱稳态 (weak stationarity) 或二次稳态性 (second-order stationarity) 会要求随机过程的平均值和方差是常数，并且自协方差 (auto-covariance) $cov(x_t, x_{t+\tau})$ 仅是 τ 的函数。若时序序列 $x(t)$ 是稳态的，则其期望值也可以改写为

$$\langle x \rangle := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dx \quad (2.15)$$

在引力波数据处理中，我们对服从高斯分布的随机过程尤为感兴趣，即高斯 (Gaussian) 随机过程，显然它也是稳态的。在引力波探测器所收集的真实数据中，背景噪声的特点往往是非高斯、非稳态的。由此可见，在引力波数据分析的过程中，对非高斯非稳态噪声的辨别并将其与引力波信号相区别是一个重要的课题。关于稳态性和高斯性的严格定义和实验验证，可以参考 [106] 的附录 C 中的描述。

2.3.2 功率谱密度

从统计意义上来说，某随机的时序信号会由它们的期望值和功率谱 (power spectrum) 来表征。简单起见，先考虑一段时长为 T 且平均值为 0 的连续信号 $x(t)$ ，有 $\langle x \rangle = 0$ 。于是，我们就可以定义该段信号的功率 (power) 为 $x^2(t)$ 在时间 T 上的积分再除以该段时间 T ，用

以体现出“平均单位时间上某信号中的能量”。如果该段信号 $x(t)$ 还是稳态的，只要时长 T 足够长，那么此段信号 $x^2(t)$ 的平均值就与其上的期望值 $\langle x^2 \rangle$ 是等价的：

$$\langle x^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt \quad (2.16)$$

如果，我们进一步定义这是一段带窗的有限信号 $x_T(t)$ 的话，即

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t) & -T/2 < t < T/2, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2.17)$$

于是，就有

$$\langle x^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x_T^2(t) dt \quad (2.18)$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{x}_T(f)|^2 df \quad (2.19)$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^{\infty} |\tilde{x}_T(f)|^2 df \quad (2.20)$$

$$= \int_0^{\infty} S_x(f) df \quad (2.21)$$

其中 $S_x(f)$ 就是信号 $x(t)$ 的功率谱密度 (power spectral density, PSD)。上面推导中的第二个等号中我们使用了帕塞瓦尔定理 (Parseval's theorem)， $\int_{-\infty}^{\infty} |x_T(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{x}_T(f)|^2 df$ ；第三个等号中我们使用了频域的对称性，即 $\tilde{x}_T(-f) = \tilde{x}_T^*(f)$ 。

从上面的推导中，我们已经定义出了引力波数据处理中最重要的概念之一：某稳态的时序序列 $x(t)$ 的功率谱密度为

$$S_x(f) := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-2\pi i f t} dt \right|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left| \tilde{x}(f) \right|^2 \mathbb{I} \quad (2.22)$$

其中，根据位于分母的 T 可知我们将“能量” (energy) 换算为了“功率” (power) 来表示其物理意义，上式也意味着给定某个频率后的功率谱密度是不依赖于时间 T 的，只依赖于频率 f 。另外，式子中的因子 2 可以解释为：我们只考虑了正频部分，因为正负频的信息是对称一致的，所以上式的定义通常也称为单边的功率谱密度 (one-sided power spectral density)。

经过采样后，对于一个离散时间序列 $x[n], n = 0, \dots, N-1$ 来说，采样率为 $f_s = 1/\Delta t = N/T$ ，于是离散的单边功率谱密度就可以表示为：

$$S[k] = \frac{2}{N dt} \left| \sum_{n=0}^{N-1} e^{-2\pi i \frac{kn}{N}} x[n] \right|^2 = \frac{2dt}{N} \left| \tilde{x}[k] \right|^2 \quad (2.23)$$

其中，单边 PSD 的正频范围 $k = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor$ ，其与附录 A 中的定义是一致的，即对应于 $f = [0, 1, \dots, N/2 - 1]/T$ 。

另外值得一提的是，功率谱密度的量纲是 $[S[k]] = [dt^2/T] \frac{1}{Hz}$ 。也就是说，PSD 的单位是 $[x(t)] \cdot [\frac{1}{Hz}]$ 。此外，另一个常用于表征一段时序信号的统计概念是振幅谱密度 (Amplitude spectral density, ASD)，其与 PSD 之间的关系是 $[ASD] = \sqrt{[PSD]}$ 。在上一节中曾谈到服从高斯分布的随机噪声是稳态的，在本章的第 2.4 节中可以证明其功率谱密度是一个不依赖于频率的常数。所以，我们将功率谱密度在频域上为常数值的随机噪声称为白噪声 (white noise)，功率谱密度不为常数值的随机噪声称为有色噪声 (coloured noise)。

为了章节的完整性和后文的需要，这里还需要介绍功率谱密度的两个重要性质：

- 对于一个稳态过程来说，单边的功率谱密度等价于自相关 (autocorrelation) 函数 $R_x(\tau)$ 的傅里叶变换的 2 倍，

$$S_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau \quad (2.24)$$

其中， $R_x(\tau) = \langle x(t)x(t+\tau) \rangle$ 。证明可见附录 B。值得注意的是，稳态过程中随机变量的自相关函数是一个只依赖于时间平移 τ ，不依赖于时间 t 的函数。

- 功率谱密度可以由对应频域分量的期望值来表示，即有：

$$\langle \tilde{x}^*(f') \tilde{x}(f) \rangle = \frac{1}{2} S_x(f) \delta(f - f') \quad (2.25)$$

证明可见附录 B。

根据上述的两个功率谱密度性质，在后文中我们会据此不仅实现了匹配滤波算法的推导，还会为我们开发 MFCNN 模型算法带来灵感和启发。

2.3.3 能谱泄露与白化

在本小节中，我们将介绍引力波信号处理中常规的两个数据标准化预处理过程：加窗和白化。在前文中，我们曾谈到关于引力波数据的处理总是会放在频域中来考察，然而并不能直接对有限的时序数据直接做傅里叶变换，因为这存在“能谱泄露” (spectral leakage) 的问题。在通常的傅里叶变换计算中，实际上是做了周期性延拓，因为数据处理都是在有限时间段或采样点内完成的，而数学上的傅里叶变换所要求的是时间从负无穷到正无穷的积分，因此就不得不需要做延拓。但是周期性的延拓会造成时域中的突变点，从而会对频谱产生明显的影响，即所谓能谱泄露。该影响大小依赖于有限时域信号边界上的不连续程度，所以通常用加窗 (windowing) 的办法来将这种不连续最小化，以实现在时域上局域化的傅里叶变换。

在数学上，最简单的窗函数是矩形窗 (Rectangle window)

$$w(t) \equiv \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2.26)$$

可以看到，其无非是将 $[0, T]$ 区间之外的信号都设为 0。在引力波数据处理中，其他常用的窗函数还有：

- 三角窗 (Triangular window)

$$w(t) \equiv 1 - |2t/T - 1| \quad (2.27)$$

- 汉宁窗 (Hann window)

$$w(t) \equiv \frac{1}{2}(1 - \cos(2\pi t/T)) \quad (2.28)$$

- 图基窗 (Tukey window)

$$w(t) \equiv \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi}{r} \frac{t}{T} \right) \right], & 0 \leq \frac{t}{T} \leq \frac{r}{2} \\ 1, & \frac{r}{2} \leq \frac{t}{T} \leq 1 - \frac{r}{2} \\ \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{r} \left[\frac{t}{T} - \left(1 - \frac{r}{2} \right) \right] \right) \right], & 1 - \frac{r}{2} \leq \frac{t}{T} \leq 1 \end{cases} \quad (2.29)$$

- 布拉克曼窗 (Blackman window)

$$w(t) = 0.42 - 0.5 \cos(2\pi t/T) + 0.08 \cos(4\pi t/T) \quad (2.30)$$

上述所有窗函数都会将信号区间两端的采样数值压缩为 0，如图 2.9a 所示。图基窗公式 (2.29) 中的参数 $r = 0$ 时会退化为矩形窗式 (2.26)， $r = 1$ 时会退化为汉宁窗 (2.28)。在数字信号处理中，关于其他常见的窗函数及其讨论可参阅 [107, 108]。

对于一个给定的时序序列 $x(t)$ 和某窗函数 $w(t)$ ，我们可以定义加窗后的 (windowed) 时序序列 $x_w(t)$ 为

$$x_w(t) \equiv w(t)x(t) \quad (2.31)$$

在上式中，窗函数与时序信号在时域上的乘积，等价于窗函数和信号傅里叶变换后在频域上的卷积操作

$$\tilde{x}_w(f) = \int_{-\infty}^{\infty} df' \tilde{x}(f - f') \tilde{w}(f') \quad (2.32)$$

由于窗函数 $w(t)$ 在时域上是紧支撑的 (compact support)，所以频域上 $\tilde{w}(f)$ 是非紧的 (infinite support)。这意味着任何窗函数作用下的时序信号在频域上总会有能谱泄露现象。能谱泄

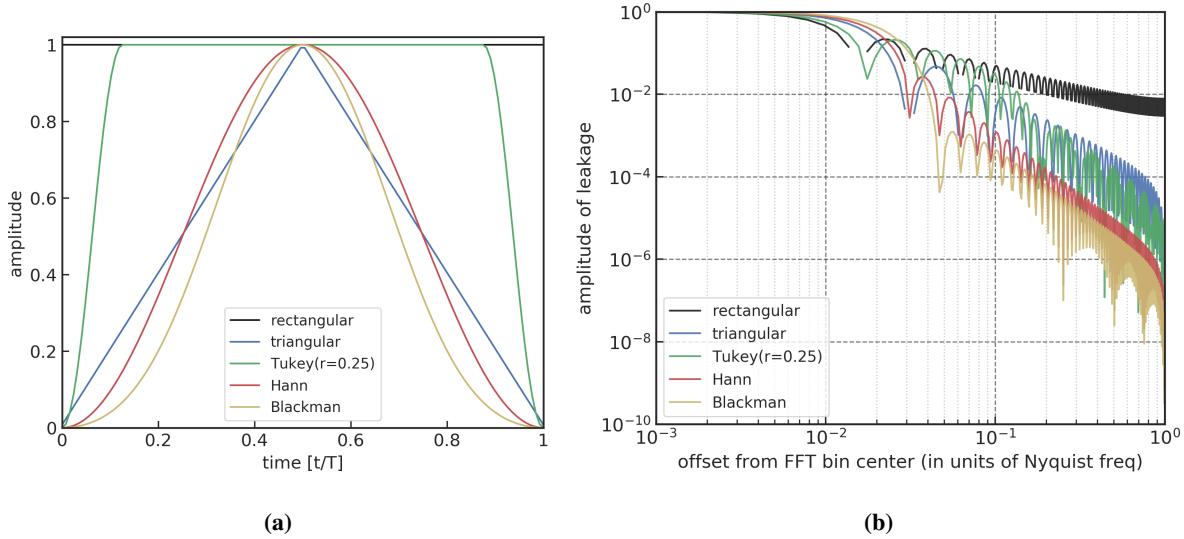


图 2.9 (a) 不同窗函数的时域图像 (b) 以 Nyquist frequency 为单位频域, 不同窗函数能谱泄露的幅度

露的影响对于不同的窗函数也有所差异, 如图 2.9b 所示的不同窗函数在 Nyquist frequency $f_N \equiv 1/(2\Delta t)$ 频域上归一化的能谱泄露幅度 ($|\tilde{w}(f)|/|\tilde{w}(0)|$)。可以看到, 所有窗函数中能谱泄露最严重的是矩形窗, 而汉宁窗和布拉克曼窗在高频区域的能谱表现最好。一般来说, 需要在时域信号的信息损失与频域上的能谱泄露问题之间找到合适的平衡。图基窗可以通过参数的调节, 给出时域信息损失最少, 且频域上也对随机引力波数据背景表现良好的平衡点。对于随机引力波背景 LIGO 数据而言, 实现能谱泄露少且时域信息损失小的办法是可以使用相互重叠 50% 的汉宁窗 [109]。

在引力波信号处理中, 对探测器噪声的估计和数据处理是最重要的环节。在实际的引力波数据环境中, 引力波噪声的功率谱密度是关于时间和频率的函数, 即是非稳态和非高斯的, 亦是有色的噪声。所以为了对探测器噪声进行估计和消除, 就非常有必要对数据进行“去色”处理, 即所谓白化 (whitening) [110–112]。

白化过程的处理目标是要去掉所有与探测器噪声的相关性, 最终得到一个稳态且高斯的白噪声功率谱。除了对噪声进行估计分析外, 白化还对后续的匹配滤波是非常重要的, 因为在一个信噪比非常低的噪声环境中进行模板匹配时, 背景噪声是白噪声才能让匹配滤波算法发挥真正的作用。

在频域上, 白化过程可以如下表示:

$$\hat{\tilde{x}}_w(f) = \frac{1}{\sqrt{S_x(f)}} \cdot \tilde{x}_w(f) \quad (2.33)$$

值得注意的是, 任何时序序列在经过一个白化滤波器之前, 都需要先经过加窗的过程, 以抑制序列边界的不连续性所带来的能谱泄露。

在实际意义上，实现一个理想的白化滤波器是很困难的。这主要是由于噪声的非高斯、非稳态等特点所带来的复杂性，从而造成对 PSD 的估计偏差，最终会影响对引力波数据白化操作的效果。由此可见，对数据的噪声估计是非常具有挑战性的，因为在引力波探测器噪声中，可能会长达数十秒以上的数据都是非稳态的，所以很难从局部数据上概括引力波探测器噪声能谱的一般特征。目前，关于开发 PSD 的估计算法已经产生了很多有价值的工作 [46, 103, 113–115]，尤其是引起我们注意的是 BayesLine 算法 [116]，这是一个基于贝叶斯推断，对能谱进行参数化拟合的算法模型。据悉由于该算法具有较为良好的噪声估计和白化滤波表现 [117]，已经成为诸多 LIGO 数据处理流水线的主流的 PSD 估计算法。

2.3.4 时域信号平移

对引力波数据的噪声分析，通常需要花费很大的时间和精力，从而为了尽可能的降低事件误报率，提高引力波探测的置信度。除了白化这种为了扣除背景噪声影响的方法以外，另一种只为了得到单纯噪声信息的数据处理方法就是时域信号平移 (time-slides 或 time-shifted) 方法 (可参考 Paul Thomas Baker 的博士论文 [118] 中的 4.3 节)。

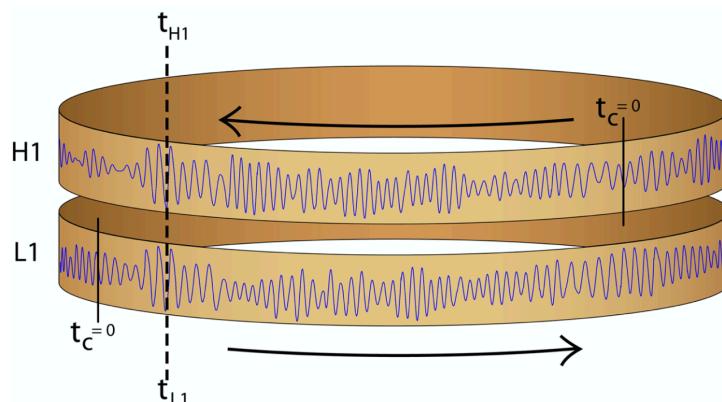


图 2.10 时域信号平移技术的示意图

Time-slides 方法是充分利用了真实引力波事件信号在不同的引力波探测器中是唯一可信的信号偶合事件，通过不断时域平移后可获得附近各类偶合噪声的统计显著性，进而可以估计引力波事件信号的误报率。经过对不同探测器的时域平移后，使得各个探测器的数据在 GPS 时域上是错位的，如图 2.10 所示 [118]。我们会通过把数据的首尾相互连接成为环状，用以确保每次时域平移后的数据都包含了相等的长度。假设噪声源是完全独立的，那么对于身处异地的不同探测器来说，时域平移就可以提供很好的偶合噪声事件估计。如此偶合在一起的多频道探测数据上再进行引力波事件搜寻，就可以说找到的引力波事件全都是噪声引起的，亦所谓的纯噪声 (pure noise) 数据。此外，时域平移方法也是扩展数据量

的一种有效手段，通过扩充疑似事件附近数几天的数据到数几年的数据后，根据背景噪声偶合事件数目来估计引力波疑似事件的误报率和置信度。

不过时域平移技术也一定的有局限性 [119–121]。随着 time-slides 的数目增多，误报率估计的误差会趋于饱和。再者，基于匹配滤波的数据处理流水线为了达到 5σ 的背景噪声估计，对一个疑似信号至少要将 time-slides 数目在 1744278 次偶合以上才能确保达到足够的置信度。可见，这对计算的需求也是很大的。

2.4 匹配滤波技术

在本节中，我们将介绍引力波数据处理中非常重要的匹配滤波技术 [122]，它是一种依赖于精确理论模板提供的信号搜寻技术。这也是目前地面引力波探测器搜索原始振幅远低于背景噪声平均振幅的引力波信号搜寻方法。我们将会在上一节介绍的信号数据处理方法的基础上，从引力波信号探测为动机出发，进而从信号与噪声的概率密度分布引向理想探测统计量的定义，再从合理假设下的探测统计量给出匹配滤波信噪比的含义。

假定引力波探测器给出的时序数据流 (data flow) 用 $d(t)$ 来表示，并且它是由加性的 (additive) 探测器噪声 $n(t)$ 和某引力波时域信号 $h(t)$ 组合而成：

$$d(t) = n(t) + h(t) \quad (2.34)$$

在引力波探测器所给定的灵敏度下，可被探测到的引力波频段在时域上会被背景噪声所淹没的，即有 $|h(t)| \ll |n(t)|$ 。而匹配滤波的数据处理方法是将微弱的信号从强噪声中挖掘出来的强有力手段，由此成为了引力波探测技术中非常重要的理想滤波 (optimal filtering) 信号处理手段 [106]，其目的是：

1. 在一定的误报率下，要最大化引力波信号的探测概率；
2. 基于统计分析方法，要最大化信号与噪声之比；
3. 探测统计量应有方差极小值，并且是无偏估计的。

在本小节中，我们将会从稳态噪声的统计特性出发，根据贝叶斯定理，给出匹配滤波技术中合适的探测统计量，并由此将低信噪比信号从噪声中挖掘出来。

2.4.1 匹配滤波内积

首先，我们直接来谈理想情况下的信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR)，即给出最佳的匹配滤波信噪比 (optimal matched-filtering SNR) 的推导 [123]。根据本章的第 2.3.2 节中所介

绍的，我们可以给出某段时序数据 $d(t)$ 的双边的功率谱密度 (亦维纳一辛钦定理，Wiener-Khinchin theorem) 为

$$G_d(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_d(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau \quad (2.35)$$

其中，自相关函数是

$$R_d(\tau) = \langle d(t)d(t+\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T d(t)d(t-\tau) dt \quad (2.36)$$

可以留意到，自相关函数 $R_d(\tau)$ 与自卷积操作的联系非常密切，我们将会在第六章中充分利用这一点给出基于卷积神经单元定义的功率谱密度。

对于纯信号的功率谱，根据 Parseval 定理并令维纳一辛钦定理 (Wiener-Khinchin theorem) 中的 $\tau = 0$ ，我们就可以得到一个更简单的定义来表示其双边的功率谱密度 (见第 2.3.2 节)：

$$G_d(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle |\tilde{h}(f)|^2 \rangle \quad (2.37)$$

其中， $\tilde{h}(f)$ 是信号经过傅里叶变换后在频域上的分量，而 $\langle |\tilde{h}(f)|^2 \rangle$ 表示的是 $\tilde{h}(f)$ 上每个频域分量模平方的期望值， $1/T$ 体现的是信号频率的“分辨率”。换句话说，功率谱密度可以成为信号在单位频率域上信号能量的一种量度。另外，正如在第 2.3.2 节中所介绍的，我们通常使用单边的功率谱密度 $S(f)$ 来表示：

$$S(f) = 2G(f), f > 0 \quad (2.38)$$

为了比较信号与噪声相互之间的强度差异，即信噪比 ρ ，我们考虑一个纯信号的功率谱密度 $G_d(f)$ 与某纯噪声的功率谱密度 $G_n(f)$ 之比并在频域上积分后的无量纲数值，以此定义最佳信噪比 (optimal SNR)：

$$\rho_{opt}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_d(f)}{G_n(f)} df = 2 \int_0^{\infty} \frac{G_d(f)}{G_n(f)} df = 2 \int_0^{\infty} \frac{\tilde{h}^*(f)\tilde{h}(f)}{G_n(f)} df = 4 \int_0^{\infty} \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_n(f)} df \quad (2.39)$$

由于上式中 ρ_{opt}^2 正比于 PSDs 之比，所以信噪比 ρ_{opt} 就正比于 ASDs 之比。这也就意味着对于某频段信号的信噪比，可以通过观察信号在某一频段上与探测器噪声的 ASD 之比的 $\sqrt{2}$ 倍即可快速估算出来。

受公式 (2.39) 的启发，我们可以如下定义关于两个任意时序序列 $a(t)$ 和 $b(t)$ 的内积：

$$\langle a|b \rangle := 4 \Re \int_0^{\infty} \frac{\tilde{a}(f)\tilde{b}^*(f)}{S_n(f)} df \quad (2.40)$$

$$= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{a}(f)\tilde{b}^*(f)}{S_n(|f|)} df \quad (2.41)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{a}(f)\tilde{b}^*(f) + \tilde{a}^*(f)\tilde{b}(f)}{S_n(|f|)} df \quad (2.42)$$

在上式中，位于分母的 S_n 相当于是对两个时序序列分别在频域上做了噪声加权 (noise-weighted)，或者说先在频域上进行白化操作。在第六章中，我们会把这个内积运算进一步拆解为两个步骤分布完成，并且分别用卷积神经单元来表示。

到此，我们就启发式地引出最佳匹配滤波信噪比的定义 $\rho_{\text{opt}} = \sqrt{\langle h|h \rangle}$ 。在后文中我们会进一步地看到，在稳态背景噪声下内积 $\langle d|h \rangle$ 就是一个理想的探测统计量。并且可以自然地推导出最佳匹配滤波信噪比在统计意义下的物理图像。

2.4.2 稳态噪声的概率分布

首先，我们考虑噪声 $n(t)$ 是一个均值为 0 且高斯的稳态随机过程 (stochastic process)，即一段时长为 T ，时间间隔为 Δt ，采样后的噪声信号是 $n[j], j = 0, 1, \dots, N - 1$ ，总采样点数目为 $N = T/\Delta t$ ，其对应的随机样本点的概率分布函数是

$$p_n(n[j]) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^N \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=0}^{N-1} n[j]^2 \right\} \quad (2.43)$$

其中， σ 为方差。正如本章的第 2.3.2 节中所谈到的，在稳态噪声中，随机变量的自相关函数是仅依赖于时间平移的，即有 $R_x(\tau) = \langle x(t)x(t + \tau) \rangle \propto \delta$ 。根据该常数正比的关系，我们就可以给出离散稳态高斯随机过程的自相关函数是 $R_{jk} = \langle n[j]n[k] \rangle = \sigma^2 \delta_{jk}$ 。由此，根据功率谱密度的性质 (2.24)，我们就可以给出高斯噪声的功率谱密度为

$$S_n(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_n(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 2\sigma^2 \Delta t \quad (2.44)$$

在上式中，我们考虑了连续积分的近似极限 $\Delta t \rightarrow 0$ 有

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{j=0}^{N-1} x[j]^2 \Delta t = \int_0^T x^2(t) dt \approx \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{x}(f)|^2 df \quad (2.45)$$

我们还注意到，当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，白噪声的功率谱密度确实是一个常数值。因此我们之后将该噪声功率谱 $S_n(f)$ 写作 S_n 。

下面我们考察高斯白噪声的概率密度函数。由于在极限 $\Delta t \rightarrow 0$ 下，白噪声的功率谱 $\sigma^2 \Delta t$ 在任何一段频谱带宽 Δf 中都是常数值 (换句话说，离散采样的时序序列的方差是只

依赖于采样间隔的), 我们有

$$p_n(n[j]) \propto \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=0}^{N-1} n[j]^2 \right\} \quad (2.46)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2 \Delta t} \sum_{j=0}^{N-1} n[j]^2 \Delta t \right\} \quad (2.47)$$

$$= \exp \left\{ -\frac{1}{S_n} \int_0^T n(t)^2 dt \right\} \quad (2.48)$$

$$\approx \exp \left\{ -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\tilde{n}(f)|^2}{S_n} df \right\} \quad (2.49)$$

$$= \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{|\tilde{n}(f)|^2}{S_n} df \right\} \quad (2.50)$$

又由于有色噪声 $n_c(t)$ 与白噪声 $n(t)$ 之间有关系: $\tilde{n}_c(f) = K(f)\tilde{n}(f)$ 和 $S_c(f) = |K(f)|^2 S_n(f)$ 。因此, 我们得到了(无论是白还是有色) 稳态噪声 $n(t)$ 的概率分布函数与噪声的自内积之间的关系:

$$p_n(n) \propto e^{-\langle n|n \rangle / 2} \quad (2.51)$$

由此可见, 稳态随机噪声的概率分布密度是一个仅依赖于噪声内积的函数。

2.4.3 理想探测统计量

下面我们来讨论, 当噪声的统计特性已知晓且某信号的波形也确切清楚的情况下, 通过量化某段数据中包含有某信号的概率似然 [122], 构建一个理想的探测统计量 (optimal detection statistic)。

我们可以将该问题放在贝叶斯统计的框架下考虑。假定我们要区分如下的两个事件假设:

$$\mathcal{H}_0 : d(t) = n(t) \quad (2.52)$$

$$\mathcal{H}_1 : d(t) = n(t) + h(t) \quad (2.53)$$

其中, $n(t)$ 对应的是引力波探测器所记录下的随机噪声, $h(t)$ 是某已知的引力波波形, $d(t)$ 就是某段引力波数据。所以, 我们的目标是要考察给定 $d(t)$ 的条件下, 事件 \mathcal{H}_1 发生的概率, 即 $P(\mathcal{H}_1|d)$ 。

根据贝叶斯定理和全概率公式，有

$$P(\mathcal{H}_1|d) = \frac{P(\mathcal{H}_1)P(d|\mathcal{H}_1)}{P(d)} \quad (2.54)$$

$$= \frac{P(\mathcal{H}_1)P(d|\mathcal{H}_1)}{P(d|\mathcal{H}_1)P(\mathcal{H}_1) + P(d|\mathcal{H}_2)P(\mathcal{H}_2)} \quad (2.55)$$

$$= \frac{\Lambda(\mathcal{H}_1|d)}{\Lambda(\mathcal{H}_1|d) + P(\mathcal{H}_2)/P(\mathcal{H}_1)} \quad (2.56)$$

$$= \frac{O(\mathcal{H}_1|d)}{O(\mathcal{H}_1|d) + 1} \quad (2.57)$$

其中，分别定义了似然率 (likelihood ratio) $\Lambda(\mathcal{H}_1|d)$ 和比值比 (odds ratio) $O(\mathcal{H}_1|d)$:

$$\Lambda(\mathcal{H}_1|d) := \frac{P(d|\mathcal{H}_1)}{P(d|\mathcal{H}_0)} \quad (2.58)$$

$$O(\mathcal{H}_1|d) := \frac{P(\mathcal{H}_1)}{P(\mathcal{H}_0)} \Lambda(\mathcal{H}_1|d) \quad (2.59)$$

可见当考虑给定数据 $d(t)$ 时的事件假设 \mathcal{H}_1 会发生的概率，可以等价的考察其比值比 $O(\mathcal{H}_1|d)$ 即可。又因为比值比 $O(\mathcal{H}_1|d)$ 与似然率 $\Lambda(\mathcal{H}_1|d)$ 之间关于先验比值比 $P(\mathcal{H}_1)/P(\mathcal{H}_0)$ 是呈正比的，并且其并不依赖于给定的数据 $d(t)$ 。所以我们可以通过考察似然率 $\Lambda(\mathcal{H}_1|d)$ 来确定事件概率 $P(\mathcal{H}_1|d)$ 。

假设噪声 $n(t)$ 是稳态的，我们就可以分别计算得到事件假设 \mathcal{H}_0 (其中 $n(t) = d(t)$) 和 \mathcal{H}_1 (其中 $n(t) = d(t) - h(t)$) 上的概率分布密度：

$$p(d|\mathcal{H}_0) = p_n[d(t)] \propto e^{-\langle d|d \rangle / 2} \quad (2.60)$$

$$p(d|\mathcal{H}_1) = p_n[d(t) - h(t)] \propto e^{-\langle d-h|d-h \rangle / 2} \quad (2.61)$$

由此，我们可以计算似然比 $\Lambda(\mathcal{H}_1|d)$ ，即含有信号的数据 \mathcal{H}_1 中噪声部分的概率分布密度与不含有信号 \mathcal{H}_0 的噪声中概率分布密度之比：

$$\Lambda(\mathcal{H}_1|d) = \frac{p(d|\mathcal{H}_1)}{p(d|\mathcal{H}_0)} = \frac{p_n[d(t) - h(t)]}{p_n[d(t)]} = \frac{e^{-\langle d-h|d-h \rangle / 2}}{e^{-\langle d|d \rangle / 2}} = e^{\langle d|h \rangle} e^{-\langle h|h \rangle / 2} \quad (2.62)$$

从上式可知，对于某波形信号 $h(t)$ 而言，似然比是一个只依赖于给定数据 $d(t)$ 的统计指标。并且似然比 (以及比值比) 关于内积 $\langle d|h \rangle$ 都是单调递增的。由此，我们得知内积

$$\langle d|h \rangle = 4\Re \int_0^\infty \frac{\tilde{d}(f)\tilde{h}^*(f)}{S_n(f)} df \quad (2.63)$$

是一个理想的信号探测统计量 (optimal detection statistic)，称之为匹配滤波 (matched filter)。只要给内积 $\langle d|h \rangle$ 设定某一阈值，就可以对噪声中是否含有某理想的匹配信号假设为真的程度给出定量的衡量。

2.4.4 振幅未知的模板匹配滤波

若我们已知某模板波形 $g(t)$, 对于假设 \mathcal{H}_A 来说, 数据 $d(t)$ 中埋有某未知幅度大小 A 的信号 $h(t; A) = Ag(t)$, 可以给出其对数似然比为

$$\ln \Lambda(\mathcal{H}_A | d) = \ln (p(d|\mathcal{H}_A)/p(d|\mathcal{H}_0)) \quad (2.64)$$

$$= \langle d|h(A) \rangle - \frac{1}{2} \langle h(A)|h(A) \rangle \quad (2.65)$$

$$= A\langle d|g \rangle - \frac{1}{2}A^2\langle g|g \rangle \quad (2.66)$$

显然, 最大化该似然比的振幅 A_{\max} , 可以通过对该振幅参数求导取极值即可给出:

$$A_{\max} = \frac{\langle d|g \rangle}{\langle g|g \rangle} \quad (2.67)$$

由此, 我们就可以得知模板波形信号在未知振幅时, 最大对数似然率的探测统计:

$$\ln \Lambda(\mathcal{H}_{A_{\max}} | d) = \frac{1}{2} \frac{\langle d|g \rangle^2}{\langle g|g \rangle} \quad (2.68)$$

在上述例子当中, 某引力波信号 $h(t; A) = Ag(t)$ 有着确定已知的波形 $g(t)$ 但是未知其振幅大小 A , 最大对数似然率公式 (2.68) 所对应的最可能的振幅由公式 (2.67) 所确定。我们通常将 $g(t)$ 称为引力波波形的模板 (tempalte), 其与待探测的信号 $h(t)$ 是呈正比的, 并且内积 $\langle d|g \rangle$ 与 $\langle d|h \rangle$ 之间只相差一个常数因子。下面我们来讨论内积 $u = \langle d|g \rangle$ 的统计特点, 进而给出最佳匹配滤波信噪比的定义。

假设在一段纯噪声的引力波数据中, 即 $d(t) = n(t)$, 我们考察 u^2 的期望 (假设 $\langle u \rangle = 0$):

$$\langle u^2 \rangle = \left\langle \left(2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{n}(f)\tilde{g}^*(f)}{S_n(|f|)} df \right) \left(2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{n}^*(f')\tilde{g}(f')}{S_n(|f'|)} df' \right) \right\rangle \quad (2.69)$$

$$= 4 \int_{-\infty}^{\infty} df \int_{-\infty}^{\infty} df' \frac{\langle \tilde{n}^*(f')\tilde{n}(f) \rangle \tilde{g}^*(f)\tilde{g}(f')}{S_n(|f|)S_n(|f'|)} \quad (2.70)$$

$$= 4 \int_{-\infty}^{\infty} df \int_{-\infty}^{\infty} df' \frac{\frac{1}{2}S_n(|f|)\delta(f-f')\tilde{g}^*(f)\tilde{g}(f')}{S_n(|f|)S_n(|f'|)} \quad (2.71)$$

$$= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\tilde{g}(f)|^2}{S_n(|f|)} df \quad (2.72)$$

$$= \langle g|g \rangle \quad (2.73)$$

其中, 使用了功率谱密度性质 (2.25)。从上式中可以看到, 模板匹配滤波 $u = \langle d|g \rangle$ 的方差 $\sigma_n^2 = \text{Var}(u) = \langle g|g \rangle$ 。换言之, 在没有引力波信号的纯噪声环境下, 探测统计量 u 服从零均值且方差为 $\sigma_n^2 = \langle g|g \rangle$ 的高斯随机分布。

类似的，若引力波数据中存在引力波信号时，即 $d(t) = n(t) + h(t; A) = n(t) + Ag(t)$ ，由模板匹配滤波所表达的探测统计量 u 的均值和方差是

$$\langle u \rangle = \langle \langle d|g \rangle \rangle = \langle \langle n, g \rangle \rangle + \langle h|g \rangle = A\langle g|g \rangle = A\sigma_n^2 \quad (2.74)$$

$$\langle u^2 \rangle = \langle \langle d|g \rangle^2 \rangle = \langle [\langle n|g \rangle + \langle h|g \rangle]^2 \rangle \quad (2.75)$$

$$= \langle \langle n|g \rangle^2 \rangle + 2\langle h|g \rangle \langle \langle n|g \rangle \rangle + \langle h|g \rangle^2 \quad (2.76)$$

$$= \sigma_n^2 + A^2\sigma_n^4 \quad (2.77)$$

$$\text{Var}(u) = \langle u^2 \rangle - \langle u \rangle^2 = (\sigma_n^2 + A^2\sigma_n^4) - (A\sigma_n^2)^2 = \sigma_n^2 \quad (2.78)$$

从上式中可以看到，引力波数据中含有对应波形信号时，模板的探测统计量 $u = \langle d|g \rangle$ 服从的是均值为 $A\sigma_n^2$ 且方差为 σ_n^2 的高斯随机分布。如此一来，就可以理解上述波形幅度的最大似然 $A_{\max} = \langle d|g \rangle / \langle g|g \rangle$ 的期望是 $\langle A_{\max} \rangle = A$ 。

到此我们就可以自然地定义匹配滤波的信号与噪声之比 (matched filtering signal-to-noise ratio) 为

$$\rho := \frac{u}{\sigma_n} = \frac{\langle d|g \rangle}{\sqrt{\langle g|g \rangle}} \quad (2.79)$$

可以看到， ρ 是一个归一化的匹配滤波探测统计量。当引力波数据是不含信号的纯高斯噪声时，信噪比 ρ 服从均值为 0 ($\langle \rho \rangle = 0$) 且方差为 1 ($\text{Var}(\rho) = 1$) 的高斯随机分布。当数据中含有一个信号 $h(t) = Ag(t)$ 时，信噪比 ρ 的均值期望为 $\rho_{\text{opt}} = \langle \rho \rangle = A\sigma_n = \sqrt{\langle h|h \rangle}$ 。由此可见，在本章的第 2.4.1 节中，我们基于信号与噪声的能谱之比所定义的最佳匹配滤波信噪比 ρ_{opt} ，正对应于匹配滤波信噪比 ρ 作为探测统计量的期望值。在本文中，未特别说明的情况下，我们都会基于 ρ_{opt} 的信噪比定义来混合引力波模板波形和噪声数据。为了以示区别，用符号 ρ_{mf} 来表示由公式 (2.79) 所定义的匹配滤波信噪比。在第五章中，我们将会对这两种不同信噪比定义与模板波形幅度之间的关系会进一步相关研究。

2.4.5 到达时间未知的模板匹配滤波

假设引力波数据中含有一个已知波形模板 $g(t)$ ，但未知振幅 A 和未知到达时间 t_0 的信号 $h(t) = Ag(t - t_0)$ ，该信号的傅里叶变换为

$$\tilde{h}(f) = A\tilde{g}(f)e^{-2\pi ift_0} \quad (2.80)$$

由此，我们可以计算其探测统计量 (即匹配滤波内积)

$$\langle d|h \rangle = 2A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{d}(f)\tilde{g}^*(f)}{S_n(|f|)} e^{2\pi ift_0} df = A\langle d|g \rangle(t_0) \quad (2.81)$$

上式中，我们已经定义了一个含时的内积：

$$\langle d|h \rangle(t) := 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{d}(f)\tilde{h}^*(f)}{S_n(|f|)} e^{2\pi i f t} df \quad (2.82)$$

它可以表示为在各种可能的到达时间 t 下匹配滤波内积的时间序列。所以，我们就可以进一步将信噪比的定义推广到含时的匹配滤波信噪比 $\rho_{\text{mf}}(t)$ ：

$$\rho_{\text{mf}}(t) := \frac{|\langle d|h \rangle(t)|}{\sqrt{\langle h|h \rangle}} \quad (2.83)$$

由此可见，最大似然探测统计对应于在给定时间区间上 ρ_{mf} 的最大值。到达时间的估计也就对应于该最大值所对应的时间 $t_{\text{peak}} = t_0$ ，而波形幅度即为相应的最大似然估计 $A_{\max} = \rho(t_{\text{peak}})$ 。通过卷积定理，我们会进一步推广含时的匹配滤波信噪比公式 (2.83) 用时域卷积的方式来表达，进而通过构造卷积神经单元来实现匹配滤波机制。为了确保内容的一致性，我们对相关理论的介绍和推导，放在第六章中再讨论。

关于匹配滤波技术，还有很多内容和技术细节可以讨论，诸如不同波形模板下的最大似然匹配、模板的参数估计、 χ^2 估计等等。由于相关的讨论与本论文的研究课题交叉甚少，所以不在此进一步展开和概述，详细可参阅 [97, 122]。

2.5 总结与结论

在本章，我们主要概述了引力波探测技术以及引力波数据分析理论的重要概念。在引言中，我们从真空弱场近似下的广义相对论中引力波的数学描述，得出需要探测到引力波的两种振荡模式以其对应的时空应变规律。在第二部分中，我们对引力波探测计划中的三个重要领域：波源建模、探测实验和数据处理三个部分做了较详细的介绍，阐述了在引力波探测计划中各个环节的研究背景、现状和价值。其中，引力波数据分析方面是本论文所涉及的主要研究领域。在第三部分中，我们着重介绍与本文密切相关的信号处理概念和基本数据处理方法，以有助于读者理解相关的数据处理流程和引力波数据的特点。在第四部分中，我们详细的介绍了基于模板波形的匹配滤波技术，从引力波噪声背景的统计特点出发，基于贝叶斯理论构建了合适的统计探测量，以此来定义最终的匹配滤波信噪比。

近年来，引力波探测技术已经得到了长足的发展，尤其是深度学习技术的引入为引力波理论建模和数据分析等方面开辟了全新的思考途径。随着越来越多的研究成果出现，基于机器学习、深度学习的引力波信号处理和算法建模等相关领域的交叉和综合会越来越多。相信未来深度学习系统在引力波天文学领域会取得更大的进展和更多的突破。

第三章 深度学习的理论基础

3.1 引言

在本章，我们将会对深度学习的主要概念做一个简要的概述，这包含机器学习方法、人工神经网络和卷积神经网络等内容。

绝大多数的算法在其设计之初都是用来实现某一特定任务的。若想将其重用在其他任务目标的话，都会需要非常庞大繁杂的代码修改和理论完善工作，使得可以与目标任务相匹配。然而，机器学习就是一类很特殊的算法，它们可以从大量的数据样本中学习 (learn) 并解决一些新的问题，即使没有被显式编程过。这使得在依据不同的数据背景上，可以训练相同的算法模型应用在不同的应用领域上 [49]。更重要的是，有些机器学习算法能够处理人类可以凭直觉就可以解决但是却很难显式编程或定义的任务，因此，人们会经常称之为“人工智能” [49]。

机器学习有两个很重要的分类：监督学习和非监督学习。在监督学习中，算法会从已被正确标注的数据中学习，然而非监督学习算法是不得不从非结构化且未被标注的数据中学习模式 [124]。本文的研究目标将会关注在监督学习的应用上，其中被标注的数据来自于数值模拟的结果，由此训练机器学习模型将埋在噪声中的引力波信号探测出来，并且在统计意义上对预测结果进行评估。

尽管传统的机器学习算法已经在诸多领域中获得巨大的成功，但是其潜能很受限于待训练的原始数据本身。通常数据总是不得不经过人工地简化和整理，用以适应某一特定表征的任务。选取特定的表征或特征是非常困难和花费人力的，通常需要该领域的专家付出数十年的努力，可见这严重的限制了这些机器学习算法的应用性 [49]。表征学习 (Representation learning) 是机器学习的一个子领域，其目标就是要解决这个问题。表征学习会让算法自己从原始数据中学习到有用的表征，并自动地提取出与特定任务相关的特征 [125]。

深度学习是机器学习中一个发展非常快的子领域，目标就是要解决这个棘手的算法特征工程 (feature engineering) 问题。深度学习会自动地通过从原始数据中为特定的任务提取不同层级的有用的相关特征。深度学习技术的得以实现，归功于通过深层相互连接的“人工神经元”所构造的计算模型，以及非常高效的学习 (优化) 算法 [49, 50]。这些深度人工神经网络 (deep artificial neural networks, DNNs) 可以捕获到数据中复杂的非线性关联，这

正是借助自动学习过程中，学习到了复合的层状内禀特征才实现的。最深的神经元层可以学到高度抽象的信息来解决上述提到的近似人类智能的任务，并且还可以达到最佳的表现 [124]。

深度学习的潜力在诸多的科学技术领域中得到了广泛的应用，如搜索引擎 (Google, Bing)、智能手机中的语音识别、个人助手 (Siri, Cortana, Google Assistant)、摄像头的实时人脸识别、面部识别 (Facebook)、语言翻译 (Google Translate)、基于文字的语音合成 [126]、亚马逊的推荐系统和 YouTube 的自动视频字幕生成，如此略举几例 [53]。尤其引人注目的是深度学习与强化学习 (reinforcement learning) [127] 的结合。在 2016 年，基于该技术所构建的名为 AlphaGo [52] 的围棋程序成功击败了世界上排名第一的围棋选手。此外，另一项近期让人印象深刻的广泛应用是唇语解读领域，该算法已经实现远超过人类自己对唇语的准确理解能力 [128]。深度学习也是已全球风靡的自动驾驶领域中的核心技术之一。

在本章中，我们首先简要概述机器学习的基础理论 (第 3.2 节)，通过对参数化的算法模型的优化原理和性能评估方法的介绍，对基于数据驱动实现算法优化的过程有一个的宏观认识。随后，我们会以深度神经网络算法作为基本模型 (第 3.3 节)，通过直观的矩阵表述阐明人工神经网络的基本构成和本文会涉及到的深度学习方法。最后，我们会着重对一类特定的深度神经网络——卷积神经网络——中的构成要素和性能特点进行介绍 (第 3.4 节)。通过深入理解和掌握深度学习技术的基本原理和常见操作方法，为本论文后续构建和开发深度神经网络模型提供有效的理论思考和论据基础。

3.2 机器学习理论

要想充分理解深度学习，必须要对机器学习的基本原理有一定的理解。在本节，我们会简要介绍机器学习算法的基本概念和主要方法。针对与文中所涉及的机器学习技术，我们会以不同的主题形式对相关的重要概念和方法由浅入深的逐一介绍。

笼统地说，机器学习算法是一种能够从数据中学习经验的算法。所谓的“学习”是一个被抽象化的概念，不能简单地与通常意义下我们人类的“学习”行为相提并论。Tom M. Mitchell [129] 为此提供了一个简洁的定义¹：“对于某任务 T 和性能度量 P，一个计算机程序被认为可以从经验 E 中学习，是指通过经验 E 改进后，它在任务 T 上由性能度量 P 衡量的性能有所提升。”显然，任务 T 和性能度量 P 的定义是非常宽泛的。对于我们引力波探

¹"A computer program is said to learn from experience E with respect to some class of tasks T and performance measure P, if its performance at tasks in T, as measured by P, improves with experience E."

测来说，上述定义中的“任务”和“性能度量”就可以分别代表为：“在一组部分含有引力波信号的数据中，如何将含有引力波信号的数据区分出来”和“将引力波信号正确分类的概率(准确率)”。在本文的第四、五和六章中，我们都是基于上述的性能度量指标完成相应的学习任务。

通常机器学习任务定义为机器学习算法应该如何处理样本 (example)。所谓样本是指针对特定的对象或任务中收集到的已经量化的特征 (feature) 的集合。样本可以表示为一个向量 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ，其中向量的每一个元素 x_i 是一个特征。例如，当某一段引力波时域数据就是一个样本时，每个采样点上的值对应地就是一个特征。所有 N 个样本构成的集合就成为数据集 (dataset)：

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(i)} | i = 0, 1, 2, \dots, N - 1\} \quad (3.1)$$

如果用带有参数 θ 的函数 f 来表示机器学习算法模型，以数据集中的每一个样本作为算法的输入数据，则 $f(\mathbf{X})$ 就是经过算法模型映射后的输出数据。简单来说，一个机器学习任务就是要基于给定的数据环境和任务目标找到一个符合要求的映射 f 。

通常，我们会非常关注机器学习算法在未观测数据上的性能如何，所以会使用测试集 (test set) 数据来评估系统的性能，并要将其与机器学习系统的训练集 (training set) 数据区分开来。性能度量的选择看似简单且客观，但其实选择一个与系统理想表现对应的性能度量通常是很困难的。我们将在第 3.2.3 节中介绍分类问题中常用的 ROC 和 AUC 性能指标，并且在随后的各章中基于引力波数据给出进一步的讨论。

根据学习过程中的不同经验，机器学习可以大致地分为有监督学习和非监督学习两种。它们可以被理解为在整个数据集上获取经验。

- 有监督学习算法 (Supervised learning algorithm) 训练含有很多特征的数据集，并且每个数据集中的样本都有一个标签 (label) 或目标 (target) 向量 \mathbf{y} 。例如，某段真实引力波时域数据中，其中是否 (Yes/No) 含有引力波信号就是该样本的标签 $y_i = (0, 1)$ 。

- 无监督学习算法 (Unsupervised learning algorithm) 训练含有很多特征的数据集，然后学习该数据集上有价值的结构性质，其数据集中的样本是没有标签的。在深度学习中，我们通常要学习如何生成数据集的整体概率分布。

有些机器学习算法并不是训练在一个固定的数据集上，如强化学习 (reinforcement learning) 算法，描述和解决智能体 (agent) 在与环境的交互过程中通过学习策略以达成回报最大化或实现特定目标的问题，详情可参考 [127, 130] 及其上的深度学习方法 [131]。

在本论文中，对很多关于统计学、机器学习和数据挖掘的术语和专有名词是不详细加

以区分的，需要留意诸如：模型/算法/网络、训练/优化/学习/拟合、预测/推断、泛化/测试数据、样本/实例、变量/采样值/特征、样本标签/学习目标等这些相近含义的概念将会无差别的交替使用。更多相关术语和语言的对应关系，可参考 [57]。

3.2.1 基于梯度的优化方法

几乎所有的深度学习算法都可以被描述为特定的数据集、代价函数、优化过程和模型这四部分所组成。本小节将着重介绍使用基于梯度的优化方法，通过优化交叉熵代价函数从而预测二值型变量 y_i 的监督学习分类问题。这类问题在引力波数据处理中，对引力波信号的预报是尤为密切相关的。

3.2.1.1 代价函数

由上一节可知，监督学习算法通过研究数据集，学习如何根据特征与标签之间的内禀关系将数据中的样本进行二分类划分。该学习任务就是要训练学习到如下的映射关系：

$$\mathbf{X} \longrightarrow \hat{\mathbf{Y}} = f(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \theta) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{x} \longmapsto \hat{\mathbf{y}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \theta) \quad (3.3)$$

其中， $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}^{(i)} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 和 $\hat{\mathbf{Y}} = \{\hat{\mathbf{y}}^{(i)} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 分别代表标签和预测结果的集合。每个样本 $\mathbf{x}^{(i)}$ 都会配有对应的一个标签向量 $\mathbf{y}^{(i)}$ ，它们共同作为带有参数 θ 的模型 f 的输入数据给出一个预测结果 $\hat{\mathbf{y}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \theta)$ 。那么，我们训练模型的目标就是要让 \mathbf{y} 和 $\hat{\mathbf{y}}$ 在逻辑上对应起来。例如对回归问题来说，优化的目标可以是最小化均方误差 (mean squared error) $\frac{1}{N} \|\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}\|^2$ 来实现。我们一般称要最小化的目标函数为代价函数 (cost function)、损失函数 (cost function) 或误差函数 (error function)。

就本论文所关心的分类问题来说，尤其是在大多数现代的神经网络中，一般都会使用最大似然 (maximum likelihood) 构造代价函数进而训练模型中的参数，这也就意味着代价函数应该有负对数似然的形式，它与训练数据集的经验分布和模型预测分布之间的交叉熵 (cross entropy) 表示是等价的 (可见附录 C 查看到相关的定义和详细推导过程)。

考虑一族含有 N 个样本的数据集，独立地由未知的真实数据分布 $p_{\text{data}}(\mathbf{x})$ 所生成。令 $p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \theta)$ 是一族由 θ 确定的在相同空间上的概率分布，换句话说， $p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \theta)$ 将任意输入 \mathbf{x} 映射到一个实数来估计其真实数据的概率分布 $p_{\text{data}}(\mathbf{x})$ 。我们使用最大似然构造代价函

数 $J(\theta)$ 从而学习条件分布，这可以表示为

$$J(\theta) = -\mathbb{E}_{\mathbf{x}, \mathbf{y} \sim \hat{p}_{\text{data}}} \log p_{\text{model}}(\mathbf{y} | \mathbf{x}; \theta) \quad (3.4)$$

$$\theta_{\text{ML}} = \arg \min_{\theta} J(\theta) \quad (3.5)$$

其中， \hat{p}_{data} 泛指训练数据下的经验分布。

对模型参数 θ 的(条件)最大似然估计可以等价的描述为(可见附录 C 查看到详细推导过程):

$$\theta_{\text{ML}} = \arg \max_{\theta} \sum_{i=1}^N \log p_{\text{model}}(\mathbf{y}^{(i)} | \mathbf{x}^{(i)}; \theta) \quad (3.6)$$

使用最大似然来导出代价函数的方法的一个优势就是，减轻了为不同模型设计代价函数的负担，只需要明确一个模型的 $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ 就可以把优化的目标函数定下来。在本论文中，涉及到所有基于分类问题的网络模型里，我们都是用 softmax 函数作为模型最终输出数据时的非线性计算单元，其函数形式为：

$$\text{softmax}(\hat{\mathbf{y}})_k = \frac{\exp(\hat{y}_k)}{\sum_j \exp(\hat{y}_j)} \quad (3.7)$$

由于该函数的输出元素都介于 0 和 1 之间，且向量之和为 1，这使得其可以作为一个有效的概率分布 $p_{\text{model}}(y = k | \mathbf{x}^{(i)})$ ²。由此，我们使用最大化条件对数似然输出某样本的目标分类 y 时，即等价于对下式最大化，

$$\log p_{\text{model}}(y = k | \hat{\mathbf{y}}) = \log \text{softmax}(\hat{\mathbf{y}})_k \quad (3.8)$$

$$= \hat{y}_k - \log \sum_j^N \exp(\hat{y}_j) \quad (3.9)$$

上式中的第一项表示模型的直接输出结果 \hat{y}_k ，对优化目标有着直接的贡献。在最大化对数似然时，当然是第一项越大越好，而第二项是鼓励越小越好。根据 $\log \sum_j^N \exp(\hat{y}_j) \sim \max_j \hat{y}_j$ 近似关系，可以发现负对数似然代价函数总是强烈的想要惩罚最活跃的不正确预测。对于已经正确的预测分类，前后两项就会相互抵消。从总体上可见，代价函数 $J(\theta)$ 主要是由其他未被正确分类的样本产生贡献。

对于二值型的分类学习任务，softmax 函数会退化到 sigmoid 函数：

$$\text{sigmoid}(s) = \frac{1}{1 + e^{-s}} \quad (3.10)$$

²(i) 表示的是第 i 个样本，下标的 j, k 对应的是不同的分类类别。

由此可以证明(见附录C), 代价函数可以表示为

$$J(\theta) = - \sum_{i=1}^N y^{(i)} \log \hat{y}^{(i)} + (1 - y^{(i)}) \log(1 - \hat{y}^{(i)}) \quad (3.11)$$

其中, 某样本 x 的预测输出 $\hat{y} = \text{sigmoid}(f(x))$ 为正和负的概率分别是 $\hat{y} = p_{\text{model}}(y = 1|x)$ 和 $1 - \hat{y} = p_{\text{model}}(y = 0|x)$ 。在本文中, 我们将会使用公式(3.11)所表示的二分类代价函数作为深度学习模型的优化目标。

3.2.1.2 随机梯度下降算法

在上一节中, 我们谈到了模型学习或者训练的目标是要最小化代价函数, 即 $\min_{\theta} J(\theta)$ 。为了实现该优化问题, 几乎所有的深度学习算法都会用到一个非常重要的算法来解决: 随机梯度下降(stochastic gradient descent, SGD)。

机器学习算法中的代价函数通常都可以分解为每个样本的代价函数之总和。若用 $L(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = -\log p_{\text{model}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ 来表示每个样本的损失, 则一个训练数据集上负条件对数似然可以写成:

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \mathbb{E}_{\mathbf{x}, \mathbf{y} \sim \tilde{p}_{\text{data}}} L(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{y}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}) \quad (3.12)$$

对于这些代价函数, 我们需要计算每个样本关于模型参数的梯度

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \nabla_{\boldsymbol{\theta}} L(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{y}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}) \quad (3.13)$$

为了使得代价函数总向着减小的方向变化, 考虑在负梯度方向上迭代和更新模型的参数 $\boldsymbol{\theta}$, 这被称为梯度下降(gradient descent)法。但这个优化方法的计算代价是 $O(N)$, 所以每一次梯度迭代都会消耗相当长时间。

随机梯度下降的核心: 梯度是期望。期望可以是用小样本近似估计的, 所以每一次迭代都从训练集中均匀抽取一小批量(minibatch)样本来进行训练。小批量的数目(batch size)一般会取 $2^n < N$, 这是因为 GPU 硬件内存中对 2 的幂次数目存入的数据可以发挥更佳的运算性能。由此, 代价函数的梯度估计可以表示成

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N'} \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=1}^{N'} L(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{y}^{(i)}, \boldsymbol{\theta}), \quad N' = 2^n < N \quad (3.14)$$

我们可以使用如下的参数优化算法来更新模型参数:

$$\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \epsilon J(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.15)$$

其中， ϵ 是学习率 (learning rate)。

学习率和 batch-size 都是会显著地影响模型的优化效率和泛化性能的超参数。在本论文中，我们都使用学习率自适应的 Adam 改进优化算法 [132] 实现模型参数的迭代更新。另有研究表明 [133, 134]，较大的 batch-size 收敛更快、稳定性更好，但泛化性能会降低，不过可以通过增加迭代次数，用更长的训练时间来弥补 [135]。因此，本文中所构建的深度学习模型都默认取 batch-size 为 64，并且训练到最终泛化收敛为止。

3.2.2 模型的泛化能力，过拟合与欠拟合

在本节中，我们会简要介绍在统计学习理论中对数据集的基本假设，以及在训练机器学习模型时，如何判断算法模型的学习效果。

所有的机器学习任务都必须能够在先前未观测的新输入上表现良好，而不仅是在训练集上表现良好，这种能力就被称为泛化 (generalization)。与训练误差 (training error) 相对应的，我们也希望对测试集上的泛化误差 (generalization error) (也称为测试误差 (test error)) 也进行优化。

为了在只能观测到训练集的情况下，模型的训练也能影响到其在测试集上的性能。统计学习理论对训练集和测试集的收集方式做出了一系列假设，统称为独立同分布 (independent identically distributed, i.i.d) 假设 [49, 136]。该假设是说，每个数据集中的样本都是相互独立的 (independent)，并且训练集和测试集是同分布的 (identically distributed)，即采样自相同的真实数据分布。在上一节中，训练集上的经验分布 \hat{p}_{data} 和真实数据上的分布 p_{data} 就假设为相同的分布。

在使用机器学习算法训练的过程中，测试误差期望会大于或等于训练误差期望。所以我们认定机器学习算法效果是否很好，就是要考察以下两个学习目标：

1. 降低训练误差。
2. 缩小训练误差和测试误差的差距。

这两个目标分别对应了机器学习的两个重要挑战，即欠拟合 (underfitting) 和过拟合 (overfitting) 问题。欠拟合是指模型不能在训练集上获得足够低的误差，而过拟合是指训练误差与测试误差之间的差距过大。

为了控制模型的拟合表现，我们一般会需要调整模型的容量 (capacity)。笼统的说，模型的容量是指其拟合各种函数的能力，一般也可以代表模型的复杂程度。显然，容量低的模型会欠拟合，容量高的模型会过拟合，因为将不适用于测试集的训练集性质也学习到了。

机器学习算法的容量也要适合所要执行的学习任务的复杂度和训练数据的规模，才能让算法效果更佳。容量不足不能解决复杂任务，容量高于任务所需时，就有可能会过拟合。虽然更简单的函数会带来更可能的泛化效果（训练误差和测试误差的差距小），但仍需要一个足够复杂的模型来达到够低的训练误差。通常，随着模型容量的提高，训练误差会单调下降，而泛化误差会接近一个关于模型容量的 U 型曲线函数³。如图 3.1 所示 [49]。

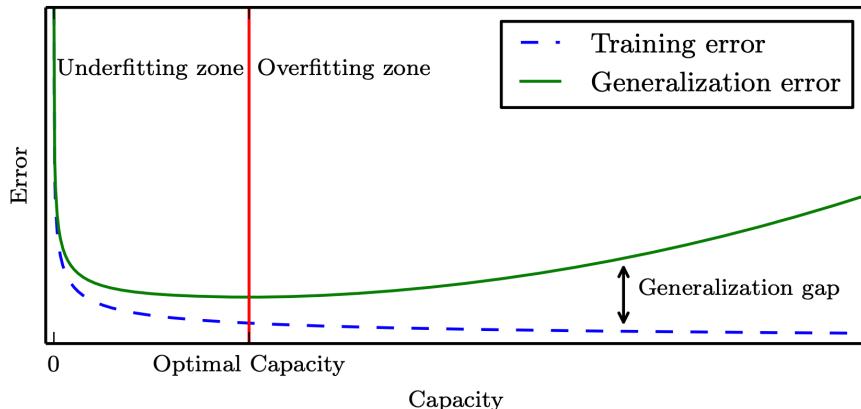


图 3.1 机器模型的容量与误差之间的 U 型关系

在本文的实际训练过程中，我们会观察模型在每一次迭代更新的过程中测试误差的表现。当测试误差没有在实现指定的迭代次数内有进一步改善，达到泛化误差的收敛一致性⁴ (uniform convergence) 时，会要求算法停止训练，这种策略被称为提前终止 (early stopping)。随后，我们会把迭代历史中在测试集上表现最好的模型参数，视作处于最佳容量 (optimal capacity) 处的模型，将其作为当前数据集性质下的一个训练好的模型 (trained model) 保存下来。

3.2.3 性能度量指标：ROC 与 AUC

对机器学习模型的泛化性能进行评估，不仅有上述介绍到的误差估计方法，还需要有衡量模型泛化能力的评价标准，这就是性能度量 (performance measure)。

在模型的训练过程中，一般会用错误率 (error rate) 和准确率 (accuracy) 来定量衡量分类模型的性能。准确率是指该模型输出分类正确的样本数占样本总数的比例，而错误率是其补集，表示模型分类错误的样本数占的样本总数的比例。在引力波数据处理中，我们通常考虑的是在某一段数据中，引力波信号是否存在二分类问题。所以，我们会更加关心

³有最新研究 [137, 138] 发现，对于一大批超级大、超级复杂的模型和在超大数据规模下，模型复杂度与误差之间会呈现非典型的双波谷等关系。

⁴有最新研究 [139] 对此提出质疑，认为收敛一致性可能解释不了深度学习中的泛化现象。此论文获得 NeurIPS 2019 杰出新方向论文奖。

是“引力波信号中有多少比例可以被探测到”，或者“预报的信号中有多少比例是真实引力波信号”。那么错误率和准确率就不够用了，这时会使用其他性能度量。

对于二分类问题，本文中所涉及的机器学习模型都会对测试样本给出一个实数或概率值（如本章的第 3.2.1 节中 softmax 函数的输出结果），在这个 $[0, 1]$ 之间的概率值中取阈值（threshold）从而判断该样本究竟是正类（1），还是反类（0）。直觉上，0.5 看似是一个合理的分类阈值，但从 softmax 函数所描述的代价函数上看，这个 0.5 阈值仅代表最大梯度更新的极值点，并没有理论上明确的理想分类阈值。不过对于一个训练好的分类模型而言，分类阈值的选取会直接影响模型的泛化考量。所以，我们可以将所有可能的阈值选取都考虑到，综合考量它们就可以给出模型关于阈值的“期望泛化性能”。受试者工作特征（Receiver Operating Characteristic, ROC）曲线就是从这个角度出发的度量指标。在每一种阈值的选取下，我们可以构建分类结果的混淆矩阵（confusion matrix），如表 3.1 所示，将所有样本划分为真正例（true positive, TP）、假正例（false positive, FP）、真反例（true negative, TN）、假反例（false negative, FN）四种情形。

表 3.1 二分类预测结果的混淆矩阵表

| 真实情况 | 预测结果 | |
|------|----------|----------|
| | 正例 | 反例 |
| 正例 | TP (真正例) | FN (假反例) |
| 反例 | FP (假正例) | TN (真反例) |

以此，我们可以计算出真正例率（True Positive Rate, TPR）和假正例率（False Positive Rate, FPR）

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN} \quad (3.16)$$

$$FPR = \frac{FP}{TN + FP} \quad (3.17)$$

在引力波数据处理中，上述的 TPR 和 FPR 可以分别与引力波信号预警模型在引力波数据上的探测灵敏度（sensitivity）和误报率（false alarm rate, FAR）相对应。

在不同的阈值选取下，我们分别以 TPR 和 FPR 为纵、横轴作图，就得到了 ROC 曲线，如图 3.2 所示。图上的每一点，都对应于一种阈值选取可能。对角线对应于“随机猜测”模型，而过点 $(0, 1)$ 的曲线就是预测最佳的“理想模型”。阈值越大，对应的是向 ROC 的左下角方向，阈值越小，对应于 ROC 右上角的方向。

对不同的机器学习模型进行比较时，若某模型的 ROC 曲线可以“包住”另一个模型

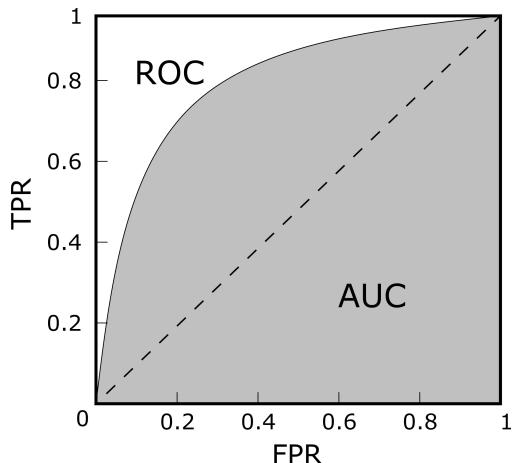


图 3.2 ROC 曲线与 AUC 示意图

的曲线，则可断言前者的性能优于后者。为了能避免曲线交叉会带来的含糊，一个定量的合理判据就是比较 ROC 曲线下的面积，即 AUC (Area Under ROC Curve)，如图 3.2 所示。

3.3 深度神经网络

人工神经网络 (Artificial neural networks, ANN)，作为深度学习网络 (Deep Neural Networks, DNN) 的构成元素，起初是从生物意义上的神经网络中得到启发，通过建立一个神经网络状的计算模型进而从数据中学习模式 [140]。神经网络的基本构成要素就是人工神经元 (loosely modeled after real neurons [141])，其构造是基于早期 Rosenblatt 在 1957 [142] 年提出的感知器 (perceptrons)。一个感知器即是一个输入向量 (\vec{x}) 计算得出一个参数化输出结果，再带上一个偏置项。可以通过公式 $f(\vec{x}) = \vec{w} \cdot \vec{x} + b$ 来构造，其中参数 (\vec{w}) 和偏置 (b) 会在训练过程中学习到。

Minsky 和 Papert 发现单一的感知器 (也称为 M-P 神经元模型) 有很多局限性 [143]。然而，不久后发现这些局限性是可以通过内禀连接的多层感知器 (Multilayer Perceptron, MLP) 来得以克服的 [124]。严格的数学语言已表明神经网络的普遍性定理 [144]，证明了三层结构的 MLP (只有一个隐层) 是可以对任意一个连续函数来建模实现的。

多层感知器也被称为前馈神经网络，这是因为数据信息是从输入层直接传播到输出层，而没有内部循环机制 (即反馈循环机制) [49]。然而，很多潜力巨大的循环结构，如循环神经网络 (Recurrent Neural Networks, RNN)，被构造出来。不过这类网络通常在训练阶段会有过大的计算开销，因此，在本文中将只考虑前馈神经网络。

一个 ANN 通常都会有一个输入层、一个或多个隐藏层、以及一个输出层。在每一个隐藏层的输出处会有一个非线性“激活” (activation) 函数。如果没有这个非线性操作，那

么多层结构就是冗余的，多层结构不过是输入数据的线性组合。最常用的非线性激活函数有逻辑斯蒂 sigmoid，双曲的 tan 和线性整流单元 (rectified linear unit，通常称为 ReLU 或 ramp) 等等。有实验表明 ReLU 函数在大多数应用中都有着最好的表现 [145]。这个函数的数学表达是 $\max(0, x)$ 。

能够让 ANNs 高效工作的关键要素是学习算法。现今几乎所有的神经网络都是通过反向传播算法 (back-propagation algorithm) 及其各类变种再结合梯度下降方法 (第 3.2.1 节) 从而实现训练优化的 [124]。其核心思想是将每一次数据输入到神经网络后，输出的误差反向逐层地传播回到输入层，这样就可以针对某个监督学习任务而言，调节每个神经元的权重以使得全局误差降低 [146]。ANNs 的权重参数通常都会先做一个小随机数的初始化，然后在整个数据集上反向传播多轮，通常称为 epochs，直到误差达到极小值。小批量的随机梯度下降方法 (Stochastic gradient descent with mini-batches) [147] 已经成为学习训练过程的惯用操作方式。这个技术是要求神经网络在训练数据集的一个子集上 (代表一次迭代 (iteration)) 估计误差的梯度，并据此来调节 ANNs 的权重参数。这些调节改变的幅度可以通过学习率 (learning rate) 来表征。有些带有自适应学习参量的新学习优化算法，如 ADAM (Adaptive Momentum Estimation) 等，正在越来越流行。在实践过程中，这些新的优化算法在很多应用领域上给出了更高效和更优异的表现 [132]。

关于神经网络 (neural networks) 的研究发展已经发生了天翻地覆的变化，现今其已是一个应用相当广泛，多学科交叉融合的研究领域。关于神经网络使用最广泛的定义 [136, 148] 是：“神经网络是由具有适应性的简单单元组成的广泛并行互连的网络，它的组织能够模拟生物神经系统对真实世界物体所作出的交互反应”。值得留意的是，虽然最初的神经网络算法是受到生物神经网络系统的启发，但现代深度神经网络的研究早已与之分道扬镳。我们在机器学习系统中所谈论的神经网络，指的是机器学习与人工神经网络这两个学科领域所交叉的部分。

在这一节中，基于上一节所介绍的机器学习框架，我们将会概述神经网络模型相关的重要概念和基本组件，并且说明它们是如何在引力波数据处理中发挥作用的。

3.3.1 神经元

神经网络中最基本的简单单元是神经元 (neuron) 模型 (也称为 M-P 神经元模型 [143])。在这个模型中，一个带有权重参数 $\{w_i, i = 1, 2, \dots, D\}$ 的神经元接收一个样本 \mathbf{x} 发来的特征数据 $\{\mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, D\}$ ，经过线性组合，然后通过激活函数 f 的非线性操作后，最终以

一个数 (scalar) 作为该神经元的输出。如图 3.3 所示⁵，图中的偏置 b 也是神经元内的一个参数。

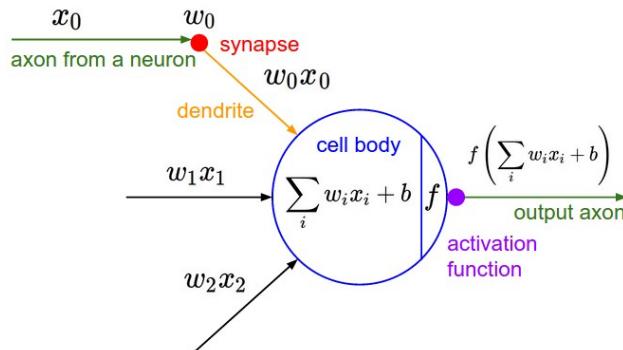


图 3.3 M-P 神经元模型

用矩阵形式来表达神经元内部的线性组合会更加清楚。从图中的数学模型可知，线性组合的代数表达式是 $\sum_i w_i x_i + b = w_1 x_1 + \dots + w_D x_D + b$ ，其矩阵表达式为

$$\underbrace{\left[\sum_i w_i x_i + b \right]}_{1 \times 1} = \underbrace{\left[\dots \quad x_i \quad \dots \right]}_{1 \times D} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ w_i \\ \vdots \end{bmatrix}}_{D \times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} b \end{bmatrix}}_{1 \times 1} \quad (3.18)$$

在上式中，一个样本由 D 个特征组成的行向量与神经元中权重所组成的列向量做矩阵乘法，然后再加上偏置项，就完成了一个神经元内部的线性计算。如果是 N 个样本同时经过一个神经元内部进行线性计算，会得到 N 个对应于样本的数作为输出结果，则矩阵表达式可以扩展为：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sum_j w_j x_{ij} + b_j \\ \vdots \end{bmatrix}}_{N \times 1} = \underbrace{\left[\dots \quad x_{ij} \quad \dots \right]}_{N \times D} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ w_j \\ \vdots \end{bmatrix}}_{D \times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_j \\ \vdots \end{bmatrix}}_{N \times 1} \quad (3.19)$$

其中， N 个样本数据组成的 $N \times D$ 矩阵输入到一个神经元中，就意味着要与一个 $D \times 1$ 的矩阵做矩阵乘法，然后在每个样本上加上偏置项 b 。在引力波数据处理中，我们会将引力波的时序数据采样并整理成 $N \times D$ 矩阵，其中的 N 就对应了不同的时序采样窗口，而 D 对应的是每个时序数据的 D 个采样点信息。

线性矩阵操作之后，会经过激活函数使得神经元“非线性化”。常用的非线性激活函数是 ReLU 函数，即 $f(x) = \max(0, x)$ 。我们会在第 3.4.2 节中介绍其他的激活函数及其特

⁵<http://cs231n.github.io/neural-networks-1/>

性。综上，在单个神经元的内部，一个样本的输出结果是：

$$\hat{x}_i = f \left(\sum_i w_i x_i + b \right) = \max \left(0, \sum_i w_i x_i + b \right) \quad (3.20)$$

3.3.2 全连接的神经网络

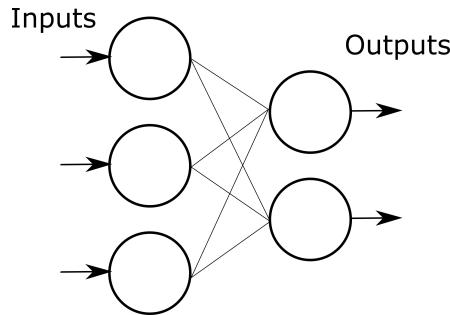


图 3.4 单层的神经网络示意图

把许多个 M-P 神经元按一定的层次结构连接起来，就可以构建层状的神经网络，如图 3.4 所示。对于一个组成单层结构的神经元来说，在这一层神经元内部的每个神经元会同时所有的权重参数进行相同的线性操作和非线性处理。考虑 M 个神经元组成的单层神经元，某一个样本在该层内部会进行如下的线性矩阵运算：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sum_i w_{ij} x_i + b & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times M} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dots & x_i & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & & \\ \dots & w_{ij} & \dots \\ \vdots & & \end{bmatrix}}_{D \times M} + \underbrace{\begin{bmatrix} b & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times M \text{ Broadcasting}} \quad (3.21)$$

其中，偏置项 b 会广播 (broadcasting) 复制成一个 $1 \times M$ 的行向量。于是，一个样本的数据经过 M 个神经元组成的单层神经元层，就会得到 M 个数组成的行向量作为数据输出。推广到 N 个样本来说，经过单层神经元内部的输出结果可推广为

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & & \\ \dots & \hat{x}_{ik} & \dots \\ \vdots & & \end{bmatrix}}_{N \times M} = f \left(\underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & & \\ \dots & x_{ij} & \dots \\ \vdots & & \end{bmatrix}}_{N \times D} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & & \\ \dots & w_{jk} & \dots \\ \vdots & & \end{bmatrix}}_{D \times M} + \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & & \\ \dots & b_i & \dots \\ \vdots & & \end{bmatrix}}_{N \times M \text{ Broadcasting}} \right) \quad (3.22)$$

上式中，单层神经元输出的结果 $\{\hat{x}_{jk}\}$ 对应为每个样本由 M 个数构成新的特征矩阵，其可以作为下一层神经元的输入数据，如此反复迭代就可以构成多层级结构的神经网络。某层

的神经元权重参数是由矩阵 $\{w_{ij}\}$ 和偏置项 $\{b_i\}$ 构成，其中 $i = 1, 2, \dots, D, j = 1, 2, \dots, M$ 。这些参数是机器学习算法优化过程中的可学习 (learnable) 参数，其中神经元权重矩阵的列数 M 表示该神经元层中神经元的个数，这是在模型训练优化之前就需要确定下来的参数，我们将这种参数称为模型的超参数 (hyperparameters)。

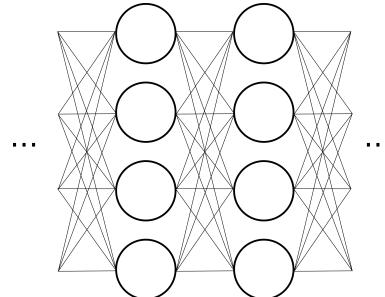


图 3.5 多层的神经网络示意图

一般来说，常见的神经网络都是多层级结构，如图 3.5 所示，每层神经元都会与下一层神经元全互连，神经元之间不存在同层连接，也不存在跨层连接。这样由全连接层 (fully-connected layer, FCN) 构造的神经网络结构通常称为多层前馈神经网络 (multi-layer feedforward neural networks)，或者是多层感知器 (multi-layer perceptron, MLP)。

3.3.3 反向传播算法

在上一节，我们看到了如何使用梯度下降算法从而学习模型自身的参数。对于神经网络而言，计算代价函数的梯度就会变得很简单，而计算这个梯度的快速算法，就是反向传播 (back propagation) 算法 [140, 149]：

1. 输入： $\mathbf{x} = \mathbf{a}^1$ (看作第一层的输出)
2. 前向传播：在第 $l \in \{2, 3, \dots, L\}$ 层神经元中，可计算得到线性操作的输出 \mathbf{z}^l 和非线性激活的输出 \mathbf{a}^l

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \mathbf{z}^l & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \mathbf{a}^{l-1} & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l-1)}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} & \vdots & \\ \dots & \mathbf{w}^l & \dots \\ & \vdots & \end{bmatrix}}_{D^{(l-1)} \times D^{(l)}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \mathbf{b}^l & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} \quad (3.23)$$

Broadcasting

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \mathbf{a}^l & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} = \sigma \left(\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \mathbf{z}^l & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} \right) \quad (3.24)$$

3. 输出层的误差: 在第 L 层神经元中, (以二分类为例) 输出的误差 δ^L 可表示为

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \delta_0^L & \delta_1^L \end{bmatrix}}_{1 \times 2} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial a_0^L} & \frac{\partial J}{\partial a_1^L} \end{bmatrix}}_{1 \times 2} \odot \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma}{\partial z_0^L} & \frac{\partial \sigma}{\partial z_1^L} \end{bmatrix}}_{1 \times 2} \quad (3.25)$$

4. 反向传播各层的误差: 第 $l \in \{L-1, L-2, \dots, 2\}$ 层神经元中的误差

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \delta^l & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \delta^{l+1} & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l+1)}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & & \vdots \\ \dots & (\mathbf{w}^{l+1})^T & \dots \\ \vdots & & \vdots \end{bmatrix}}_{D^{(l+1)} \times D^{(l)}} \odot \underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial \sigma}{\partial z^l} & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} \quad (3.26)$$

5. 输出结果: 计算得到代价函数 J 关于第 $l \in \{2, 3, \dots, L\}$ 层神经元中参数 $\mathbf{w}^l, \mathbf{b}^l$ 的梯度

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \frac{\partial J}{\mathbf{w}^l} & \dots \\ \vdots & & \vdots \end{bmatrix}}_{D^{(l-1)} \times D^{(l)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots \\ (\mathbf{a}^{l-1})^T \\ \vdots \end{bmatrix}}_{D^{(l-1)} \times 1} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \delta^l & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} \quad (3.27)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial J}{\mathbf{b}^l} & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dots & \delta^l & \dots \end{bmatrix}}_{1 \times D^{(l)}} \quad (3.28)$$

在上述的反向传播算法描述中, \odot 表示矩阵的哈达玛乘积 (Hadamard product), 即矩阵的对应元素相乘。为了表达简洁, 采用了矢量形式替代矩阵的分量形式。

反向传播算法的核心是对代价函数 $J(\theta)$ 关于多层神经网络中任意权重 w (及其偏置 b) 的偏导数 $\partial J / \partial w$ 的表达。通过上述的表达式就可以告诉我们在某次迭代中改变权重和偏置时, 相应的代价函数变化的快慢。多层神经网络在数学本质上就是非线性的复合函数层层嵌套, 所以根据多元微积分中求导的链式法则, 在计算各层神经元上的权重参数时, 都会从输出层到第一层反向逐层地计算各层上复合函数的导数, 详细可参考 [49, 136, 140]。

基于反向传播算法的神经网络有着强大的表示能力, 已有严格的数学证明 [144] 指出只需一个包含足够多神经元的隐层, 多层前馈神经网络就能以任意精度逼近任意复杂度的连续函数。

3.3.4 Dropout 方法

近年来, 在引力波数据处理的研究中, 已有不少研究者 [150] 都使用了随机失活 (dropout) 方法 [151–153] 构建神经网络模型。所谓 dropout 方法, 就是神经网络在训练过程中所使用

的一种随机性算法，其是在每一次迭代训练开始之前，随机地将中间层的部分神经元临时删除，然后继续前向传播计算代价函数，最后反向传播来确定“激活的”神经元对梯度的贡献，如图 3.6 所示 [153]。大部分实验表明，这样不断地随机反复重置的方法，可以有效地防止过拟合问题的发生。

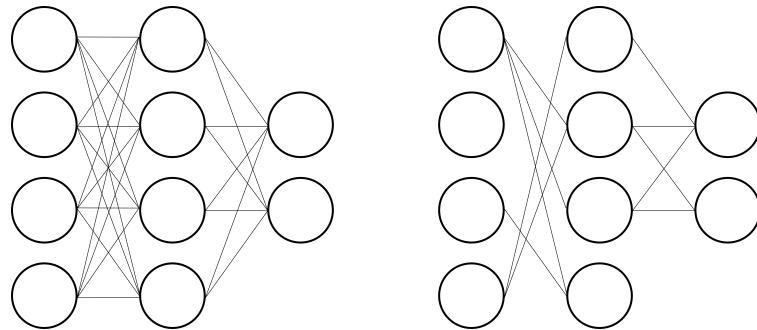


图 3.6 随机失活 dropout 方法的示意图

关于 dropout 方法为模型性能的提升，其背后的机制还未得到定论。有研究者 [152] 认为该技术可以减少复杂互适应的神经元，从而强制要学习在神经元的不同随机子集中更加健壮的特征。另一种更广泛接受的解释 [49] 是 dropout 相当于对大量不同网络子模型的性能做了近似平均，不同的子网络会以不同的方式过度拟合，模型集成后就会减轻过度拟合的效果。

3.4 卷积神经网络

卷积神经网络 (Convolutional neural networks, CNNs) [154] 的结构是受到哺乳动物的视神经大脑皮层的研究启发而开发的 [49]，作为前馈神经网络的一种特例，最早是由 Fukushima 的神经认知机 (Neocognitron) [155] 上发展而来，随后由 LeCun [154] 在 1980 年代成功地与反向传播算法相结合，开发了一个准确率非常高的用于识别手写数字的算法。基于 CNNs 的结构特点，Alex Krizhevsky 设计并构建的卷积神经网络 [152] 在 2012 年赢下了图像分类识别领域的 ImageNet 竞赛，并且模型的性能表现远远胜过其他参赛者的传统模型。这次竞赛之后，计算机视觉领域对神经网络产生了浓厚的兴趣，并带来了深远的影响。在诸多关于图像和视频处理任务中，CNNs 已经达到非常优秀的性能表现，有些甚至超过人类识别的准确率，如手写字识别，目标识别，视频移动目标识别等等 [50, 152]。

卷积层 (convolution layer) 是卷积神经网络中最核心的组成部分，它是由可以互相共享权重参数的神经元所构成。多层排布的卷积层在深度学习领域中是非常常见的，每个卷积层的共享权重参数在训练过程中都会实现迭代更新和优化学习。“卷积”这个名称

来源于其对数据的线性操作是等价于信号处理中的线性卷积滤波器，或者可称为互相关 (cross-correlation) 操作 [49]，都是需要指定一个固定大小的卷积核来实现。一个卷积层通常也会被视为由一层相同的神经元组成的，每个神经元都会关注输入数据中一小块有重叠的区域，该区域通常叫做感受野 (receptive field)。

与 ANNs 相比，运用卷积层的主要优势是通过共享的权重参数和卷积核，可以实现计算开销的大大缩减，进而有助于构建更深层的网络结构和提高训练与测试的计算速度。由于权重参数的共享，CNNs 也就自然地具有空间平移性 (需要略微改良 [50]) 以及处理转动或尺度缩放过的数据信号。在实际情况下，一个卷积层对应于一个计算模块，它按数据流正向传播的方向将卷积运算层和池化 (下采样) 层相结合，并在最后经过一个非线性激活层的处理。池化 (pooling) 层通过下采样的方式可以有效地限制 DNN 的规模，从而进一步地缩减计算开销。这样还可以使得网络模型对数据噪声有更好的鲁棒性，从而在新数据样本分布下表现出更好的泛化能力 [50]。空洞卷积 (Dilated convolutions) [156] 是近期发展起来的新卷积技术，它让同层的感受野之间存在间隙，从而实现数据流信息的快速聚合，感受到更宽泛的输入数据范围。

卷积神经网络 [157] 作为一种特殊类型的神经网络，专门适用于处理类似标准网格结构的数据类型，例如时间序列数据和图像数据等。严格意义上说 [49]，卷积神经网络是指那些至少在网络的一层中使用卷积运算来替代一般的矩阵乘法运算的神经网络⁶。卷积神经网络已经在各种竞赛基准和应用领域上表现出了当前最优的 (state-of-art) 结果。近年来，在引力波数据分析的领域中，已有不少研究者基于卷积神经网络构建算法模型，已经在引力波信号探测识别 [56, 150, 158, 159]、参数估计 [160] 和降噪 [161, 162] 等诸多方面展开研究。在本文中，我们将主要研究卷积神经网络在引力波数据中是如何实现快速地推断结果以及在波源参数上良好的泛化表现 (第四章)，并通过建立对卷积运算的深刻理解，我们会对卷积神经网络的结构进行改进和优化 (第五章)，最终开发出基于卷积神经网络的全新模型架构 (第六章) 实现真实引力波信号的探测识别。

在本小节中，我们将会介绍卷积运算的基本原理，以及在神经网络中使用卷积运算的动机。然后我们介绍卷积神经网络中其他常用的结构组件和技术细节，如池化、激活函数、空洞卷积和感受野等。通过对卷积神经网络作用的理解与认识，为本论文的研究和讨论提供理论支撑和论证依据。

⁶Convolutional networks are simply neural networks that use convolution in place of general matrix multiplication in at least one of their layers.

3.4.1 卷积

卷积作为两个实变函数的一种数学运算，从信号处理的角度给出卷积的定义和描述，将会更有助于我们理解卷积神经网络。在数字信号处理中，时域卷积运算对应的是一种有限长单位冲激响应 (Finite Impulse Response, FIR) 滤波器，这是一种基于线性性 (linearity) 和时间平移不变性 (time invariance) 的滤波系统。考虑输入时域信号 $x(t)$ ，用 $w(t)$ 表示滤波器内的一个加权函数，则该滤波器的输出信号可以表示为：

$$s(t) = \int x(\tau)w(t - \tau)d\tau =: (x * w)(t) \quad (3.29)$$

这种运算就叫做卷积 (convolution)，卷积运算通常用星号 (*) 表示，且满足

$$(a_1x_1 + a_2x_2) * w = a_1(x_1 * w) + a_2(x_2 * w) \quad (3.30)$$

$$(x * w)(t - T) = x(t - T) * w(t) \quad (3.31)$$

其中， a_1, a_2, T 都是常实数。上两式分别对应的是线性和时间平移不变性。

卷积运算是可交换的。然而在卷积神经网络的术语中，卷积的第一个参数 (函数 x) 通常叫做输入 (input)，第二个参数 (weight) 叫做卷积核 (kernel) 函数。卷积的输出一般都会叫作特征映射或特征图 (feature map)。在第六章的第 6.3 节中，我们将据此改进为深度学习框架下的卷积神经单元。

当我们用计算机处理引力波数据时，信号数据在时间上是离散化采样的。根据附录 A 中所介绍的采样定理确定采样率，考虑一段有限的时序信号 $x[n], n = 0, 1, \dots, D - 1$ ，采样后的核函数 $w[n], n = 0, 1, \dots, M - 1$ ，则可以定义完整的离散形式的卷积运算 [163]：

$$s[n] = \sum_{m=\max(0,n-D)}^{\min(n,M)} x[m]w[n-m], n = 0, 1, \dots, D + M \quad (3.32)$$

在机器学习技术中，输入 x 通常是某多维数组的数据，而核 w 对应的就是机器学习算法经过优化更新得到的多维数组参数。为了与第 3.3.1 节中介绍的神经元概念对应，我们可以将卷积运算公式 (3.32) 改写为矩阵形式：

$$\mathbf{s} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{w} \quad (3.33)$$

其中，输入 \mathbf{x} 和输出 \mathbf{s} 分别对应的是 $1 \times D$ 和 $1 \times (D + M - 1)$ 的行向量，由此权重矩阵 \mathbf{w}

是一个 $D \times (D + M - 1)$ 的矩阵。例如，考虑 $D = 5, M = 4$ 的卷积矩阵运算：

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 & \cdots & s_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w_0 & w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{w} \quad (3.34)$$

从上式可以看到，线性的卷积运算实际上是神经网络中单层神经元线性部分的一个特例。在这个例子中，权重矩阵 \mathbf{w} 的行数 D 对应于某样本中的特征总数，其列数 $D + M - 1$ 与该神经元层的神经元个数相对应。由此，我们将这样的一次卷积矩阵计算的过程，称为一个卷积过程 (convolution stage)，同时也间接地证明了在线性卷积过程中，各神经元一定是稀疏连接 (sparse connectivity) 和权重参数共享 (parameter sharing) 的。

与全连接的神经元层相比，卷积过程的稀疏性不仅可以大大减少权重参数的数量，从而降低机器学习模型的存储需求，同时也会显著地提高其计算效率。卷积运算中的参数共享保证了每个卷积核只需要学习一个参数子集合，而不是对权重矩阵的每个元素都学习一个单独的参数集合。不同的参数子集合就构成了某卷积层中不同的卷积核函数。由此可见在卷积层中，确定线性卷积过程的超参数实质上就是对权重矩阵 \mathbf{w} 描述和约束的不同方式，比如卷积核函数的个数 (对应于取多少种 \mathbf{w} ；也称为频道 (channel))、卷积核函数的大小 (M)、零填充 (padding) 的大小 (对应于 \mathbf{w} 的列数，如公式 (3.34) 中 padding=3) 和步长 (stride) 的大小 (对应于 \mathbf{w} 中部分列全设为 0，如公式 (3.34) 中 stride=1)。

3.4.2 非线性激活

卷积神经网络作为非线性神经网络模型的特例，其非线性性也是通过激活函数 (activation function) 来体现的。非线性激活函数会逐元素地作用在线性卷积运算的输出结果上，映射到 $[0, 1]$ 或 $[-1, 1]$ 区间内。引入非线性激活函数的目的，不仅是为了实现模型有效的学习经验，也是为了让模型能够获得更快更理想的模型性能。常用的非线性函数 [164] 主要包括 TanH 函数、Sigmoid 函数、ReLU 及其变体 Leaky ReLU、Parameteric ReLU、ELU 等等，如图 3.7 所示。表 3.2 是它们与线性恒等 (identity) 映射之间的函数及其导函数的映射关系。

在本章的第 3.2.1 节中曾谈到，Sigmoid 激活函数在二分类问题中经常被用在模型的最后输出层，但在通常的神经网络中间层中很少使用，不仅是因为在大多数应用中表现不佳，

表 3.2 常见的非线性激活函数及其导函数

| Name | Equation | Derivative |
|----------------------------------|--|---|
| Identity | $f(x) = x$ | $f'(x) = 1$ |
| Sigmoid | $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ | $f'(x) = f(x)(1 - f(x))$ |
| TanH | $f(x) = \tanh(x) = \frac{2}{1+e^{-2x}} - 1$ | $f'(x) = 1 - f(x)^2$ |
| Rectified Linear Unit (ReLU) | $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$ | $f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$ |
| Leaky ReLU Parameteric ReLU | $f(x) = \begin{cases} \alpha x & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$ | $f'(x) = \begin{cases} \alpha & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$ |
| Exponential Linear Unit (ELU) | $f(x) = \begin{cases} \alpha(e^x - 1) & \text{for } x < 0 \\ x & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$ | $f'(x) = \begin{cases} f(x) + \alpha & \text{for } x < 0 \\ 1 & \text{for } x \geq 0 \end{cases}$ |

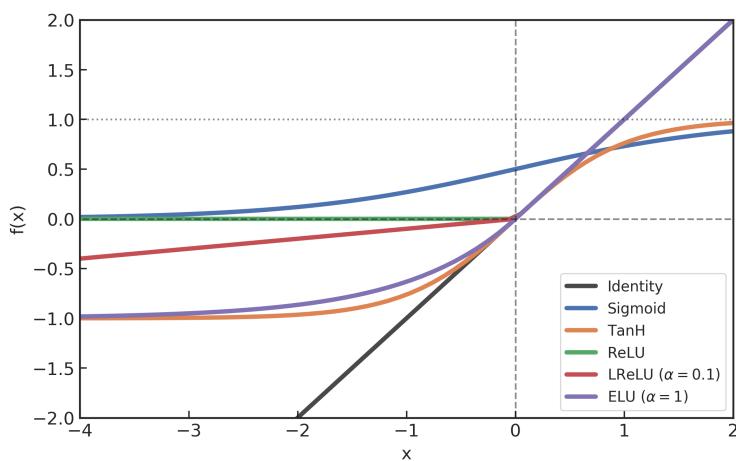


图 3.7 常见的非线性激活函数图像

也由于在较大数据输入到 Sigmoid 函数时会出现的梯度消失问题 (vanishing gradient problem)，这在较深层的神经网络中尤为明显。同样，饱和的 TanH 激活函数虽然也存在类似的问题，不过输入函数在 0 附近可以获得更大的梯度，训练收敛速度更快，并且在对称的 0 均值输出范围内可以提高反向传播的训练效率 [146]。ReLU 是目前最流行的非线性激活函数 [164]，它不仅解决了梯度消失问题，由于其所带来的额外稀疏性，使得计算速度和训练收敛速度会更快。然而，ReLU 并不是 0 均值的，而且在训练过程中某些神经元可能永远都不会被激活。为了解决神经元会“死掉”的问题，人们对负输入部分从不同的参数化角度，提出了各类 ReLU 变种激活函数。比方说，Leaky ReLU [165] 是引入较小斜率参数 α (如 0.1 等) 使得负值信息不会全部丢失。PReLU [166] 是将 Leaky ReLU 中的斜率 α 作为可自适应的学习参数，据称可以有更好的性能表现 [167]。在引力波数据处理中，Gabbard 等人 [150] 使用 ELU [168] 作为卷积神经网络的非线性激活函数，在与匹配滤波算法的对比实验中取得了很不错的性能表现。

在本论文的第四章中，我们将会以不同的非线性激活函数作为超参数，通过对卷积神经网络结构微调的方式，在引力波信号探测的机器学习任务下得到泛化性能相对最优异的改进版卷积神经网络模型。我们会发现 PReLU 非线性激活函数在卷积神经网络中有着更为良好的性能表现。

3.4.3 池化

在卷积神经网络中，一个典型的卷积层 (convolutional layer) 包含三级，如图 3.8 所示 [49]。第一级是第 3.4.1 节中所介绍的线性卷积过程，使得输入的样本数据经过一组线性矩阵运算后输出给下一级。在第二级中，非线性激活函数会作用到输入的多维数组中每一个元素后再输出给下一级，可见第 3.4.2 节。在本节所介绍的第三级中，我们使用池化函数 (pooling function) 进一步调整多维数组的结构，提取和聚合在不同位置上特征的变化与响应。

池化函数使用某一位置处相邻的总体统计特征来代替原该位置的输出。平均池化 (average pooling) 和最大池化 (max pooling) [169] 函数是两个最广泛使用的池化操作类型。从信号处理角度来说，池化相当于对信号作向下采样 (down sampling) 操作。例如，最大池化函数是提取相邻时序窗口区域内的最大值，作为该段局部信息的输出数据。如图 3.9 所示 [49]，图中的下一行是非线性激活函数的输出数据，上一行是最大池化后的输出结果。每相邻三个结果会给出上一行的一个输出结果。除了最大值，也可以取平均值， L^2 范数以及基于距中心距离的加权平均函数等等。

Complex layer terminology

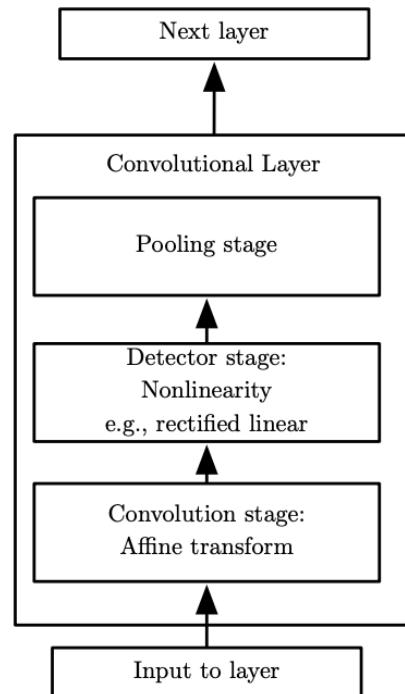


图 3.8 一个典型卷积层的结构图

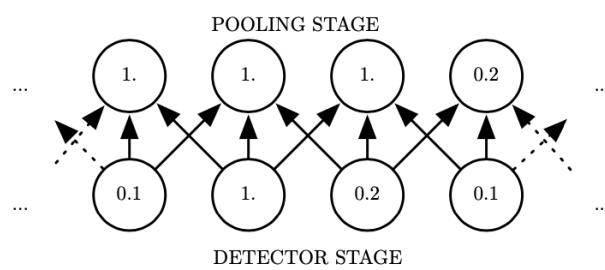


图 3.9 最大池化的示意图

不管采用什么样类型的池化函数，池化都能够使得输入的特征保持局部平移不变性 (invariance to local translation) [49]，这对我们关心某个特征是否出现，而不关心其出现的具体位置时尤为有用。池化的使用可以看作是增加了一个无限强的先验：这一层所学得的函数必须具有对少量平移的不变性。当这个假设成立时，池化可以极大地提高网络的统计效率。池化可以对空间区域产生平移不变性，而在对卷积过程输出的特征进行池化时，就可以明确对什么样的特征变化具有不变性。所以，在引力波数据的训练过程中，研究者们都会对训练集的各类引力波波形在时域上作随机平移，以使得卷积神经网络能够学习到信号波形特征在时域上的平移不变性。

我们也可以用线性的矩阵运算来实现池化。比方说，考虑某个样本经过线性卷积和非线性激活后的输出数据 \mathbf{x} 的大小为 5，卷积核的大小为 4，零填充为 2，步长为 1，则平均池化操作可以用与权重矩阵 \mathbf{P}_{avg} 的乘积运算如下表示：

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 & \cdots & s_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/2 & 1/3 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/4 & 1/4 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/3 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 1/3 & 1/2 \end{bmatrix} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{P}_{\text{avg}} \quad (3.35)$$

可以看到，池化也可以看作是一种特殊的单层神经元或卷积运算，不过唯一的差别是池化层中并没有可学习的权重参数。但也是有一系列超参数(池化类型、卷积核的大小、零填充、步长等)需要在模型训练之前确定下来。

3.4.4 空洞卷积与感受野

基于上述由线性卷积过程、非线性激活函数和池化操作所构成的卷积层，就可以构建符合学习任务需求的深度卷积神经网络。在设计多层卷积网络时，明确每个卷积层的输入和输出之间的数据结构发生的变化是尤为重要的，同时这会涉及到卷积神经网络中另一个非常重要的概念——感受野 (receptive field)。

在计算机视觉中，卷积神经网络是应用最为广泛的一种网络结构。一般而言，人们都会将卷积过程描述为卷积核在输入数据上的滑动过程。根据我们在第 3.4.1 节中的卷积公式 (3.32)，我们可以给出其除矩阵乘法之外的另一种翻转平移 (Flip-and-slide) 的表达形式：

$$s_n = w_0 x_n + w_1 x_{n-1} + \cdots + w_M x_{n-M} \quad (3.36)$$

其中， $0 \leq n \leq D + M$ 并且简写了 $x[n] \rightarrow x_n$ ，翻转平移的卷积过程可以形象的如图 3.10

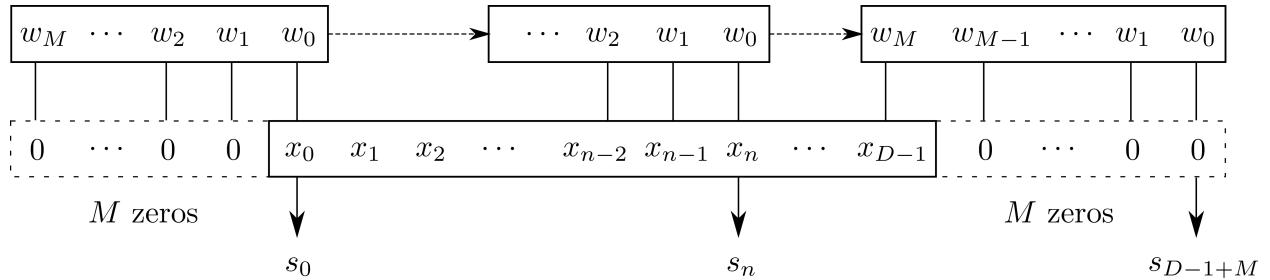


图 3.10 卷积运算过程的 Flip-and-slide 形式示意图

所示。由此，对于输入数组大小是 D ，卷积核大小是 M ，步长为 1，零填充为 M ，可知卷积运算的输出数组大小为 $O = D + M - 1$ 。我们推广到一般情况，令 S 和 $P \leq M$ 分别代表步长 (Stride) 和零填充 (padding) 的大小，即要求卷积过程的输出数据 n 满足条件： $n \bmod S = 0$, $M - 1 - P \leq n \leq D + P + 1$ 。由此，我们就可以得到在卷积运算过程中，输入与输出数据大小之间的映射关系 [170]：

$$O = \left\lfloor \frac{D + 2P - M}{S} \right\rfloor + 1 \quad (3.37)$$

其中， $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整。上式同样适用于卷积层中池化操作中的线性卷积运算过程。

近年来，在语音信号识别领域中，发展出有一种效果非常好的卷积过程变种叫做空洞卷积 (dilated convolution) [171]，通过引入新的超参数 $d \geq 1$ ，使得在其他卷积超参数都不变的情况下，扩大卷积层对特征提取的范围，使得有效卷积核大小扩大为 $M + (M - 1)(d - 1)$ ，从而提高了模型的整体性能。在引力波数据处理中，George 和 Huerta [56] 所构造卷积神经网络中适当的引入空洞卷积技术实现了在真实的 LIGO 引力波数据下实现了信号识别和参数估计，Gebhard 等人 [159] 通过充分利用空洞卷积的特性，其所构造的全卷积模型在真实引力波事件的识别效果上大大提高。在本文的第五章中，我们会取空洞卷积参数 d 作为卷积神经网络的超参数之一，通过微调模型的各种组件结构考察算法的泛化能力，最终会给出性能超过 [159] 的改进版卷积神经网络。

空洞卷积所扩大的特征提取范围就是感受野。严格意义上说，卷积神经网络中某卷积层的一个输出特征，对应于所受其影响的输入数据范围，称为该特征的感受野⁷。通过计算不同深度的卷积层输出特征的感受野大小，可以为卷积神经网络的结构设计提供参考。某一卷积层输出特征的感受野是依赖于之前各层的卷积核大小 (M) 和步长 (S) 等，此外也受限于之前各层输出的感受野大小以及各层相邻特征之间的距离 j 。所以，对于某卷积层

⁷"The receptive field is defined as the region in the input space that a particular CNN's feature is looking at (i.e. be affected by)." — [171]

输出的一个特征对应的感受野大小 r_{out} 可以通过如下的公式计算 [170]:

$$j_{out} = j_{in} \times S \quad (3.38)$$

$$r_{out} = r_{in} + (M - 1) \times j_{in} \quad (3.39)$$

其中，输入数据的起始特征感受野是其自身，即有 $r_{in} = 1$ ，特征间距⁸为 $j_{in} = 1$ 。从公式 (3.38) 可以看到，各层的特征间距是依赖于步长 (S) 并逐层累积的，进而影响更深一层的感受野大小。由于某层感受野的范围依赖于浅层的卷积结构 (见公式 3.39)，则不同的网络结构构造在深层处可以对应于相同感受野大小。比方说，两层的 $M = 3$ 卷积过程与单层 $M = 5$ 的卷积过程有着等效的感受野大小 [172]。通常来说，在感受野等效的情况下，卷积神经网络的构造设计都会倾向于在更深层处选用较小卷积核，因为，不仅可以提升网络决策的非线性，还可以减少模型参数的数量，提高训练效率。在本论文的第五章中，我们会看到在大多数用于引力波数据处理的卷积神经网络也都选择了这样的模型构造策略。

3.5 总结与结论

在本章，我们详细概述了机器学习技术的理论基础以及神经网络相关的重要概念和方法。在引言中，我们概述了以数据驱动为基本方法的机器学习算法，也强调了近些年来深度学习技术的兴起以及在各个领域得到的广泛应用。在第二部分中，通过对机器学习基础理论的数学推导和理解认识，较为详尽的介绍了参数化算法模型的优化原理和性能度量标准，也对常用的各种易混淆的相关概念给出明确的说明。在第三部分中，我们从神经网络的发展脉络出发，有条理地介绍了本论文中会涉及到的人工神经网络细节，并且用非常直观易懂的矩阵形式对全连接的前馈神经网络和反向传播机制进行表述。在第四部分，我们着重关注了卷积神经网络的结构组成。作为深度神经网络的特例，我们从数字信号处理的角度出发对卷积运算的原理和基本性质做了明确的解释，并且也详细介绍非线性激活函数、池化、空洞卷积和感受野等相关重要概念以及其在引力波数据分析研究领域中的作用。

近年来，随着深度学习技术的不断进步以及数据处理能力的不断提升，已经有越来越多的研究者开始在引力波理论建模和数据分析等方面展开研究。相信在未来几年，深度学习系统会在引力波天文学等领域会取得更大的发展和进步，帮助现还处于起步阶段的多信使天文学带来更多革命性的发现。

⁸由规则的空间结构所构造的输入数据，其每个特征之间的间距是相等的，是欧几里得的 (Euclidean) 数据结构。对于非欧的数据结构来说，就需要借助图卷积神经网络 (Graph Convolutional Network, GCN) 来发挥作用。

第四章 引力波探测中关于神经网络的可解释性研究

4.1 引言

引力波是广义相对论中最重要的理论预言之一。对引力波进行探测是史无前例地在强场和强动态时空区域内对广义相对论的实验检验。更重要地是，它将开创探测宇宙的全新窗口——引力波天文学。但引力波探测是极其困难的。在 2015 年 9 月 14 日，LIGO 实现了人类的第一次引力波直接探测，并命名为 GW150914 [1]。随后，引力波探测的进展和发展非常迅速。截止到 2019 年底为止，已确认双星系统波源并合产生的引力波探测事件达到 11 例 [102]，其中包括已确认的双中子星并合引力波探测结果 1 例，GW170817 [15]。对引力波的成功探测还获得了 2017 年度的诺贝尔物理学奖。

影响引力波探测能力的因素包括硬件灵敏度和引力波波源的理论模型。在既定硬件灵敏度的基础上，辅助以好的理论模型可以通过匹配滤波技术把埋在噪声下的引力波信号挖出来(可见第二章)。虽然，匹配滤波技术在弱引力波信号的提取和波源信息的反演方面都工作得非常成功，但它具有一个很大的弱点以及一个潜在的隐患。匹配滤波的巨大计算开销会导致数据处理速度很慢，很难为引力波后续的天文观测进行预警。目前引力波后续观测预警使用的是高误报率、低信息量的方式。这会大大地增加了后续观测的难度。

匹配滤波的潜在问题是，完备的理论波形模板是其工作的前提条件。为了构建理论波形模板，首先需要对可能的引力波波源有比较充分的了解，然后再需要较为可靠的理论去描述这些波源，最后是需要有快速准确的方式去求解相关方程得到所需的理论模板 [173–175]。广义相对论的正确性已经被无数的实验所证实，它是一个很好的描述引力波波源的基本理论。但时空奇点已经预示了广义相对论在某些时空会失效。于是就有必要回答：广义相对论在描述引力波波源时在什么地方会不适用？它不适用时应该用什么替代理论来描述引力波波源？

如果能够探测到理论预期之外的引力波信号，这样的实验结果将会极大地促进引力波天文学的发展，同时还将为量子引力、极端物理条件下的物态变化等等重大的基本物理学问题提供重要的实验依据。可以相信，到时候引力波探测将不只是排除某些引力理论 [176–179]，而是将人们导向正确的超越广义相对论的引力理论，无疑这将是对引力波数据处理的一个极大挑战。

深度学习 (deep learning) 的发展是源于人工神经网络 (artificial neural networks)，其中

含多隐层的全连接网络和卷积神经网络 (convolution neural networks, CNNs) 都是常见的深度学习的网络结构组件 (见第三章)。深度学习通过组合低层特征形成更加抽象的高层属性类别或表示特征，用以发现原始数据中的分布式特征表示 [49]。近几年来深度学习在数据处理，特别是大数据处理中得到飞速地发展。是否有可能把深度学习的优势发挥到引力波的数据处理中，这是一个非常有趣而且重要的科学问题。从 2017 年开始，已有一些研究者开始尝试涉及这个问题 [56, 158, 162, 180–183]。它们的结果是令人鼓舞的。这几篇论文的作者们发现，深度学习方法在引力波数据处理速度和准确度两个方面都是可以和传统的匹配滤波方法相比拟的。但深度学习网络作为一类黑箱机器学习模型，哪些因素会影响该方法的引力波数据处理效果、该方法处理引力波数据的置信度如何、如何用深度学习方法寻找理论预期之外的引力波等重要的可解释性问题仍需要系统研究。

本章 [184] 以高斯白噪声和无自旋双黑洞并合系统辐射的引力波 [75] 为研究对象，使用深度学习方法在引力波数据处理问题中对相关的网络结构、训练数据制备、训练优化、对信号识别的泛化能力、对数据的特征图表示以及对引力波数据的波形特征的灵敏度等方面展开了系统性的研究。作为引力波探测中深度学习数据分析的初探研究，在本章中，我们将会充分应用第二章和第三章所介绍的引力波数据处理方法和深度学习理论基础，通过构建和优化神经网络模型，实现了对引力波信号的识别。卷积神经网络作为一种黑箱的机器学习模型，我们将通过可视化的方法来了解其结构内部是如何从噪声中辨识出引力波波形信号的。最后，通过研究引力波数据中不同波形在时域上的分布差异以及对引力波信号识别效果的影响，将有助于为研究者在生成训练数据集和优化网络模型时，提供一个具有一定可解释性和指导意义的神经网络模型训练策略。

4.2 神经网络的结构

基于深度学习技术的数据处理方法是通过建立一个神经网络来实现的。神经网络是由结构框架和连接的权重参数两部分构成。网络的结构通常由超参数来表述，因为它是在模型训练之前需要预先给定的。网络结构的好坏会在很大程度上决定深度学习数据处理的成败。

在本章中只考虑卷积神经网络 (Convolutional Neural Network, CNN)。与深度学习中常见的图像分类问题不同的是，构造 CNN 模型的输入数据结构是一维的时序序列，并不是二维的图像像素点阵数组 [183]。我们将会通过修改神经网络模型内部的构造等方式用以适应引力波数据：输入模型中的训练样本都已经经过了规整的采样，其中每个数据样本中，

以 8192 个采样点信息看作是图像中单一通道的特征信息，对应于长和宽分别为 1 和 8192 个像素点的灰度图像。

根据深度学习理论（见第三章），卷积神经网络通常分为两部分：卷积特征提取部分和全连接的多层神经元。卷积特征提取部分通常是由多个卷积层相叠的递进结构。每个卷积层有卷积过程（第 3.4.1 节）、非线性激活函数（第 3.4.2 节）和池化（第 3.4.3 节）三部分组成。在每层经过特征提取后的输出数据称为该层的特征图 [185]。越深的卷积层经过学习提取到的特征图就会越抽象，其描绘着隐藏在数据样本中的深层信息。全连接层（第 3.3.2 节）是一种前馈人工神经网络结构，其将输入的多频道数据延展开为一维向量输入进网络中。全连接的神经元层会对学习到的特征图进行分类评估，通过代价函数给出的数值结果与样本数据的真实标签之间进行误差比较。在本文的第三章中，我们已经概述了 CNN 的结构组成，更多细节可参阅文献 [170, 185, 186]。

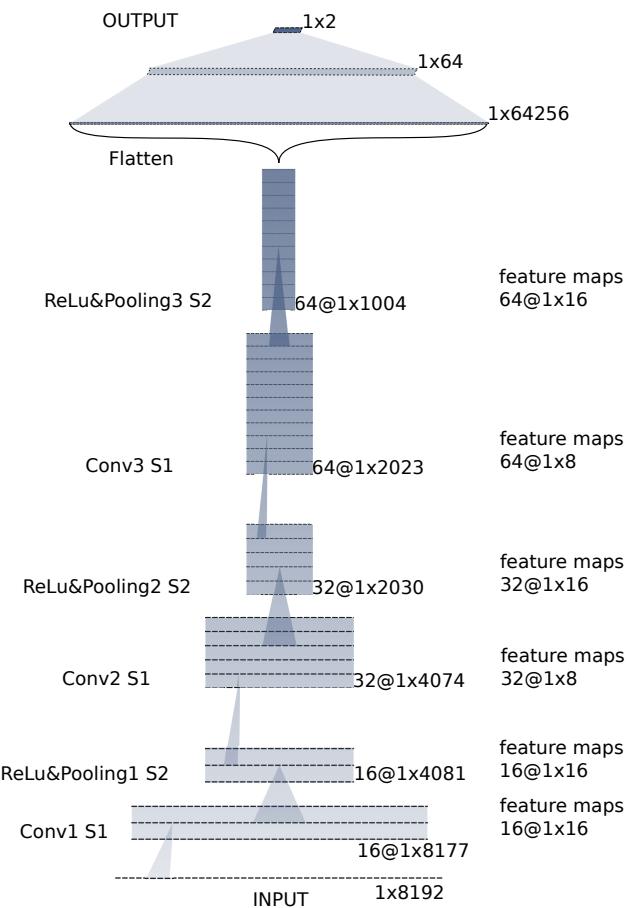


图 4.1 由三层卷积和两层全连接组成的神经网络结构示意图

在本章中，我们构造了如图 4.1 所示的卷积神经网络模型，其中包含了 3 个卷积层和 2 个全连接层。在图中，我们的数据流是以单个样本为例，数据是自下向上在网络模型中进行数据传递的。图上右侧最下方标注的第 1 个 16 指的是第一个卷积层有 16 个卷积核，@

后面的数值表示每个卷积核的大小。所有卷积过程都设定步长为 1。由于没有零填充，根据公式 (3.37) 可计算得到，在第一个卷积过程和非线性激活操作后，输入和输出的数据特征大小从 8192 变为 8177。然后经过 16 个卷积核大小为 1，步长为 2 的池化操作。可以算得输入和输出的数据特征大小从 8177 变为 4081。对于随后的第二层和第三层的卷积层是类似的。从三个卷积层构造的特征提取部分输出的数据平展开 (flatten)，就使得 64 段大小为 1004 的特征图数据改造为一段长为 64256 的特征数据。全连接部分会逐层的缩短数据流的维度，直到最后为两个数据特征来表征该样本中是否含有引力波信号。随着卷积神经网络层数的深入，其对应的各层特征图在时域输入数据上的感受野 (第 3.4.4 节) 范围会逐步扩大，这一点对于我们卷积神经网络在架构设计上的性能提升是非常重要的。可以计算得到第三个卷积层的输出特征在输入原始时域数据上的感受野大小是 163。虽然最深层的特征提取部分的感受野并没有覆盖全部输入时序信号，但是它已足够覆盖引力波波形的最小特征周期 (若数据采样率为 8192 Hz，则最深层特征图的感受野可覆盖 50Hz 以上波形振动)。在本章中，之所以采用了很简单的卷积神经网络模型，是因为复杂度较低容量低的网络结构会有较好的泛化效果 (第 3.2.2 节)。在本章的后文中还会看到，该低容量的卷积神经网络就已经同时具备较好的引力波信号识别和泛化能力。

为了研究最简化的卷积神经网络模型结构对引力波波形时序特征提取的影响，我们的网络模型在构建中并没有使用研究界普遍流行的批量归一化 (batch normalization) [187] 和随机失活 (dropout) [188] 技术。在计算机视觉领域，它们可以显著的优化对模型的训练和提升模型的性能。同时，我们也没有使用空洞卷积技术 (dilated convolutions) 技术 [156, 171]，该技术可以做到在不池化损失信息的情况下，使得感受野大小呈指数级的增加。

4.3 数据集的制备和优化策略

基于数据驱动方法的机器学习模型是可以挖掘真实数据分布背后的潜在信息。显然，训练数据集会直接影响深度学习模型工作的效果。

为了简化研究，下面将本章讨论的问题做出一些假设。首先，取引力波波源的参数空间范围足够小以符合研究的需要。因而我们考虑不带自旋的双黑洞并合系统所辐射的引力波。引力波探测器探测到的引力波信号

$$h(t) = F^+ h_+(t) + F^\times h_\times(t) \quad (4.1)$$

其中， $h_{+, \times}$ 是引力波的两种偏振模式 (可见第二章)， $F^{+,\times}$ 分别是探测器对这两种偏振模式的响应函数。假定探测器是理想摆放的，于是有 $F^+ = 1, F^\times = 0$ ，即只考虑 + 偏振模式的

引力波波形。并且使用了有效单体数值相对论 (EOBNR) 模型 [75] 来生成引力波模拟信号。

对于一个双黑洞系统而言，其作为引力波波源产生的引力波波形涉及若干个系统参数。除了双星系统中各自的黑洞质量外，每个黑洞都会有 3 个自旋自由度。此外，还有一个描述运动状态的独立自由度是双星系统的轨道偏心率 [75, 173, 174]。为了简化问题的讨论，我们取双黑洞系统的自旋和轨道偏心率都为零，即此时的双黑洞系统的参数只有两个，它们分别代表两个黑洞各自的质量。同时，针对 LIGO 引力波探测器的进一步要求，我们讨论的双黑洞系统是由对应于总质量为 $10M_{\odot} \sim 150M_{\odot}$ (M_{\odot} , 一个太阳质量) 的两个黑洞形成的。引力波波形也将统一的处理为 LIGO 探测相关的从旋进后期到铃震基本结束的 1 秒时间范围内。如图 4.2a 所示就是以采样率为 8192Hz 的引力波波形实例，从纵轴可以看到波形的微小变化在非常小的数据量级，约 10^{-21} 。因为，本章只关心 1 秒持续时间的引力波数据样本，所以对应的输入数据特征为 8192 个采样点。

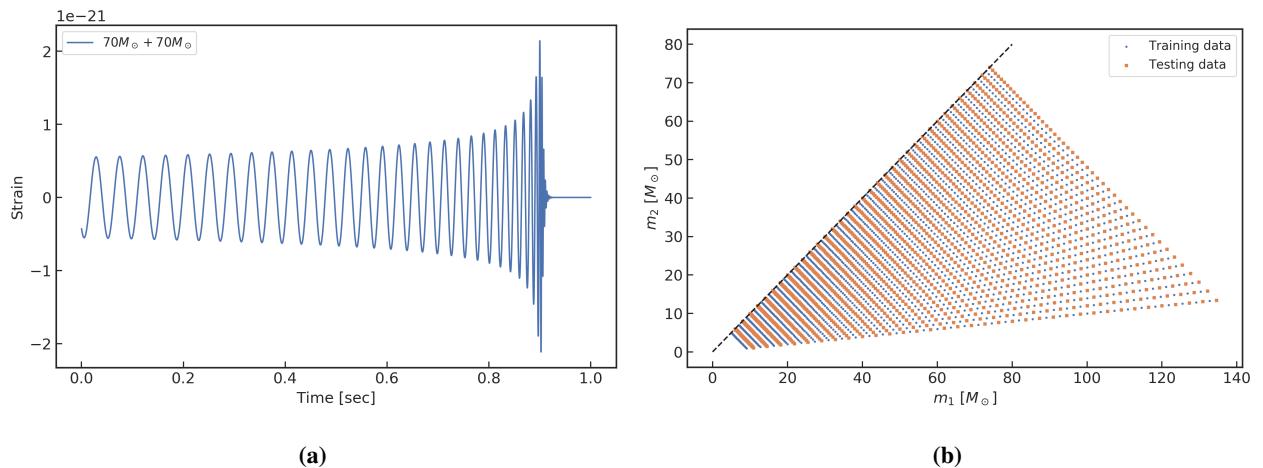


图 4.2 (a) $70M_{\odot} + 70M_{\odot}$ 双黑洞系统并合所辐射的引力波波形，(b) 在引力波波源参数空间中，分别用于训练和测试数据的双黑洞质量分布。

把每一对质量参数 m_1, m_2 所表征双黑洞系统的引力波波形与模拟的高斯白噪声叠加，经过整理成为有监督标签的数据集。在构造训练数据集的过程中，取双黑洞系统的黑洞总质量 $M = m_1 + m_2$ 为 $10M_{\odot}, 12M_{\odot}, \dots, 148M_{\odot}$ ；另一个系统参数将根据双黑洞系统的质量比 $q = m_1/m_2$ 从 1 到 10 间隔 0.1 采样，并在 $m_1 \geq m_2$ 的要求下取得两个黑洞的质量 m_1, m_2 ，共计产生 1610 个引力波波形模板。类似地，为了构造测试数据集，其黑洞总质量满足 $M = 11M_{\odot}, 13M_{\odot}, \dots, 149M_{\odot}$ ，也共计产生 1610 个引力波波形。这 3220 个引力波波形所对应的双黑洞质量参数分布如图 4.2b 所示。然后，我们将会为每一个引力波波形模板乘以一个表征信噪比的因子，并在每一个波形上分别混入模拟高斯白噪声，这样以来就分别得到了 1610 个训练数据和 1610 个测试数据。为了保证训练数据集在训练过程中网络

模型可以平衡的学习到样本的标签信息，我们再分别模拟了 1610 和 1610 个不含引力波信号的纯高斯白噪声数据加入到训练集和测试集中。这样一共得到 3220 个训练数据样本和 3220 个测试数据样本。最后，将训练数据中的所有样本的顺序随机打乱。这样就完成并制备好输入到神经网络模型的训练数据集和测试数据集。

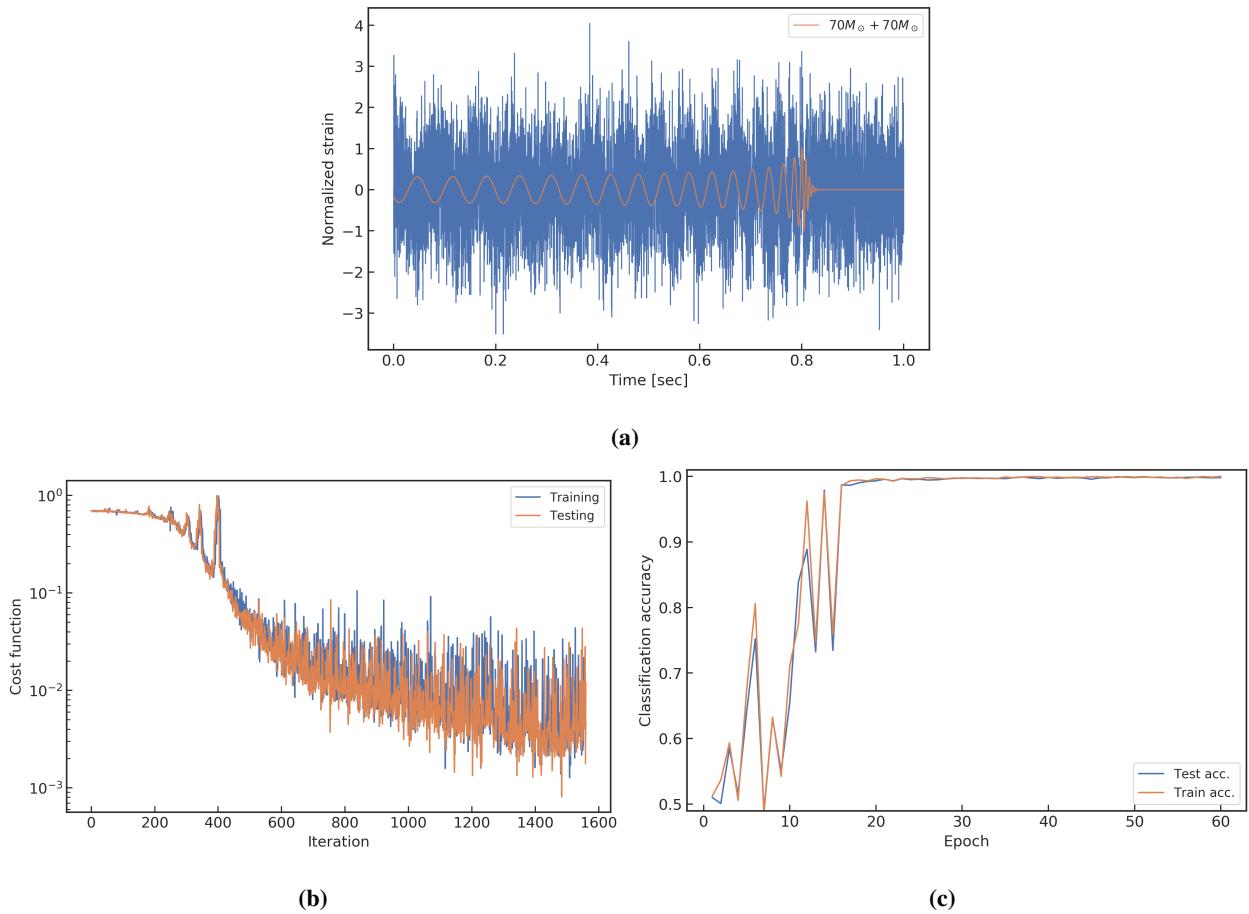


图 4.3 (a) 模拟白噪声背景下的数据样本 ($70M_{\odot} + 70M_{\odot}$, $\text{SNR}_{\text{amp}} = 1$), (b) 在每小批量数据输入模型后的代价函数变化曲线, (c) 模型的引力波识别准确率随着学习过程的演化行为

如图 4.3a 所示就是训练数据集中信噪比 $\text{SNR}_{\text{amp}} = 1$ 的样本数据。注意这里信噪比的定义不同于引力波数据处理中匹配滤波信噪比的定义 [75, 173, 174]。本章中所采用的信噪比定义是依据引力波信号 h 的最大振幅强度与背景随机噪声的功率(标准差)之比来衡量,

$$\text{SNR}_{\text{amp}} = \frac{\max(h)}{\sigma_{\text{noise}}} \quad (4.2)$$

其中, σ 是高斯背景噪声的标准差。如此定义信噪比不仅很方便做数据预处理, 且对于高斯白噪声来说, 该信噪比是仅关于引力波信号到达时间处波形幅度的函数。在第五章中, 我们将会对该信噪比的定义与匹配滤波信噪比之间的区别和联系做进一步实验对比和讨论。

在深度学习中，神经网络的训练学习过程就是对大量带标签数据进行有监督学习，通过反向传播算法（第 3.3.3 节）学习网络结构中的参数。通常先使用随机高斯分布来初始化网络结构中待学习参数，然后输入数据在已初始化模型参数的卷积神经网络中前向传播，最后会得到一个期望输出。这个期望输出与数据真实类别标签的误差是由代价函数（第 3.2.1 节）来描述。在模型迭代的优化过程中，误差会在网络中逐层地反向传播到各层的待学习参数（第 3.3.3 节），每层的神经元会根据该误差对网络结构中的参数进行更新，使得模型在每次迭代学习时都使用新的模型权重参数使得误差逐渐收敛到一个极小值。对于本章的卷积神经网络而言，待学习的参数包括卷积核权重参数、全连接层间的连接权重系数以及各层的偏置项等。训练好的模型只需要将所关心数据样本输入模型正向传播一次，就能够计算出输入数据所对应的预测类别，从而完成卷积神经网络的分类识别任务。在本章使用的网络模型中，我们使用小批量的随机梯度下降（mini-batch SGD）优化算法，并设置学习率为 0.01。

我们使用开源的 MXNet [61] 深度学习框架中训练卷积神经网络模型，并在 FloydHub 深度学习云 GPU 平台¹ 上完成了所有的训练和调参过程。如图 4.3b 所示，在每一次小批量输入数据到模型中学习后，代价函数的输出损失值会向着逐渐减小的方向变化。图 4.3b 中代价函数的震荡波动是由于训练数据是小批量的方式送入网络模型中学习的。如果每次更新学习时都用全部训练样本数据，一次性地交给模型训练，损失值的震荡就会变小，因为每个梯度的更新都是单调地优化整个训练集对应的代价函数（除非学习率设置得过高）而不是小批量集所对应的代价函数。所以，跟踪当前模型代价函数的状态可以直观理解不同超参数设置下的效果，进而可以修改模型超参数以获得更高效的学习过程。

在训练模型的过程中，对比模型在训练数据集和测试数据集上准确率表现可以知道模型拟合的程度。把训练数据集小批量的方式送入网络，直到把所有训练数据集送完，称之为一个周期（epoch）。接下来将重复地再把训练数据集小批量的方式送入网络中学习。如图 4.3c 所示，横轴对应的每个点衡量了在训练中每个样本数据都被观察过一次后的期望一个周期，这意味着每个样本数据都被观察过了一次。从图 4.3c 可知在训练周期达到大约 20 次以后，模型在训练集和测试集上的准确率都逐渐收敛于 90% 以上，说明模型在测试集上表现出不错的内插泛化能力。值得一提的是，初始化的模型参数会对每次训练过程中的收敛表现有很大的影响。虽然目前还没有一个好的方法来直接确定初始参数，但是可以通过迁移学习（transfer learning），将更容易收敛的高信噪比信号下训练的分类模型参数迁移到低信噪比的深度学习模型中，作为其模型训练的初始参数。

¹<https://www.floydhub.com>

4.4 引力波信号识别的泛化能力

卷积神经网络所具有的强大泛化能力，体现为神经网络识别训练样本以外的数据样本分布的能力，由此实现引力波探测模板以外的引力波信号。在上一节中，通过有别于训练样本引力波波形的测试样本数据来验证模型的泛化能力。目前，神经网络模型泛化能力的成因还没有在理论上达成一致性的认识，影响网络泛化能力的因素包括模型结构复杂性、样本复杂性、样本质量、初始参数权值和学习时间等诸多方面。

基于数据驱动方法的机器学习模型是可以挖掘真实数据分布背后的潜在信息。显然，训练数据集会直接影响深度学习模型工作的效果。为了进一步研究神经网络模型的泛化能力，我们制备了不同信噪比特征的测试数据集，并且将测试集中的引力波波形模板峰值居中的在 $0.1 \sim 0.9$ 秒范围内随机排布，以此来考察已训练好网络模型对于不同信噪比和不同到达时间的数据样本的准确率。这里谈到的信噪比指的是由公式 (4.2) 所定义的信噪比。我们将会通过改变引力波信号幅度的方式来调整每个数据样本的信噪比。如图 4.4a 所示，在不同训练集信噪比 ($\text{SNR}_{\text{train}}$) 下训练并收敛后的网络模型在不同程度上都对更高信噪比 (SNR_{test}) 的测试数据集上有着很好的泛化识别能力。其中经过训练迁移到很低的信噪比 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1$ 的模型明显比其他模型的效果要好。因此，在本章中未特别说明的情况下，模型都将默认选取 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1$ 数据上训练好的网络模型进行试验。

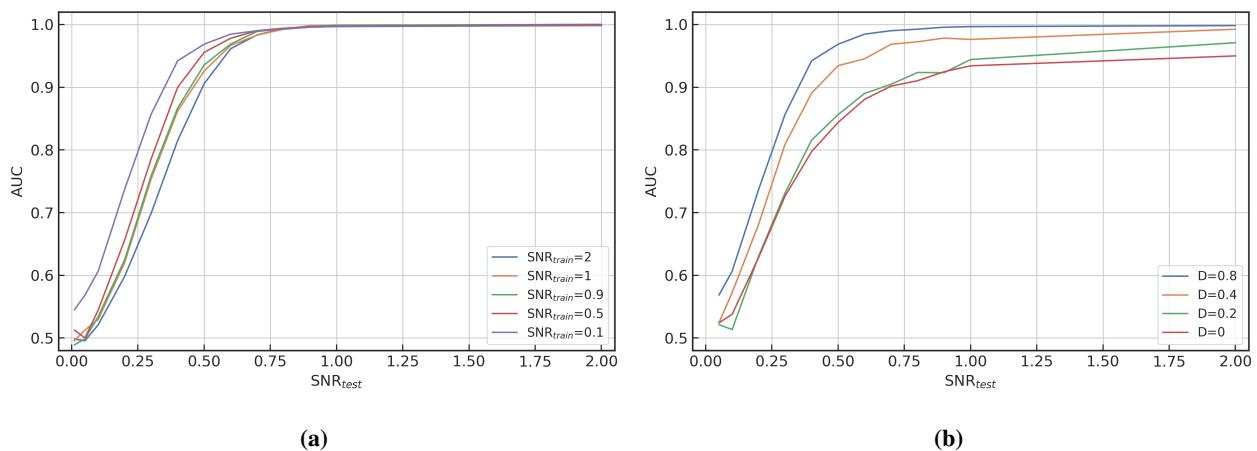


图 4.4 (a) $D = 0.8$ 和 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1, 0.5, 0.9, 1, 2$ 时，度量模型性能在不同 SNR_{test} 下的 AUC 图，(b) $D = 0, 0.2, 0.4, 0.8$ 和 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1$ 时，度量模型性能在不同 SNR_{test} 下的 AUC 图

下面，我们要探讨的是训练集合中引力波波形信号的峰值在 1 秒中的均匀分布范围 D 对模型泛化能力的影响。我们分别取训练集合中引力波信号峰值分布范围宽度在 $D = 0, 0.2, 0.4, 0.8$ 秒制备训练数据集，它们分别对应于 0.8 秒， $0.7 \sim 0.9$ 秒， $0.5 \sim 0.9$ 秒， $0.1 \sim 0.9$ 秒的数据样本位置范围内，其中 $D = 0.8$ 所对应的 $0.1 \sim 0.9$ 秒波形峰值随机分

布是默认的训练数据集的配置。考虑完全相同的网络模型结构、超参数和优化策略，在训练数据集有着不同的波形峰值分布范围 D 下完成模型的训练并收敛后，在测试数据集上考察其引力波识别的泛化能力，如图 4.4b 所示。可以看到，训练集数据的特征分布在时域上越宽泛，神经网络模型泛化能力会有很大的提升。因此，在本章中未特别说明的情况下，我们都默认训练集中引力波波形峰值分布范围都在 $0.1 \sim 0.9$ 秒之间随机排布。

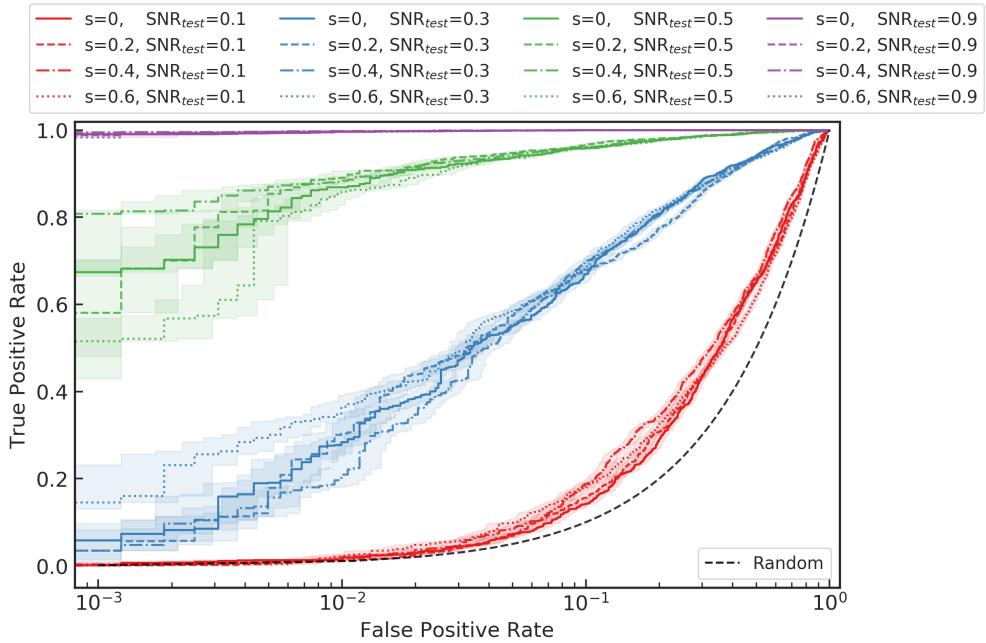


图 4.5 $D = 0.8$ 和 $\text{SNR}_{\text{train}} = 0.1$ 时，度量模型性能在不同的自旋参数 s 和 SNR_{test} 下的 ROC 图

在上述的结果中，我们分别从训练数据集中引力波波形的振幅和相位（分别对应于信噪比和信号到达时间）等不同特点角度考察了神经网络模型对双星系统所产生的引力波波源中参数空间“内插”的泛化能力。为了考察神经网络模型关于引力波波源参数“外插”的泛化能力，我们生成了不同的自旋参数 s 所对应的双星系统波源所产生的引力波波形，并以此根据不同信噪比来制备测试数据集，从而可以检验网络模型是否可以识别到训练集样本所对应的分布之外的引力波信号。如图 4.5 所示，引力波波源参数中自旋参数分别取 $s = 0, 0.2, 0.4, 0.6$ 在不同信噪比下的引力波测试集上的 ROC 图像。可以看到，神经网络模型即使在极低信噪比环境中在波源参数空间的外插泛化上都有着很不错的性能表现。

在目前的引力波数据处理研究中，还很少有研究者应用深度学习技术对引力波信号的外插识别能力进行尝试与讨论。在本论文中，我们着重关注神经网络模型在波源参数空间外插的泛化性能作为主要研究对象。

4.5 引力波信号特征的可视化表示

匹配滤波方法识别强噪声下的弱引力波信号靠的是寻找数据中与理论模板一致的部分数据特征。如果想在没有理论模板的情况下也辨别出弱信号来，那么就需要数据处理方法能分辨噪声部分数据与信号数据部分不同的特征。针对这个问题，理解神经网络对数据特征的分辨能力是有趣和重要的问题。

在卷积神经网络中，特征的提取和分类识别都是自动学习的。深度神经网络工作原理的可解释性问题至今仍未解决 [189]。对卷积神经网络的可解释性研究 [190] 不仅会对神经网络效率的保证，以及模型性能的提升是有必要的，也可以对训练数据中与标签相关的潜在特征有更加深入的理解。

可视化是最常用也是最直接的一种理解卷积神经网络的手段。例如在计算机视觉领域中，第一卷积层的权重可视化是很有帮助的，从中可以查看权重特征图像是否清晰平滑等来分析网络是否已经收敛。然而，在卷积网络模型中，首层的权重参数都是单通道长度为 16 的一维序列数据，所以很难从中分析出有参考价值的信息。

在卷积神经网络里，中间卷积层特征图的可视化有助于更好地理解深度网络内部机理，进一步了解一个训练好的神经网络究竟在各个卷积层中学习到了怎样的特征。此外，特征图的讨论会对原始数据有更好的理解。Zeiler 等人提出了联系特征图与原图像之间关系的可视化方法 [191]。由于数据在卷积神经网络前向传播的过程中会保持数据的空间结构，即每层的特征图与原始时序信号数据具有在空间上的对应关系，其中具体对应的位置及大小可以通过卷积计算层的感受野来度量，而神经网络每次迭代更新是通过后向传播来训练的。所以，关于特征图的可视化可以总结为有两种途径：

1. 正向可视化方法。

前向计算，即直接把每一层的特征图显示出来 [191]。每个特征图都对应隐藏层上的一个有序节点，对应于原时序信号数据中的某一位置处激活了该节点特征。随着网络深度的增加，特征图会变得越来越稀疏，这相当于是对原数据降噪和深度提取。但是经过逐层卷积计算和池化后，特征图会越来越抽象，其维度也会逐渐降低。这将会导致很难从中理解相应特征图在对应的节点处从原始数据中学习到了怎样的特征。但尽管如此，激活后最显著的特征图通常与样本的识别特征是强相关的。

2. 逆向可视化方法。

根据神经网络的最后一层中最显著的激活特征图进行反向计算，再利用卷积层的感受野得到原始输入数据中的对应区域，由此得到输入数据的某深层特征图在时域上的特征可

视化图像，从中可以进一步看出输入时序信号数据的哪些特征区域激活了神经网络，从而理解该特征图从原数据中学习了何种特征。在图像识别领域中，该种途径可以对图像做物体定位和目标检测等 [192–194]。

4.5.1 正向可视化方法

与传统的特征可视化相区别的是，待训练的低信噪比时序信号数据是通过模拟生成的，如图 4.3a 所示。用理论模型 SEOBNR [75, 76] 生成的纯引力波特征信号作为训练数据中的完备特征信息作为指导，通过对纯白噪声背景数据以及引力波信号 ($70M_{\odot} + 70M_{\odot}$) 与噪声的混合模拟时序数据 (信噪比 $\text{SNR}_{\text{amp}} = 1$)，分别观察卷积神经网络是如何经过特征提取给出正确的分类，同时查看它们在各个隐藏层下的特征图表现。

将纯引力波信号、纯白噪声以及将其二者混合后的时序数据作为对照样本，送入已训练好的卷积神经网络中，可以得到 3 个卷积层的特征图，把它们排布成以横轴为神经元编号，纵轴为神经元的输出结果的格式。第一卷积层的特征图对比如图 4.6 所示。第二卷积层的特征图对比如图 4.7 所示。第三卷积层的特征图对比如图 4.8 所示。

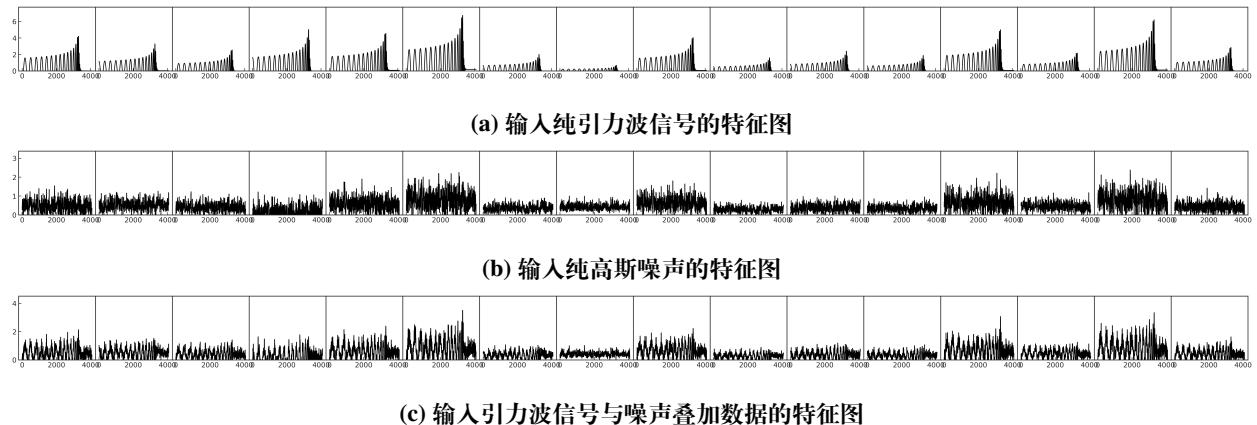


图 4.6 引力波信号、噪声及其相互叠加数据在卷积神经网络第一层的 16 个特征图

第一卷积层的特征图是直接从原始的时域数据样本中映射而来。从纯引力波信号的特征图 4.6a 中可以明显发现波形特征是非常规律且平滑的，空间方向上的特点与原引力波波形特点接近。但是，通过观察低信噪比 (信噪比大约为 1) 的混合数据可见噪声的影响对特征图 4.6c 的影响非常大，与纯噪声情况的特征图 4.6b 相比几乎看不出差别，很难从第一卷积层的特征图 4.6c 中区分出是否含有引力波。

随着网络深度的递增，每层特征图的表达越来越抽象，各层经过激活的特征图表现也越来越稀疏，差异也越来越大。虽然低信噪比数据的特征使得混合数据的特征图表达非常不平滑，但是通过对比纯引力波信号、纯噪声数据和混合数据对应的特征图可知：在较深

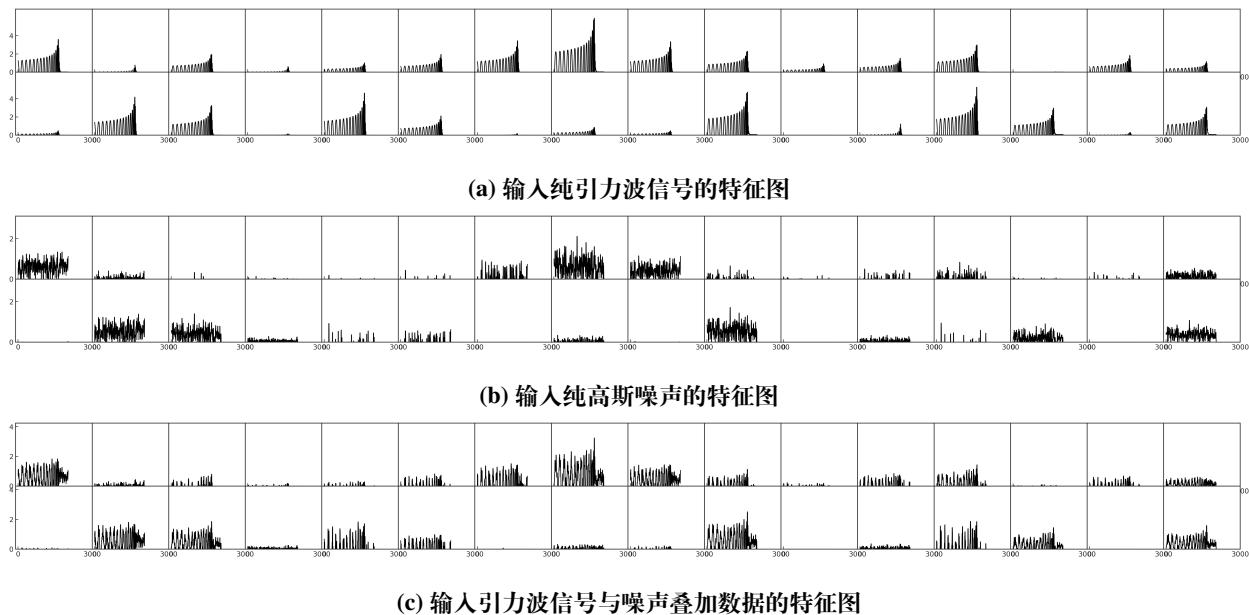


图 4.7 引力波信号、噪声及其相互叠加数据在卷积神经网络第二层的 32 个特征图

的卷积层中，部分特征图可以用来区分输入数据是否包含有引力波信号，比如在第三层的 64 个特征图中，第 4 行左起第 8 个特征图在有引力波信号情况下（如图 4.8c 所示）激活强度比较强，但是在纯噪声情况下（如图 4.8b 所示）表现较弱。在全连接神经网络的感知层之前，将第三卷积层的 64 个特征图全部平展开作为分类器的输入数据，根据这些特征图的差异得出输入数据中是否含有引力波信号的判断。

在卷积神经网络模型中，训练好的全连接层会根据输入的特征数据信息，给出分类预测的得分，可见表 4.1。在最后，该得分会经过 Softmax 激活函数处理为具有一定“概率”意义的结果。可以看到，神经网络对纯引力波特征信号的分类给出了最肯定的得分，分差超过 30。判断纯噪声数据中不含有引力波信息也非常的肯定（Softmax 函数的概率超过 96% 认为其中不存在引力波）。含引力波信息的混合模拟信号输入卷积神经网络模型后，对错误分类类别直接给出了很低的负分得分判断，最终模型预测此低信噪比的时序信号中有 99.9% 的概率存在引力波。

表 4.1 纯引力波、纯噪声以及混合数据输入下，神经网络最终给出的得分和 Softmax 概率

| | 存在引力波 | | 不存在引力波 | |
|------|-------|------------|--------|------------|
| | 得分 | Softmax 概率 | 得分 | Softmax 概率 |
| 纯引力波 | 20 | 1 | -15 | 0 |
| 纯噪声 | 1.58 | 0.04 | -1.58 | 0.96 |
| 混合数据 | 5.64 | 0.9999 | -4.31 | 0.0001 |

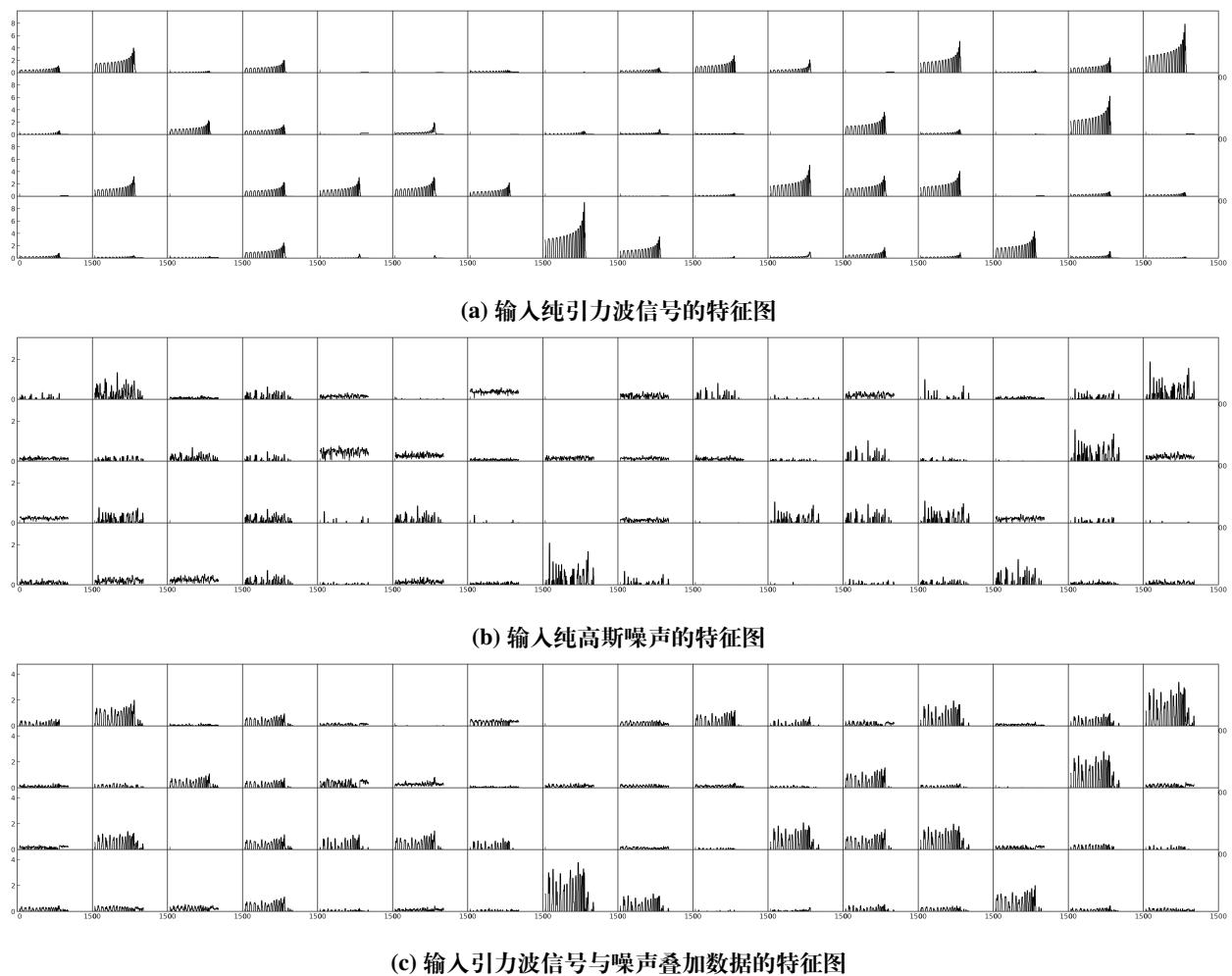


图 4.8 引力波信号、噪声及其相互叠加数据在卷积神经网络第三层的 64 个特征图

卷积神经网络是逐层地实现特征提取的。可以通过 TSNE [195, 196] 非线性降维可视化技术，对上述不同混合噪声的引力波数据和纯噪声数据中每一层的输出特征图，降维到二维进行可视化，如图 4.9 所示。我们可以从高维的抽象特征图降维后，通过对比不同标签的数据样本的特征分布，明显地看到卷积神经网络是如何逐步递进地实现特征的提取和线性分类的过程。

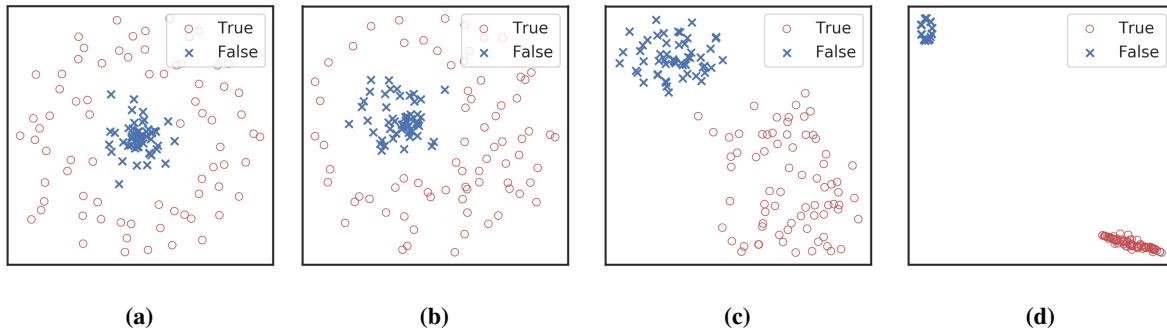


图 4.9 分别对第一卷积层 (a)、第二卷积层 (b)、第三卷积层 (c) 以及全连接隐藏层 (d) 所输出的特征图，通过 TSNE 降维可视化所得到的特征分布图像

4.5.2 逆向可视化方法

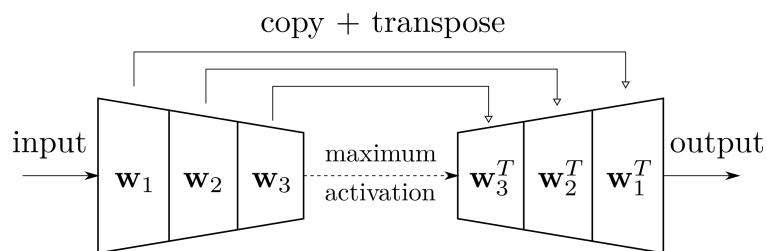


图 4.10 转置卷积网络结构的时域滤波器示意图

在神经网络的可视化研究中，除了直接观察各个卷积隐藏层的特征图外，还可以对激活最显著的节点特征进行“反向”传播。通过对池化和卷积运算中的矩阵参数进行迁移和矩阵转置，就可以将相应激活最显著的特征图映射到与输入数据相同的时域空间中，如图 4.10 所示。由此建立的引力波数据时域滤波器，通过对输入到输出数据之间的差别，可以帮助我们理解卷积神经网络究竟是根据哪些显著特征给出分类判断。对第三层最显著特征节点(对应图 4.8a 中第 4 行左起第 8 个特征图)进行了转置卷积操作映射回到时域上后，结果如图 4.11 所示。图中蓝色曲线表示的是最显著节点特征在时域上的可视化结果，红色曲线绘制的是对应的输入引力波数据，从上到下分别对应输入数据是纯引力波、纯噪声和混合数据的情况。从图 4.11 中可以看到，在不同的数据样本下，该特征节点反向可视化上

的表现差异很大。在纯引力波输入情况下，该特征节点可以准确地记录引力波的特征信息，二者在时间坐标上表现出了相同的波形震荡周期规律。在纯噪声和混合数据情况下，反向可视化的结果会受到噪声的影响。尤为有趣的是最下图的混合数据的可视化图像，基于最显著特征图映射的时域滤波器可以表现出良好的降噪效果。

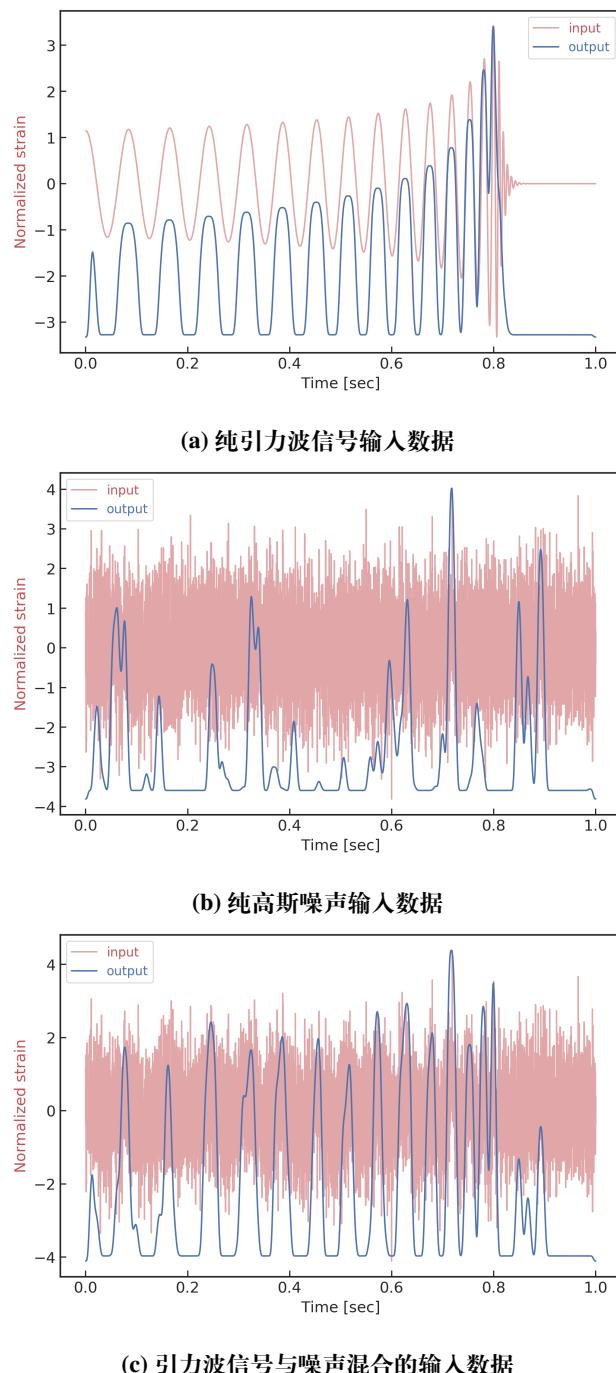


图 4.11 经由最显著特征节点映射的时域滤波器，关于纯引力波信号 (a)、纯噪声信号 (b) 以及混合数据后 (c) 的输入和输出可视化图像

4.6 引力波波形特征的灵敏度分析

面对输入的数据，一个有趣的问题是卷积神经网络是主要根据数据样本中的哪一部分数据实现的分类判断呢？在考虑的引力波波形中，是旋进部分重要、还是双黑洞并合和铃震的部分重要？面对引力波数据流时，有限的输入数据窗口在引力波波形上的不同位置会对模型预测有着怎样的影响？

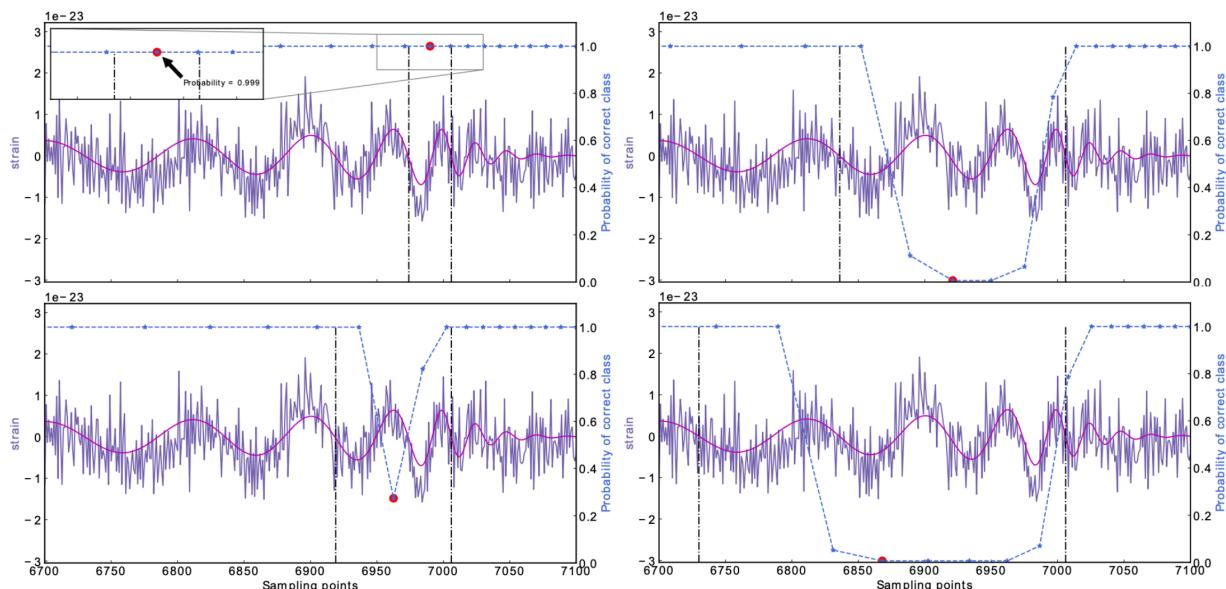


图 4.12 $25M_{\odot} + 25M_{\odot}$, $\text{SNR}_{\text{amp}} = 1$ 数据样例的遮罩实验结果

我们通过对数据样本中引力波信号部分的遮罩 (occlusion) [191] 来考察这个问题。数据样本中被遮罩的纯引力波信号部分将会用一个值都为 0 的零窗函数来作用，并在整个时间窗口范围内的不同位置处作用，以此来考察在时域上不同位置处引力波波形被遮罩后的卷积神经网络对测试数据样本的分类能力。零窗函数的遮罩位置和窗口大小将根据引力波信号样本的波形周期特点来确定。如图 4.12 所示，对应的左上、左下、右上和右下这四个子图分别是根据引力波波形的 1、2、3 和 4 个波动周期在时域上的不同位置处进行截取和遮罩，同时将每个遮罩后模型给出的预测结果标记在被遮罩窗口范围（黑色虚线为例）的中点位置处（红色点为例）。我们将混在噪声中的引力波波形（图中紫色波形曲线）峰值都固定在第 7000 个采样点处（0.85 秒处），通过在数据样本上的不同位置处进行遮罩实验并给出预测概率结果（图中蓝色虚线点），我们发现遮罩区域在时域上不同位置处的大小越小，模型预测结果会表现趋于平滑，对模型决策的影响也越小。同时对于图 4.12 中的波形样本来说，覆盖 4 个波形周期的遮罩处于第 6800 ~ 7050 采样点处（0.83 ~ 0.86 秒处）时，模型对混合数据的决策结果会表现出明显误判结果。这说明被遮罩的部分数据的特征对模型的分辨识别能力影响最强，而该被遮罩的部分正对应于引力波双黑洞旋进后期至并合部分的

特征波形。

值得留意的是，由于不同波源参数的引力波波形差异较大，上述时域上的遮罩实验很难对数据集中所有波形样本给出一般统计意义的结果。事实上，图 4.12 中样例所示的波形特征灵敏度测试可以在一定程度上看作是基于时频域的遮罩实验，所以这种时频遮罩可以在一定程度上对应到引力波的波形特征就不难理解了。可见，神经网络对引力波信号识别的这个特点有一个潜在的用处。在未来的引力波探测实验中，随着探测精度的提高，很可能一段数据中包含着不止一个引力波信号。我们可以用这种遮罩的方式来判断信号的个数。如果随着遮罩的移动判断概率没什么变化，那说明数据中一定包含着不止一个引力波信号；反之则说明只有一个信号。

在实际的引力波数据处理流水线中，算法模型所面对的是连续的数据流。所以基于固定窗口输入数据的模型算法在引力波信号搜寻的过程中，都会采用有重叠的数据扫描方式，并且期待引力波并合的波形特征可以很好的被扫描到。一个有趣的问题是：引力波仅处在旋进状态下的波形特征是否可以对模型的预测结果造成影响。这亦是在考验神经网络的泛化能力，因为我们训练模型时的引力波波形峰值是在 1 秒窗口内的 0.1 ~ 0.9 秒之间随机分布的。

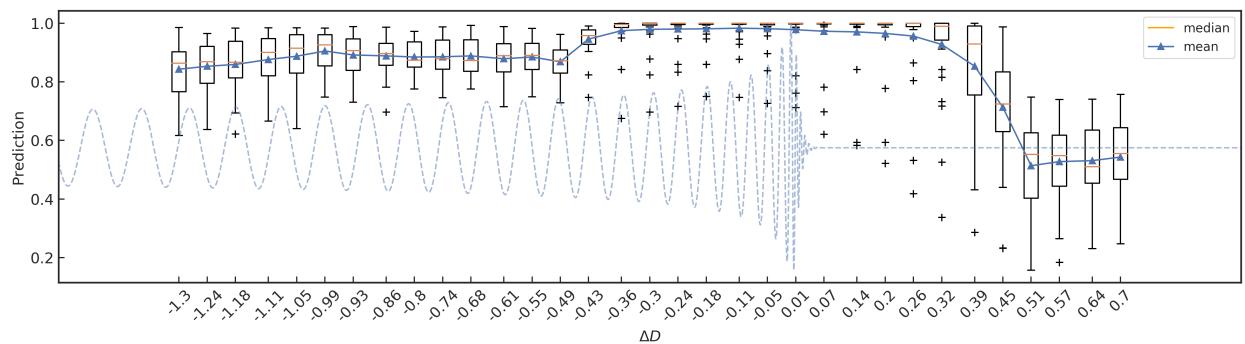


图 4.13 测试集上不同位置处的模型预测结果的箱型分布图

我们将所有 1610 个测试引力波波形延拓为 3 秒时长，并且波形的峰值都固定在 1.8 秒处（以图中蓝色虚线波形所示为例）。分别随机的与 $\text{SNR}_{\text{amp}} = 1$ 的噪声混合后，以 $1/16$ 秒为间隔滑动宽度为 1 秒的数据窗口作为网络模型的输入，共计有 33 个不同位置的滑动输入窗口。与上述的遮罩实验类似，每一次模型预测的结果都会标记在该输入数据窗口的中间位置处，并定义该位置与波形的峰值的距离为 ΔD （如最左侧起始滑动窗口中点到波形峰值的距离为 $-1.8 + 0.5 = -1.3$ 秒）。最后可以分别对 33 个不同位置输入数据窗口处绘制关于 1610 种引力波波形样本预测结果的箱型分布，如图 4.13 所示。通过对比 $\Delta D < -0.49$ 与 $\Delta D > 0.51$ 两部分中各个模型预测分布的均值（蓝色三角点）可以看到，网络模型的预测

结果对于仅旋转部分的波形与纯噪声相比是有着很明显的影响。这意味着对于仅可观测到旋转部分的 GW170817 引力波事件而言，通过神经网络模型发现其波形信号是有可能的，而且对识别长时的连续引力波 (continues GWs) 信号来说也是很有意义的。此外，考虑到中位数 (橙色实线) 对异常值具有很好的鲁棒性，我们可以留意到 $\Delta D \in (-0.4, 0.4)$ 范围内的模型预测结果，半数以上的绝大部分波形样本都有着很高的预测结果。这亦不难理解，因为训练集中波形峰值的分布范围在 $D = 0.8$ 秒内随机分布的。最后值得一提的是，图中的几乎所有的预测异常值 (黑色加号) 都对应于波源参数的总质量小于 $20M_{\odot}$ 的引力波波形样本。

必须要承认的是，上述的实验背景都是在理想的稳态且高斯模拟噪声下模型预测结果的灵敏度实验。在考虑更加复杂和真实的噪声环境下，神经网络模型的预测结果会因各类环境因素而产生干扰和差异。所以，本文中所得出的实验结果可以看做是理想环境下，神经网络模型对引力波波形特征的最佳灵敏度响应。更为贴近真实背景噪声下神经网络模型对引力波信号的识别和搜寻，将会在第五章和第六章详细介绍。

4.7 总结与结论

引力波的成功探测不但完成了广义相对论实验检验的最后一块拼图，而且还打开了引力波天文学这扇观测天体和宇宙的全新窗户 [175]。同时它还将可能改变引力物理学研究的格局。在引力波实验以前，由于其他的引力实验只能涉及较为弱引力场和低速的物理情形，以后牛顿参数衡量，相应参数小于甚至更小。而引力波探测对应的引力波源相应的参数在 1 的量级，是典型的强引力场强动态时空区域。引力物理学研究探讨的是广义相对论适用边界何在，失效后应该变成什么理论的问题。量子引力是该研究领域中典型的科学问题。在引力波探测之前，由于没有实验可供参考，人们只能利用理论推理的方式工作。随着引力波探测数据的增多，人们有可能会像对待别的物理问题一样，由实验结果指引人们思考问题的方向。可以想象，那样的话引力物理的研究方式将被极大地改变 [197]。

在目前的引力波数据处理中，匹配滤波方法占据了绝对的位置。不论是引力波信号的辨认还是波源参数的反演，都离不开匹配滤波方法。而匹配滤波方法工作的前提是准确完备的理论模板。粗略地说，这样的情况使得引力波探测只能测到完全在理论预言范围内的引力波。这限制了利用引力波探测发现完全未知事物的能力和可能性。

近年来深度学习数据处理方法得到极大发展，在数据处理的高效性和高迁移性方面表现突出。深度学习数据处理方法的高效性有希望进一步提高引力波的探测能力，把传统匹

配滤波方法辨认不出的或者置信度不够的引力波信号识别出来。其高迁移性有可能让人们使用广义相对论构造的理论模板训练的神经网络发现超越广义相对论理论描述的引力波信号。这样引力波探测将实实在在地把引力物理变成实验主导的学科。

目前，深度学习方法在引力波数据处理中的应用研究目前还很少，更谈不上系统研究。本章作为这个问题的尝试性探索，引入了这个问题，并且在相关的网络结构、训练数据制备、训练优化、对信号识别的泛化能力、对数据的特征图表示以及对特征数据遮罩的响应等方面给出了细致讨论。我们不仅发现以卷积神经网络为代表的深度学习模型，确实在运算速度和信号识别能力上表现优秀，还发现基于数据驱动的算法模型在引力波波源参数的外插泛化上有着独特的优越性能。随后我们通过不同的可视化方法，对神经网络结构的细节做了一系列验证和实验，对部分网络结构的可解释性做了讨论。最后，我们着重关注了引力波波形特征对引力波信号识别灵敏度的影响。我们不仅发现在深度神经网络模型中引力波波形的不同特征对信号识别效果有很不同的影响，尤其是旋进后期与并合阶段的特征波形。此外，我们也对更现实的引力波数据流做了测试实验，发现对于较大的总质量引力波波形在旋进阶段就可以很好的被算法所识别。并且，我们发现训练集中的波形样本在时域上的分布，对滑动窗口预测引力波位置有着显著的影响。这些研究成果为构建深度学习系统、探索模型设计的策略和数据集的制备等提供了重要的参考依据。

第五章 卷积神经网络结构对引力波信号识别的性能研究

5.1 引言

引力波天文学已经发展成为一个非常成熟的研究领域。截止到第二次运行阶段(O2)结束，高新激光干涉仪引力波天文台 aLIGO [26, 198] 与欧洲的 aVirgo [13] 引力波探测器联合观测到数十个双黑洞系统的引力波并合事件。如此瞩目的成就再一次印证了爱因斯坦广义相对论的准确预言 [1–4, 14]，也意味着引力波天文学正式迈入了收获丰硕成果的引力波观测新时代。

引力波的成功探测将会为引力理论和天文学的研究提供全新的方式和观测手段，尤其是开辟了多信使天文学的崭新局面。引力波作为信息的载体，不仅可以提供电磁波不能提供的信息，还可以为后续的光学观测预警，这就是基于联合观测的多信使天文学 [20]。GW170817 [15] 是人们第一次成功进行的多信使天文学观测事件。随着 aLIGO 和 aVirgo 的探测器灵敏度进一步的提升，未来的多信使天文学将结合各地的天文台 [31, 33, 199–203] 会观测到更多的引力波事件和更多类型的引力波波源，也会接收到更多关于宇宙环境中各种天体的运动、结构、起源和演化的丰富信息。

随着多信使天文学的发展，人们逐渐地意识到当前正在面临着机遇与挑战并存的研究现状。为了充分发挥多信使天文学中协同观测的能力，计算开销是目前最主要的限制因素。首先，低延迟的引力波探测技术的计算开销很大程度上是受限于信号处理中的匹配滤波技术 (matched-filtering)。匹配滤波是一种用于在高斯、稳态和加性的噪声中，探测特定的已知波形形状信号的线性最优算法。在目前的引力波探测领域中，匹配滤波技术仍仅从 4D 波源参数空间 (即双星各自的总质量 (m_1, m_2) 和非零自旋角动量 (s_1^z, s_2^z)) 外加一个轨道偏心率 (e) 所构成的波形模板库 (template bank) 搜寻引力波信号。将匹配滤波算法运用在完全放开的高维波源参数空间上搜寻引力波信号，在计算开销上是不现实的，因为这会要求所需要的模板库波形数目上升数个数量级 [204, 205]。目前的引力波后续观测预警使用的是高误报率、低信息量方式。这大大地增加了后续观测的难度。此外，该算法只能适用于搜寻延时短的引力波波源信号，对于较长的引力波波形的信噪比表现并不理想。

近些年来，引力波天文学中运用机器学习来实现信号处理的工作是一个正在茁长成长的领域 [47, 48, 206–209]。对于传统的机器学习技术，甚至包括如浅层 ANNs，都需要人工对数据中的特征进行抽取，而不是对原始数据本身直接作为输入。然而，深度神经网

络可以实现自动地特征提取，在低信噪比的数据环境中成功地探测识别引力波信号(可见第四章)。在以往的研究 [150, 158] 中，研究者们尝试了在高斯噪声背景和模拟的 aLIGO 探测器噪声下就深度卷积神经网络的引力波信号识别能力，发现探测某种非高斯特征是很有成效的，现在这些非高斯性就对应于输入数据中特定的片段中，并且有着比传统机器学习方法优异的表现，并与匹配滤波技术相比较也有着可比拟的信号识别率。然而，还尚未有研究针对不同文献中所提出的不同网络模型结构之间的性能差异进行比较。此外，由于缺乏数据预处理流程的详细描述，还少有研究者曾讨论过数据集中信噪比定义的不同考量对泛化性能的影响。

在本章，我们将根据 aLIGO 引力波探测器的灵敏度模拟引力波背景噪声数据，通过在不同信噪比约定下完成数据预处理流程和数据集的制备(第 5.2 节)，我们对比了训练数据分布的差异对卷积神经网络在低信噪比引力波信号识别能力的影响和规律(第 5.3 节)。随后，我们对卷积神经网络的结构超参数进行较系统性地考察、微调和优化(第 5.4 节)，提出一个改进版的卷积神经网络构架。通过与前人研究的模型结构作比较，发现我们所提出的改进版算法模型不论是内插还是外插泛化性能上都有着更好的表现。

5.2 引力波数据的制备和处理流程

在监督深度学习算法中，数据量越大模型的性能会越有优势 [49]。通常来说，获取大量高质量的带标签的训练数据是非常困难和繁琐的，尤其是在绝大多数深度学习应用领域中，如计算机视觉领域、语音识别和自然语言处理等。不过，在引力波数据处理中，我们并不会面对这些困难，这是因为我们总可以通过理论数值模拟得到源源不断的引力波波形和模拟噪声数据。

为简单起见，我们假定引力波信号都是根据单个探测器理想定向的(optimally oriented)，并且根据 SEOBNRE [75, 76] 模型来生成双黑洞系统波源对应自旋都为零且无轨道偏心率的引力波波形。如此一来，我们的波源参数空间的维度就约化到了二维，即双黑洞系统各自的质量。与第四章一致，我们同样限制总质量参数以一个太阳质量为间隔，在 $5M_{\odot}$ 和 $150M_{\odot}$ 之间采样，并根据双黑洞的质量比从 1 到 10 间隔 0.1 均匀采样来生成波形模板数据。由此，共生成 3220 个引力波波形。我们仍要求模型输入数据的时序序列窗口为 1 秒的时长，并且在 8192Hz 上均匀采样。在这个采样率上进行机器学习建模是比较有效的 [158]。值得留意的是，真实的引力波数据是连续的时序数据流，以时序窗口作为算法的输入进行时域扫描。可见，模型输入序列的窗口大小也是本文所考虑的学习任务的可调参数之一，

该超参数对模型训练和引力波搜寻的影响将会在第六章中讨论。

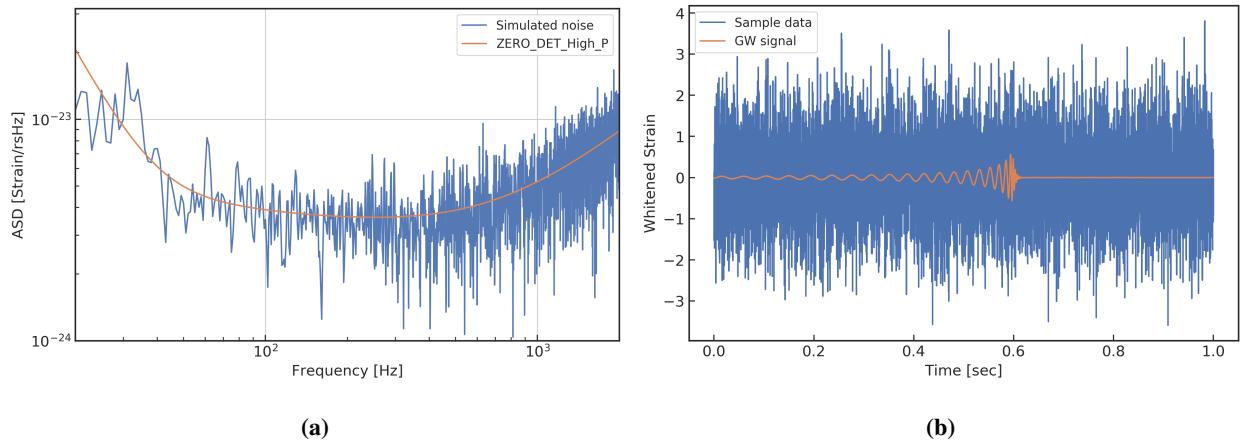


图 5.1 (a) 模拟探测器噪声的 $\text{ASD} = \sqrt{\text{PSD}}$, (b) 一个经过数据处理流程后的训练样本数据 ($35M_{\odot} + 35M_{\odot}$, $\rho_{\text{opt}} = 10$)

与通常的引力波数据分析方法相同，我们以引力波探测器“Zero-detuned High Power”¹设计灵敏度曲线 [26] 为基准模拟背景噪声和估测 aLIGO 的噪声功率谱密度，并以此来对引力波数据进行白化。如图 5.1a 所示表示在不同频率下对 aLIGO 探测器的近似灵敏度。很多引力波数据分析的研究都需要模拟噪声的来源，比如很早就有为构造机器学习算法而模拟背景噪声 [46, 161, 208]，也有为了测试算法性能而采样了真实的 aLIGO 探测器噪声 [47]。在本章中，我们对第四章模拟的高斯背景噪声进行“上色”，使得其可以表征真实引力波探测器的功率谱密度，在该高斯有色的探测器噪声背景下，构建用于引力波信号识别的神经网络模型。

与第四章中数据集生成办法一致，我们依据一定的信噪比将所有混合后数据都分成独立的两部分，分别对应为训练集和测试集，并且测试集中引力波波形模板对应的总质量参数是与训练集的样本相错开 $0.5M_{\odot}$ 采样的。可见，各含有 1610 个引力波波形的两个数据集中并没有共同存在的波形模板。如此生成数据集合，就可以确保两个数据集是独立同分布的，满足机器学习模型优化的基本假设。并且这样也可以在一定程度上避免过拟合问题。两个数据集中波形模板的质量分布可见图 4.2b。

在开始模型训练之前，我们对数据集中所有数据样本都进行相同的一套数据清理流程，如图 5.2 所示（仅展示数值为正的引力波数据）。先取 2 秒时长的引力波波形模板，并将每个波形的峰值都居中在 0.8 秒范围内随机排布。为了减少能谱泄露所带来的影响，我们使用一个 Tukey 窗函数来去掉两侧约 50% 的波形信息。根据特定的信噪比需求以及对应不

¹<https://dcc.ligo.org/LIGO-T0900288/public>

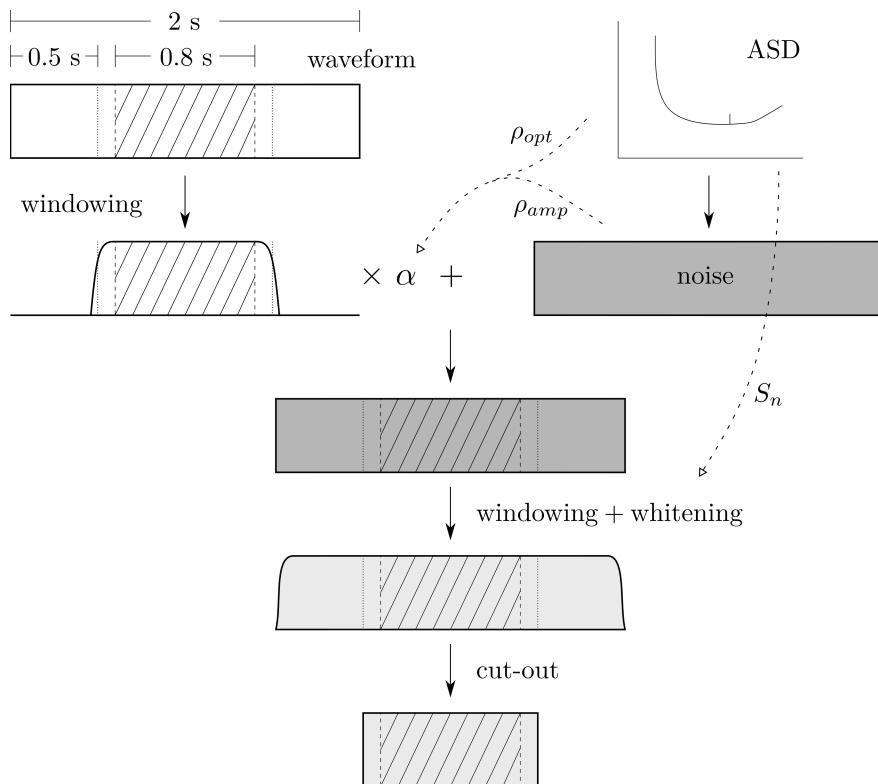


图 5.2 引力波数据预处理流程示意图

同的噪声估计来源，数据中波形模板的幅度会乘以一个缩放因子 α ，再和 2 秒时长的有色背景噪声混合，随后根据噪声功率谱密度对混合后的数据样本进行加窗和白化处理。最后，通过截取居中的 1 秒时长的数据样本，与第四章一样为了优化模型训练的过程 [146, 186]，再经过标准化处理(均值为 0，方差为 1)后就可以制备出深度神经网络模型的输入数据集。类似地也可以生成一个等规模的模拟噪声数据集，从而扩大整个训练集和测试集的样本数目，分别有 3220 个数据样本。如图 5.1b 所示，是一个训练样例数据。

在实际的模拟噪声生成过程中，我们使用了 PyCBC² 软件程序包 [42, 67] 来模拟 aLIGO 引力波探测器设计灵敏度的随机噪声。上述的数据处理流程参考自 Gabbard 等人 [150] 在 2018 年发表在 Physical Review Letters 上的处理方法和源代码³。他们通过模拟的噪声和引力波模板发现在较低的匹配滤波信噪比和相同误报率下，卷积神经网络与匹配滤波算法相比有着相当的引力波信号探测率。考虑到模拟探测器有色噪声对模型性能的影响，我们将在下一节来探讨匹配滤波信噪比和基于引力波振幅的信噪比之间的关系，以及在深度学习算法下，该选用哪种信噪比定义来构建训练数据集分布对模型的泛化性能更有效。

²<https://ligo-cbc.github.io>

³https://github.com/hagabbar/cnn_matchfiltering

5.3 引力波数据分析中信噪比的比较分析

在上一节的数据处理流程过程中，我们是通过一个缩放因子来改变数据中引力波模板的波形幅度，从而控制波形信号与噪声之间的关系，我们用信噪比标记制备出来的数据集。在不同的引力波数据处理文献中，信噪比的定义并不完全统一，一般都会在文献中明确表明当前工作中所使用的信噪比是如何定义的。在绝大多数的引力波信号处理文献 [15, 150] 中，都会使用匹配滤波信噪比 ρ_{opt} 来衡量引力波信号在所给定的噪声功率谱下的探测能力（第 2.4 节），

$$\rho_{\text{opt}}^2 = \langle h|h \rangle \quad (5.1)$$

该定义一般称作关于模板信号 $h(t)$ 的最佳匹配滤波信噪比 (optimal matched-filtering SNR) 或特征匹配滤波信噪比 (characteristic matched-filtering SNR)。之所以称其为“最佳”，是因为该定义对应于一段引力波数据 $d(t)$ 上对模板信号做滤波匹配结果的期望。所以，在用模板波形搜寻引力波信号时，会用基于匹配滤波结果关于该段数据 $d(t)$ 上的匹配滤波信噪比 ρ_{MF} [210] 定义为

$$\rho_{\text{MF}}^2(t_0) = \frac{1}{|\langle h|h \rangle|} |\langle d|h \rangle(t_0)|^2 \quad (5.2)$$

$$\langle d|h \rangle(t) = 4 \int_0^\infty \frac{\hat{d}(f)\hat{h}^*(f)}{S_n(f)} e^{i2\pi f t} df \quad (5.3)$$

其中， t_0 是在给定区间上 ρ_{MF} 的最大值似然所对应的信号到达时间。

在有些深度学习引力波数据处理文献中，会使用另外一种信噪比定义（如 [158, 183] 和本文第四章）：

$$\rho_{\text{amp}} = \frac{\max_t h}{\sqrt{\sigma_{\text{noise}}}} \quad (5.4)$$

该信噪比的定义简单，操作方便，运算速度快。对于稳态高斯背景噪声而言，信号的幅度与该信噪比之间也成正比关系。为了便于对比研究文献中不同信噪比定义下的研究结果，以及探究清楚不同信噪比的定义对我们构建数据集分布的影响，以及会对训练机器学习模型性能的影响，我们将先分别对 ρ_{opt} 和 ρ_{amp} 这两种定义下的信噪比在引力波数据中做统计意义的比较分析。

首先，通过上一节中所介绍的数据集构造方法，我们根据 ρ_{amp} 信噪比定义分别基于 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5 来制备数据集，并探讨这些数据集上所有的数据样本中关于信噪比定义 ρ_{opt} 和 ρ_{MF} 的分布情况，如图 5.3 所示。从图 5.3a 中的统计分布规律可以看到，对于给定的某 ρ_{amp} （所有波形有相同的最大振幅）来说，其各波形样本所对应的 ρ_{opt} 信噪比会随着

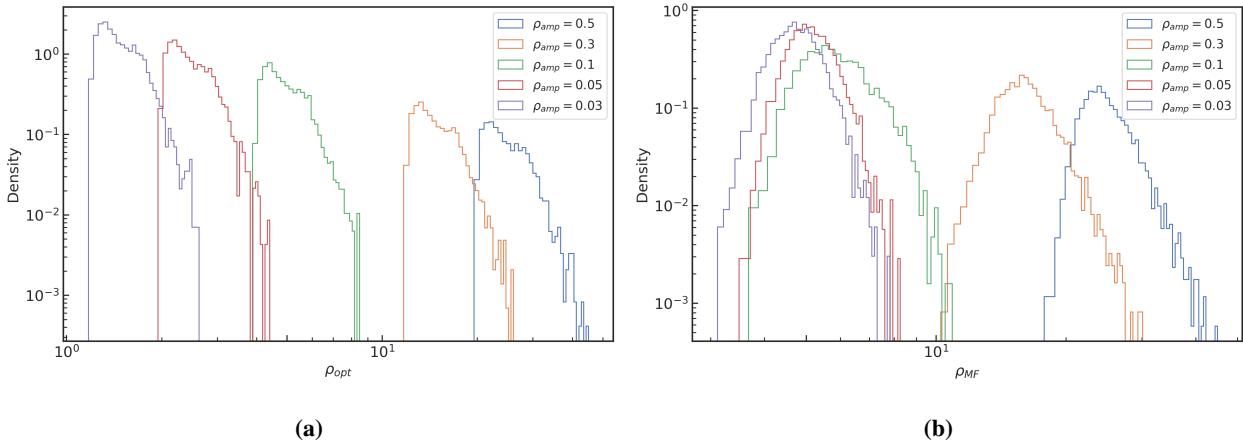


图 5.3 分布基于信噪比 $\rho_{\text{amp}} = 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5$ 时的数据集波形样本中 (a) 信噪比 ρ_{rho} 分布, 和 (b) 最大化的信噪比 ρ_{MF} 分布

ρ_{amp} 的减小而线性的降低。而从图 5.3b 中可知，当对这些不同振幅高度的 ρ_{amp} 数据样本去做匹配滤波后，给出各数据样本的匹配滤波信噪比会收敛在 $\rho_{\text{MF}} = 5$ 左右处。

通过在各数据集样本上统计 ρ_{opt} 和 ρ_{MF} 信噪比的平均值，进而对这三个信噪比含义作比较，如图 5.4 所示。可以看到 ρ_{opt} 的平均值与 ρ_{amp} 是明确的线性正比关系。这很容易理解，因为这两个定义都与波形的振幅成正比。 ρ_{MF} 在背景噪声的影响下，会在 $\rho_{\text{amp}} < 0.1$ 上最低收敛在 5 左右。这也就是为何在实际的引力波探测搜寻过程中，一般都是取匹配滤波信噪比的阈值为 5 ~ 6 来标记疑似引力波信号。

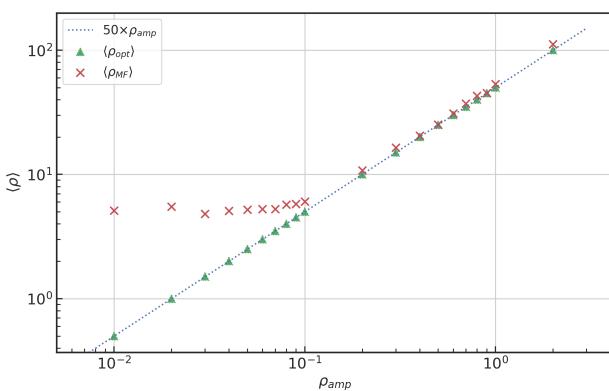


图 5.4 信噪比 ρ_{rho} 和最大化的 ρ_{MF} 的平均值与信噪比 ρ_{amp} 之间的关系

在机器学习的最大似然估计理论里，算法模型本质上是在学习训练数据集的经验分布（第 3.2.1 节）。所以，采用不同的信噪比定义其所构造的训练数据分布会对模型的训练表现和泛化能力产生影响。下面，我们就来量化这个训练分布的差异所带来的影响。为了让实验具有可比性，我们将采用 ρ_{amp} 和 ρ_{opt} 这两种信噪比定义，分别在 2, 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1, 0.05, 0.01 和对应的 ρ_{opt} 期望值 100.41, 50.18, 45.17, 40.12, 35.11, 30.11,

25.11, 20.06, 15.05, 10.03, 5.02, 2.51, 0.5 上, 通过逐步缩放数据集中引力波波形的幅度分别构建训练数据集, 并在相同的卷积神经网络模型(模型结构可见第四章中的图 4.1)上训练优化。完成训练收敛后, 在各训练数据集上所达到的准确率, 如图 5.5 所示。图中上方的红色横轴对应的是 ρ_{opt} , 下方的蓝色横轴对应的是 ρ_{amp} 。可以看到网络模型对于引力波信号埋入噪声中的不同方式, 有着不同的训练难度和优化效率。基于信号与噪声功率谱的 ρ_{opt} 信噪比所刻画的引力波数据分布有着更优秀的训练收敛效果。

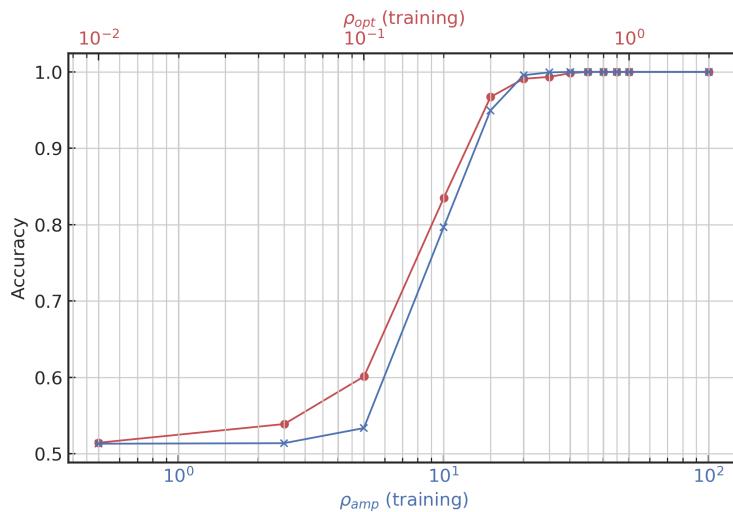


图 5.5 在不同的信噪比 ρ_{amp} (蓝色) 和 ρ_{opt} (红色) 上模型训练收敛, 训练集上对引力波波形的识别准确率

为了无偏向的对比 ρ_{opt} 和 ρ_{amp} 这两个信噪比定义下测试数据上泛化能力, 我们分别用他们构建了一系列引力波测试数据集来考察上述分别在不同数据分布意义下训练模型的泛化表现, 如图 5.6 所示。从两图中可以看到, 两种数据分布下训练收敛后的最佳泛化模型都分别处在 $\rho_{\text{opt}} = 5 \sim 10$ (实线) 和 $\rho_{\text{amp}} = 0.2$ (虚线), 并且模型所对应测试数据集上的最佳泛化表现是非常接近的。在对应训练信噪比较大的模型中(如 $\rho_{\text{opt}} > 30, \rho_{\text{amp}} > 0.6$), 基于 ρ_{opt} 训练构建的模型泛化表现是次于在 ρ_{amp} 上构建的模型。然而在更低的 $\rho_{\text{amp}} < 0.2$ 信噪比上训练收敛后, 基于 ρ_{opt} 信噪比制备数据集而训练的模型泛化稳定性就表现得很好。

综上所述, 我们考虑基于匹配滤波的 ρ_{opt} 信噪比所描述的训练数据分布来优化神经网络, 并且逐步向降低信噪比的方向迁移学习时, 在 $\rho_{\text{opt}} \in (5, 10)$ 之间选取泛化表现最好的网络参数作为最终训练收敛的机器学习模型。为了方便与传统信号处理领域中的引力波数据分析做对比, 在未特别说明的情况下, 我们也默认使用 ρ_{opt} 信噪比作为引力波波形幅度缩放的定量标准, 以此构建测试数据集并考察神经网络模型的泛化能力。

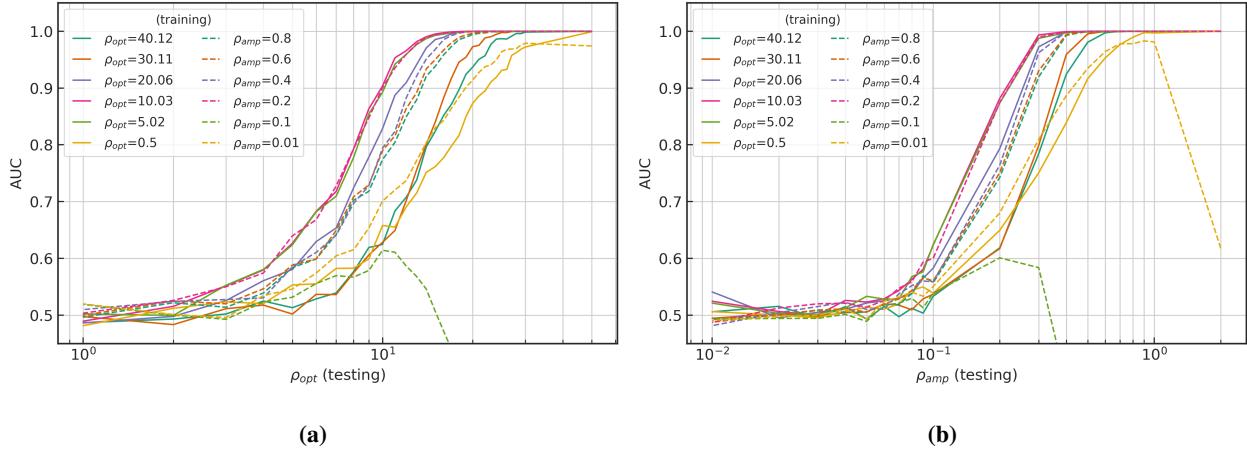


图 5.6 分别基于 (a) ρ_{opt} 和 (b) ρ_{amp} 构建的测试数据集上，在不同数据分布上训练收敛后的模型泛化表现 AUC 图

5.4 卷积神经网络的超参数调优和性能比较

作为深度学习技术的常用算法，卷积神经网络基于人体视觉系统的工作模式所提出和得以发展，在计算机视觉、语音识别和自然语言处理等领域中应用非常广泛。作为全连接神经网络的特例（第三章），卷积神经网络经典的模型组件包括卷积运算层、非线性激活层和池化层等共三个层级（在本文中不考虑卷积的规范化）。近年来，已有不少研究者，如 [158] (GH) 和 [150] (GWHM) 等，都是基于卷积神经网络成功地构建了引力波信号识别模型。虽然他们在模型构造上有一定的差异，但都在 aLIGO 模拟噪声下与传统的机器学习算法和匹配滤波技术的比较中有着可圈可点的优势。在本节，我们将根据第四章中的卷积神经网络作为初始模型，从网络模型的基础构造出发，切实地对卷积神经网络的算法实现进一步优化和改进。通过对结构组件的作用加强认识，我们将提出一个优化版的卷积神经网络结构，并与 GH 和 GWHM 在引力波信号识别的泛化性能上做比较。

卷积神经网络都以 1 秒内的 8192 个引力波时序数据作为特征输入到网络中，并且输出一个二维特征向量来表征当前样本数据中存在引力波的概率。模型结构在整体上分为两部分，一部分是由卷积层构造的特征提取部分，另一部分是全连接的神经网络层构成的分类器。开始模型优化之前，需要先确定模型结构的系统参数，即所谓的超参数 (hyperparameters)。通过对不同超参数的搜寻和组合，会影响模型最终的识别性能和泛化能力。在全连接层部分中，我们考虑其层数、各层神经元的节点数目、非线性激活函数和随机失活 (dropout) 的概率等四个维度来考量。在特征提取部分中，我们会针对卷积层的层数、各层卷积神经元的节点数目、卷积核的大小、空洞卷积的大小、非线性激活函数、池化类型、池化卷积核的大小、池化的跳跃 (stride) 步长等八个维度对模型进行微调。关于卷积神经

网络的结构组件及其中的详细含义可见第三章。

我们将第四章中的初步网络结构总结在了表 5.1 中。作为对比，我们也总结了 [158] 和 [150] 的网络结构在表中，分别标记为 GH 和 GWHM。其中，GWHM 中 stride 超参数设置是参考了其公开的代码脚本⁴。明显可以看到，我们的初始网络结构 (Preliminary) 是最简单的。粗略地说，GH 所构造的网络使用了更多的神经元数目，而 GWHM 的网络叠加了更多的卷积神经元层。接下来，我们将开始在初始模型基础上，对超参数进行微调 (finetune)。

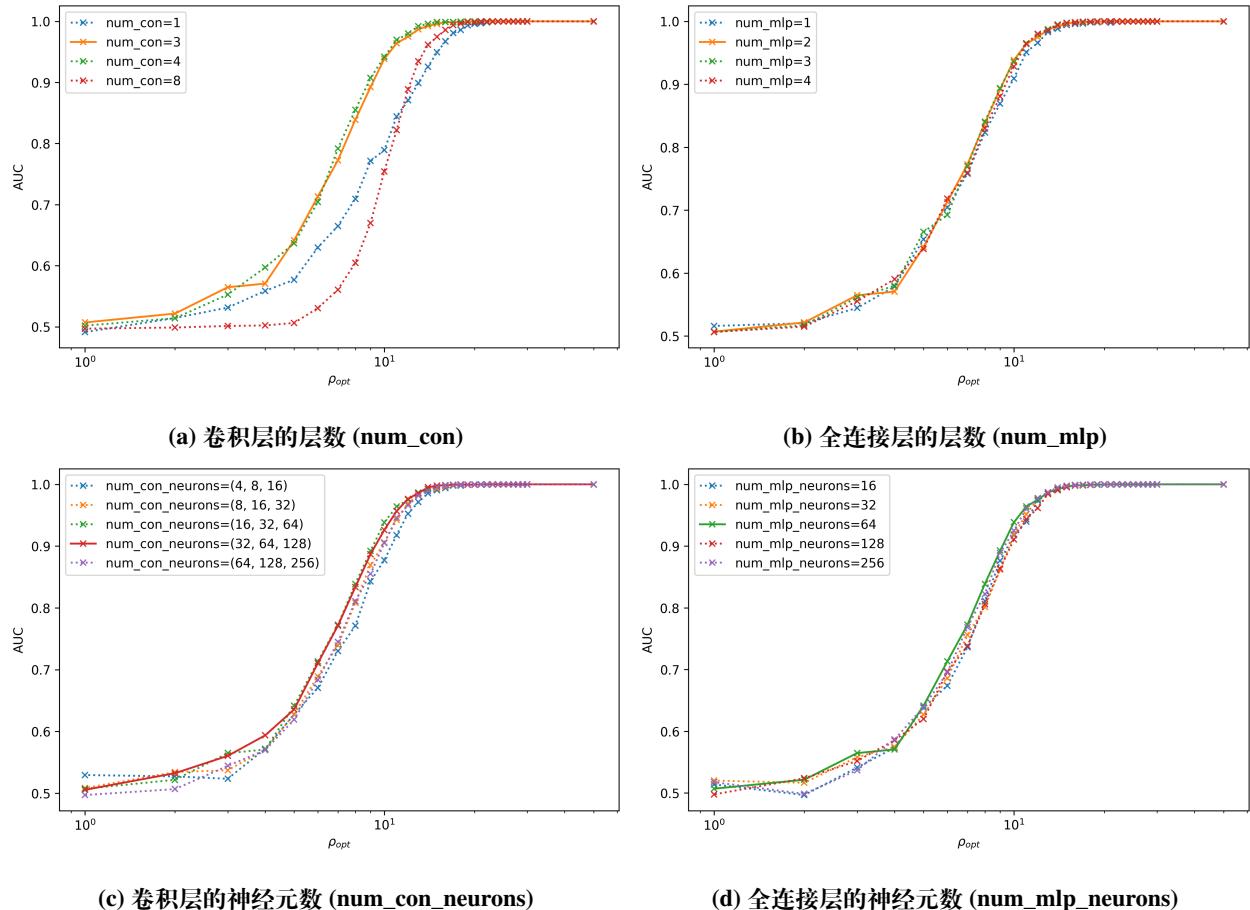


图 5.7 对卷积层和全连接层的宽度 (a, c) 和深度 (b, d) 微调后模型在测试集上 AUC 图。

基于在上一节中介绍的数据处理流程，我们将会逐步降低训练集信噪比的方式来训练不同超参数组合下的网络模型。对于卷积神经网络的深度和宽度，我们分别对卷积层的层数和全连接层的层数在 $1, 2, \dots, 8$ 和 $1, 2, 3, 4$ 中调整，以及分别对卷积层和全连接层中神经元的数目在 $(2^i, 2^{i+1}, 2^{i+2}), i = 2 \sim 6$ 和 $2^i, i = 4 \sim 8$ 中调整，可以得到不同超参数设置的模型下，在低信噪比 ρ_{opt} 测试集上的 AUC 表现，如图 5.7 所示。在图中已将相对泛化性能优异的超参数用实线绘制。可以看到在引力波数据背景下，并不是卷积神经网络构建的越深，就会有较好的泛化效果。最优异的超参数大致锁定在 3 个卷积和 2 个全连接层的组合，并

⁴https://github.com/hagabbar/cnn_matchfiltering/blob/735b0f05e452fa983bba4404aaa27b49c1821506/CNN-keras.py

| | Hyper-parameters | Layer | | | | | | | | | |
|-------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|-----|------|--|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| Preliminary | Type | CON | CON | CON | MLP | MLP | | | | | |
| | No. of Neurons | 16 | 32 | 64 | 64 | 2 | | | | | |
| | Filter size/Dilate | 16/1 | 8/1 | 8/1 | - | - | | | | | |
| | Max pool size/Stride | 16/2 | 16/2 | 16/2 | - | - | | | | | |
| | Drop-out | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| | Activation function | ReLU | ReLU | ReLU | ReLU | SMax | | | | | |
| GH | Type | CON | CON | CON | CON | MLP | MLP | MLP | | | |
| | No. of Neurons | 64 | 128 | 256 | 512 | 128 | 64 | 2 | | | |
| | Filter size/Dilate | 16/1 | 16/2 | 16/2 | 32/2 | - | - | - | | | |
| | Max pool size/Stride | 4/4 | 4/4 | 4/4 | 4/4 | - | - | - | | | |
| | Drop-out | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |
| | Activation function | ReLU | ReLU | ReLU | ReLU | ReLU | ReLU | SMax | | | |
| GWHM | Type | CON | CON | CON | CON | CON | CON | MLP | MLP | MLP | |
| | No. of Neurons | 8 | 8 | 16 | 16 | 32 | 32 | 64 | 64 | 2 | |
| | Filter size/Dilate | 64/1 | 32/1 | 32/1 | 16/1 | 16/1 | 16/1 | - | - | - | |
| | Max pool size/Stride | - | 8/4 | - | 6/4 | - | 4/4 | - | - | - | |
| | Drop-out | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 0.5 | 0 | |
| | Activation function | ELU | ELU | ELU | ELU | ELU | ELU | ELU | ELU | SMax | |
| Improved | Type | CON | CON | CON | MLP | MLP | | | | | |
| | No. of Neurons | 32 | 64 | 128 | 64 | 2 | | | | | |
| | Filter size/Dilate | 64/2 | 32/2 | 32/2 | - | - | | | | | |
| | Avg pool size/Stride | 16/2 | 16/2 | 16/2 | - | - | | | | | |
| | Drop-out | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | |
| | Activation function | PReLU | PReLU | PReLU | PReLU | SMax | | | | | |

表 5.1 第四章的初始模型、GH、GWHM 和本章的改进版卷积神经网络模型结构的超参数对比

且分别对应隐藏层神经元数为 $(32, 64, 128)$ 和 64。我们之所以在泛化性能差别不大的情况下，会选择模型容量较小的超参数是因为小容量的模型会有更好的泛化性能（可见第 3.2.1 节）。

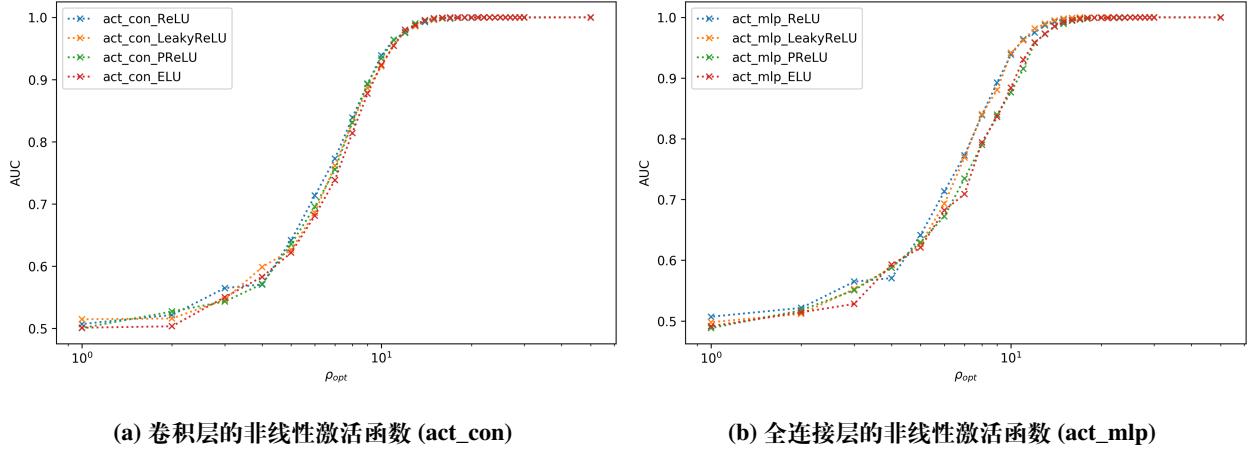


图 5.8 对卷积层 (a) 和全连接层 (b) 的非线性激活函数微调后模型在测试集上 AUC 图。

对网络结构的线性部分调参后，另一组非常重要的超参数就是非线性激活函数。我们分别对卷积层和全连接层中的非线性激活函数在 ReLU、Leaky ReLU ($\alpha = 10^{-3}$)、PReLU 和 ELU ($\alpha = 1$) 等四种激活函数进行调整，如图 5.8 所示。从图中可以看到，卷积层的激活函数差异很小，而全连接层上的 ReLU 和 Leaky ReLU 有较明显的优势。关于这几种非线性激活函数的定义和特性可见本文的第 3.4.2 节。GWHM [150] 所提出的网络中使用了 ELU 激活函数，但在我们的实验中其泛化效果并不是最佳的。由于我们发现不同维度的超参数之间并不是完全独立的，比方说在更宽的网络结构中，PReLU 的泛化性能会有明显地提升。所以，随后我们会从表现良好的超参数中再进一步地细调，并且将会使用 PReLU 非线性激活函数在我们最终的改进版网络中。

我们分别对其他超参数进行了微调，它们包括卷积层内的卷积核大小、池化核的类型与大小、空洞卷积的大小以及全连接层中随机失活的概率，如图 5.9 所示。我们也将相对泛化性能优异的超参数用实线绘制，并选取其为改进版本的网络结构模型的超参数。在我们的初始模型，GH 和 GWHM 的模型中都使用了最大池化函数，然而从我们的调参过程来看，平均池化在低信噪比引力波数据中也有着较好的泛化响应。在 GWHM 的模型中使用了 50% 随机失活，然而在我们的实验中随机失活会明显降低模型的识别能力，其可能的原因是随机背景噪声的扰动实现了与神经元随机失活以避免过拟合所达到的同样效果。

根据上述不同超参数进行微调，选取相对泛化较好和次好的超参数进行更细化的网络结构搜寻后，我们给出了改进版的 (Improved) 卷积神经网络结构，可见表 5.1。改进版的

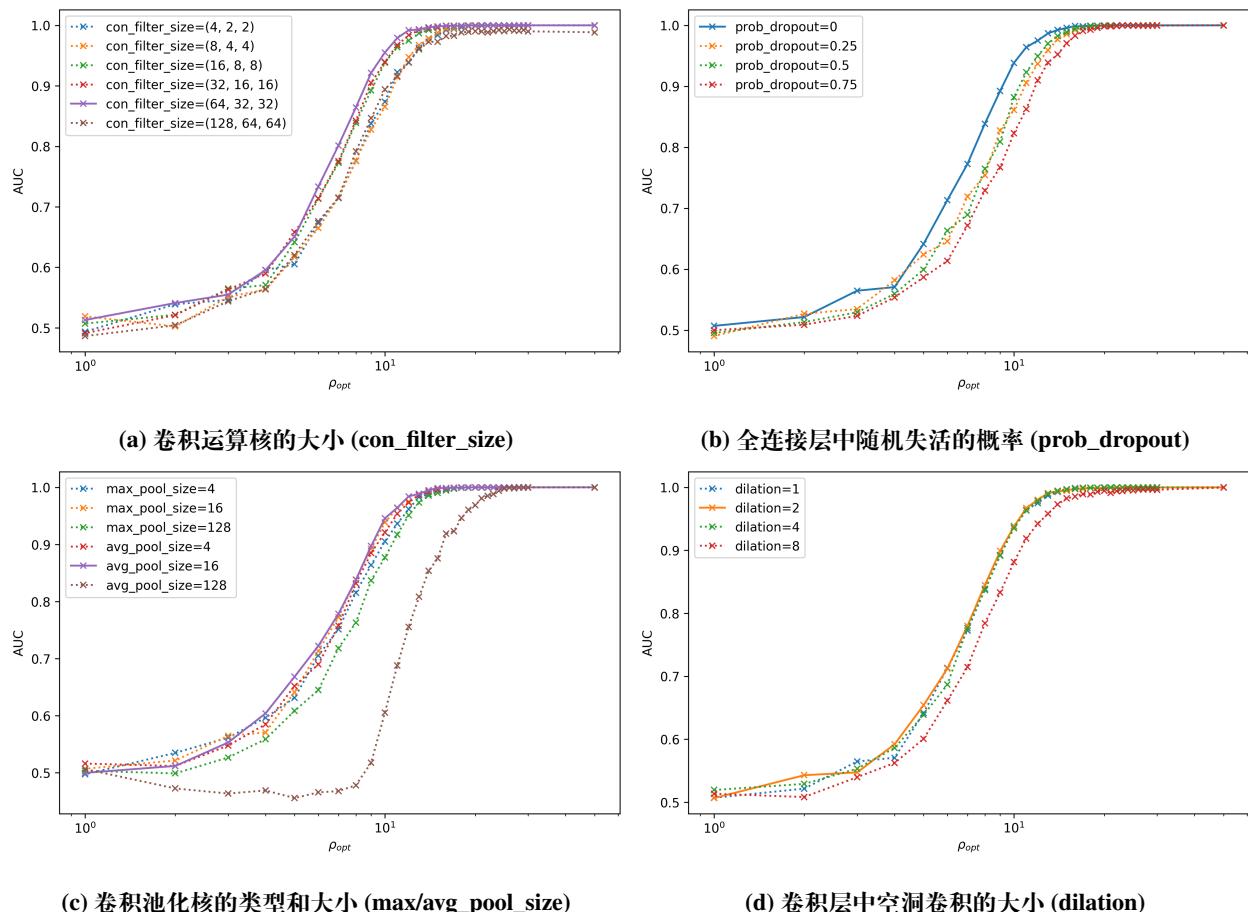


图 5.9 对卷积核大小 (a) 随机失活的概率 (b), 池化核的类型与大小 (c) 和空洞卷积的大小 (d) 等四种超参数微调后模型在测试集上 AUC 图。

卷积神经网络仅由 3 个卷积层和 2 个全连接层的结构所构成。与我们的初始模型相比，改进后卷积层的宽度加宽了 4 倍，最深卷积层输出特征图的感受野由 163 也放大了近 4 倍到 604，与之相比，GH 和 GWHM 的感受野分别为 4839 和 786。此外，非线性激活函数换做了有自适应学习参数的 PReLU 函数。

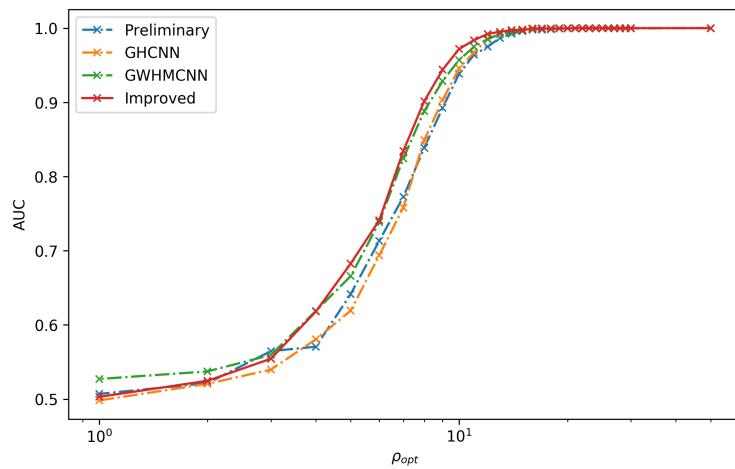


图 5.10 表 5.1 中的四个网络结构在相同的测试集上内插泛化 AUC 图

现在，将表 5.1 中四个不同的网络结构在引力波信号识别和泛化能力进行对比。正如我们在上一节中谈到的，训练数据集的信噪比分布和逐步降低信噪比的训练过程对模型的泛化性能是有影响的。所以，我们将表中的四个模型以完全相同的训练数据集和迁移学习过程进行训练，给出其各自的最佳泛化模型后，在相同的测试集上查看四个不同网络结构的泛化差异，如图 5.10 所示。从图中可以看到 GWHM 模型的内插泛化表现明显好于 GH 模型，而 GH 模型的泛化性能仅仅大概在 $\rho_{\text{rho}} > 6$ 比我们的初始模型要好一点，我们可以将其理解为 GH 有着更宽的神经结构。改进版的网络结构明显在引力波波形的内插泛化上比其他三个模型结构表现都更好。

此外，我们还分别制备了自旋均匀分布在 $s = 0.1 \sim 0.6$ 和偏心率均匀分布在 $e = 0.1 \sim 0.6$ 引力波波形模板的测试数据集，以此来考察表 5.1 中四个网络结构的外插泛化性能，如图 5.11 所示。从图中可以看到，改进版的卷积神经网络在外插泛化能力上比其他三个模型结构依旧有着更为优异的表现。

通过对卷积神经网络的基础结构组件进行超参数搜索，在充分了解其对引力波信号识别性能影响的基础上，可以在超参数空间中给出最佳的超参数组合。必须承认的是，在我们的优化调参实验中，不同模型之间泛化性能的差异并不是很大，这很可能与模型的容量和数据集相关。考虑到模型的容量总体都过小、训练数据复杂度与图像数据相比过于单一、以及训练域与测试域之间太过相近等等，这些因素都可能使得模型对超参数的变化不够敏

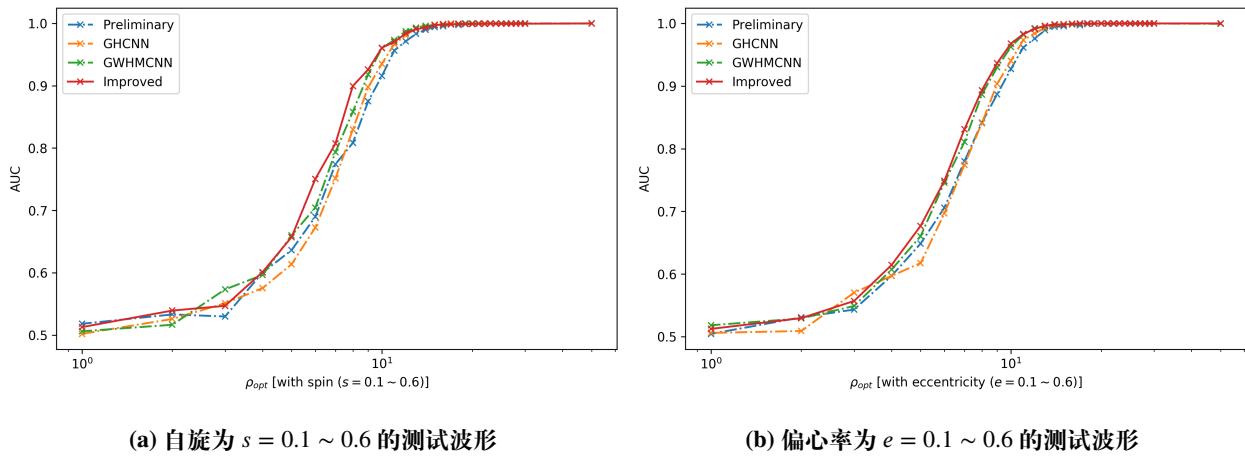


图 5.11 表 5.1 中的四个网络结构分别在有自旋或偏心率的测试集上外插泛化 AUC 图

感，我们并不打算过多的讨论其中的所有细节。在本文中，我们改进版的卷积神经网络有着更为简单的结构构造，在相同的训练和测试数据集环境下，比 [150, 158] 的网络结构有着更为优异的内插和外插泛化表现。可见，我们的网络结构是很值得期待的。

5.5 总结与结论

引力波的成功探测不但完成了广义相对论实验检验的最后一块拼图，而且还打开了一扇观测天体和宇宙的全新窗口——引力波天文学 [175, 197]。同时它还将可能改变引力物理学研究的格局。在引力波实验以前，由于其他的引力实验只能涉及较弱引力场和低速的物理情形，以后牛顿参数衡量，相应参数小于甚至更小。而引力波探测对应的引力波源相应的参数在 1 的量级，是典型的强引力场强动态时空区域。引力物理学研究探讨的是广义相对论适用边界何在，失效后应该变成什么理论的问题。量子引力是该研究领域中典型的科学问题。在引力波探测之前，由于没有实验可供参考，人们只能利用理论推理的方式工作。所幸的是，引力波探测可以为这类基础引力物理问题提高有价值的线索。然而关键的问题是如何在强噪声环境下寻找到微弱的引力波信号 [47]。

在此前，已有一些基于深度学习实现引力波信号探测的类似工作 [56, 150, 183]。与我们的工作所不同的是，其要么是在高斯白噪声环境下训练的深度学习模型，要么是基于 aLIGO 探测器噪声所训练模型，与传统机器学习技术或匹配滤波技术作比较，还少有研究者对不同文献中所提出的卷积神经网络模型在引力波信号识别性能上作对比。在本章中，我们也提出了一个基于卷积神经网络的深度学习模型，通过训练该网络实现了 aLIGO 探测器噪声环境下的引力波信号识别，并与前人所提出的网络结构在超参数和泛化性能上进行了比较研究。

深度学习方法包含有三个主要环节：数据的预处理，搭建神经网络，模型的训练过程。在本章的工作中，我们关注的是引力波数据的预处理流程，以及卷积神经网络架构的优化。我们不仅对引力波在不同信噪比影响下的数据预处理方法进行对比测试，也对引力波信号识别所影响的网络结构组件进行了系统性的研究，包含卷积的层数、卷积和池化核、卷积和池化的方式以及池化类型、还有全连接的层数、神经元数目、随机失活的概率、以及非线性激活函数的选取等等。由此，我们可以理解如何使用深度学习方法来实现引力波的深度学习数据分析。更重要的是，我们通过网络结构的超参数微调，得到了一个引力波信号泛化识别效果非常好的卷积神经网络。并且根据我们的实验测试，改进版本的卷积神经网络可以比前人 [150, 158] 所构建的网络模型有着更优异的性能和泛化表现。

在本章中，我们仅仅使用了模拟的 aLIGO 背景噪声数据。将本章中所提出的改进版模型放置在真实的引力波探测数据上来考察其性能是一个很有趣的问题。我们将会在第六章中，进一步利用和开发卷积神经网络来探讨真实引力波数据上的信号识别问题。我们相信基于深度学习算法来实现引力波信号探测和数据处理，将会有助于我们发现引力理论预期之外的引力波信号，并透过潜藏在强噪声环境下引力波所携带的信息，有机会全面地推动当前引力理论的发展。

第六章 匹配滤波-卷积神经网络 (MF-CNN) 模型的应用研究

6.1 引言

第一个双黑洞 (black holes, BHs) 并合系统产生的引力波 (gravitational waves, GWs) 探测事件 (GW150914) 由 aLIGO (advanced Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory) 组织 [26] 所发现并确认，这为整个物理学和天文学界带来了巨大的变革 [1]，并于 2017 年获得了诺贝尔物理学奖。此后，硕果累累的重大引力波发现 [2, 3, 14] 为实验物理、理论物理、计算机科学和工程学等诸多领域的交叉研究与科学合作带来了契机，也带动了数值相对论模拟中高性能计算 (high-performance computing, HPC) [42, 211, 212] 的爆发以及高吞吐量的数据分析基础设施的发展 [213, 214]。

匹配滤波技术 [215]，作为 aLIGO 低延迟引力波探测方法中最灵敏的算法，目前是只针对 4D 的波源参数空间 (自旋校准分量的准圆轨道致密双星系统) [9, 54, 216, 217] 上搜寻信号 (m_1, m_2, s_1^z, s_2^z) ，这仅是 GW 探测器的 9D 模板参数空间 $(m_1, m_2, \vec{s}_1, \vec{s}_2, e)$ 的子集 [7, 43, 218–220]。近年来，有研究表明对致密的恒星双星系统来说，基于这样的模板库搜寻方法是不充分的，会遗漏引力波信号 [43, 55, 221, 222]。所以，将模板依赖的引力波搜寻算法推广到任意自旋过程的准圆轨道或带偏心率的 BBHs 模板是有必要的，然而这在计算开销上却是令人望而却步的 [205]。

基于上述的考虑，我们需要一个全新的范式来解决当前引力波探测算法的局限性和计算开销的挑战。一个理想的候选方案就是现在发展快速的深度学习技术。该技术是一个高扩展性的机器学习算法，可以直接从原始数据中学习，并无需做任何人工的特征工程，通过深度层状的“人工神经元”构造神经网络，依靠反向传播和梯度下降等优化算法实现网络模型的学习 [49, 50]。特别是近年来，在 GPUs 等硬件的进步和大数据技术基础上，深度学习已经在诸多商业应用和人工智能 (AI) [50, 124, 126, 223–226] 研究领域中取得了巨大的成功，并已经在天体物理学领域 [48, 209, 227–232] 内得以应用。

最初，将卷积神经网络用来处理时序序列数据的灵感，可以追溯到深度学习起步的早期阶段 [154]。自此之后，整个机器学习社区就开始建立了以卷积神经网络为代表的一系列工作，当中数据来源不仅有语音信号 [233]，也有时频能谱图 [234] 作为数据表征。可见，由引力波观测所获得的时序数据与它们在原理和数据结构上非常相似的。卷积神经网络尤其在分类或回归任务中表现尤为优异，它们都是将数据的特征空间 \mathbb{R}^d (比如说分辨率有限

的图像或一段有限的语音片段) 映射到一组有限的标签集合(分类问题) 或者是一个低维实数向量(回归问题), 由此达到提取特征信息和压缩特征空间维数的效果。

在早先的研究中, 将卷积神经网络应用在引力波信号搜寻上的工作都是一个分类学习问题。George 和 Huerta [158] 通过模拟 1 秒时长的高斯噪声与一部分描述双黑洞并合系统的引力波信号模板进行混合, 如此生成数据集的过程和 PyCBC [67] 流水线很类似。在数据集中, 对应了并合时间 (coalescence time) 的引力波信号峰值是随机排布在后 0.2 秒时长的范围内。基于该数据集, 他们训练了深度神经网络模型, 模型输出数据是 0 或 1 来分别表示某 1 秒时长的时序样本中是否含有引力波信号。该模型是需要一个阈值 (threshold) 来把控最终的二分类决策结果。此外, 他们还训练了第二个神经网络, 用以确定对应的双星系统的一些基本的波源参数。可见, 卷积神经网络对于在高斯背景噪声中探测某种非高斯特征是很有效的, 这些非高斯性就对应于输入数据中特定的片段中, 并且有着比传统机器学习方法优异的表现。

随后, 他们也将卷积神经网络方法应用在了真实的 LIGO 数据中, 所用到的引力波波源的参数也更加复杂和丰富, 比如带有自旋和偏心率不为零的双黑洞系统 [56, 158]。对于时长比较长的数据样本, 都会通过滑动切片 (sliding-window) 的方式将数据切成有重叠的 1 秒时长的时序样本, 用以方便输入到神经网络模型中。对于多探测通道的引力波数据来说, 会先分别单独切片处理, 然后再根据对应的 GPS 时间贴合在一起。尤为重要的是, 作者认为他们的引力波探测和参数估计模型与匹配滤波技术相比, 在相同的探测灵敏度下, 无论是在错误率还是在计算效率上都更胜一筹 [56]。我们将会在本章中解释这个结果, 这对我们理解基于卷积神经的模型的性能度量是很重要的。

Gabbard 等研究者 [150] 用了一种很类似的方式: 同样是包含有卷积层和全连接层的深度神经网络来解决一个二分类学习问题, 数据是在对高斯噪声背景下切分为 1 秒时长的模拟引力波信号。然而, 他们的研究核心是与匹配滤波技术的对比。他们得出结论其所构造的网络模型与同样在 1 秒时长的样本数据上通过匹配滤波方法搜寻引力波信号的性能灵敏度是可比拟的。在本文的第五章, 我们对比了上述研究者 [56, 150] 所构造的算法模型和泛化性能, 并提出了结构更简单且性能更加优异的神经网络模型。

另外, 范锡龙老师等研究者 [183] 另辟蹊径地给出了一种不同的处理方法。在他们的方法中, 引力波数据输入到卷积神经网络之前, 先使用小波分解来预处理数据, 使得数据预先体现出了频域表征。他们也运用了滑动切片的办法来统一每个数据样本的时长。不过, 他们的结果是基于高斯白噪声的, 并且引力波波形是通过模拟的衰减正弦波生成的。

此外, 也有一些引力波数据分析的工作是使用 CNN 模型来实现的。比如 glitch 的分类

[48, 209, 234–236] 和参数估计 [237]。

基于对卷积神经网络的理解和目前已有的工作 (第四章和第五章)，我们通过结合上述前人的实践经验，将网络结构推广到适用于多探测器引力波数据的情形。我们在真实 LIGO 数据背景上构建卷积神经网络，并验证能否对真实引力波事件有显著的响应。经过反复的实验和调整，我们发现通过固定滑动窗口的方式扫描特定的引力波事件附近的数据，很难清晰的将真实的引力波事件信号识别出来，或者说，与其附近的非高斯噪声误报之间区别开，如图 6.1 中的左图所示。为了解决传统卷积神经网络对真实引力波信号识别的实际难题，我们提出一种假设：卷积特征提取部分的初始参数替换为匹配滤波模板波形，会提升网络模型对真实引力波信号的辨别能力。这是因为匹配滤波算法在本质上是一个很长的模板波形与数据做卷积的过程，对应于网络中一个小卷积核与数据做卷积运算。只要是用正确的波形模板做匹配滤波，就应该能很轻易的识别出信号。所以与其让网络自己学习波形特征，不如直接将标准的波形模板作为其初始化模型参数的特征。正是基于这样的思路，我们构造了全新的卷积神经网络模型 (MFCNN)，发现确实可以大幅度提高真实引力波信号的辨别能力，如图 6.1 中的右图所示。

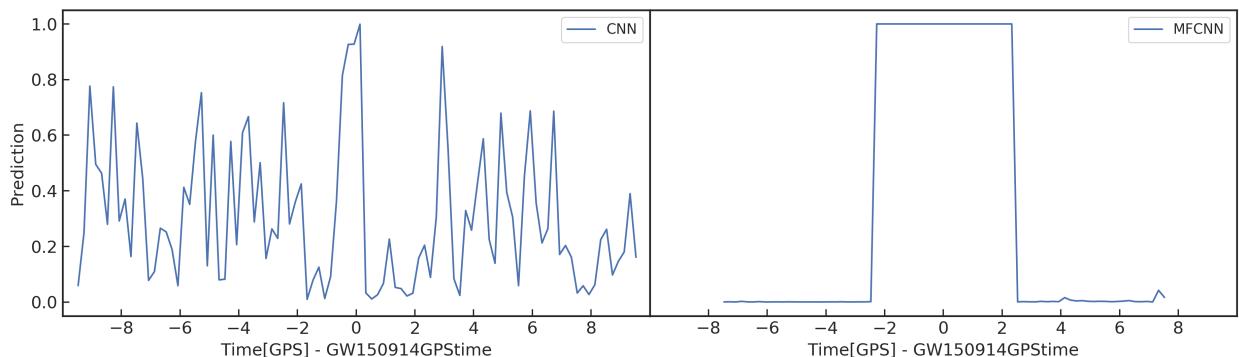


图 6.1 GW150914 引力波事件附近 10 秒真实 LIGO 数据分别根据 CNN (左) 和 MFCNN (右) 网络模型的预测结果对比图

我们所构造的全新神经网络框架 [238]，称其为匹配滤波-卷积神经网络 (Matched-filtering Convolutional Neural Network, MFCNN)，它是在一个深度卷积神经网络 [186] 系统的基础上，部署了一个“匹配滤波”层作为引力波数据的预处理层，它可以直接以原始的引力波时序序列作为分类任务的输入数据，而无需部署额外的数据清理过程。

在本章中，我们将会进一步推广卷积神经网络在真实的 LIGO 噪声背景下探测 GW 信号。我们将会首次阐述深度学习与匹配滤波技术中重要的数学联系 (第 6.2 节)，从而给出神经网络版的信号处理 (白化) 和匹配滤波算法 (第 6.3 节)，由此成功构建匹配滤波-卷积神经网络 (第 6.4 节)。深度学习一旦从极少量的匹配模板信号中学习结束后，可以从非常

低信噪比的时序信号里，在非高斯非稳态的 LIGO 噪声中实现真实引力波事件探测（第 6.6 节）。我们的结果证实了 MFCNN 可以在速度提高数个量级的基础上，对一些短噪声源（如 glitch）有着非常好的鲁棒性。我们也描述了 MFCNN 是如何处理多探测器中任意长的数据流（第 6.5 节）。尤为重要的是，本章的工作是相关研究领域中，首次利用深度学习技术成功地探测识别 LIGO 和 Virgo 在 O1 和 O2 上所有公开发布的真实引力波事件。

6.2 时域中的匹配滤波

在这一节中，我们将会先简要回顾匹配滤波技术的数学基础（第 2.4 节）。然后，我们将其从频域改写到时域上来表达。进而阐述清楚神经网络中的卷积运算与匹配滤波之间的关系。基于此，我们可以构建通过卷积神经网络来表达的匹配滤波方法。

根据第二章中第 2.4 节所介绍的匹配滤波技术，我们可以将匹配滤波信噪比的数学表达式，从频域改写为时域上来表达。考虑一个模板信号 $h(t)$ 和某探测器中的时序数据 $d(t)$ 。那么匹配滤波信噪比可以通过下面的公式计算：

$$\rho_{\text{mf}}(t_0) \equiv \frac{1}{\sqrt{\langle h|h \rangle}} |\langle d|h \rangle(t_0)| \quad (6.1)$$

其中， t_0 是在给定时序数据上 ρ_{mf} 的最大值似然所对应的信号到达时间，上式中分子的含时内积可定义为

$$\langle d|h \rangle(t) = 4 \int_0^\infty \frac{\tilde{d}(f)\tilde{h}^*(f)}{S_n(f)} e^{2\pi i f t} df \quad (6.2)$$

其中， $\tilde{\cdot}$ 表示傅里叶变换， $S_n(|f|)$ 是关于探测器噪声的单边平均功率谱密度。公式 (6.1) 中的分母就是我们在第二章中定义的内积：

$$\langle h|h \rangle = 4 \int_0^\infty \frac{\tilde{h}(f)\tilde{h}^*(f)}{S_n(f)} df \quad (6.3)$$

根据卷积定理和相关函数与卷积之间的关系，我们可以将公式 (6.2) 中的白化和频域乘积都改写为时域卷积 (*) 的形式

$$\langle d|h \rangle(t) = 4 \int_0^\infty \frac{\tilde{d}(f) \cdot \tilde{h}^*(f)}{S_n(f)} e^{2\pi i f t} df \quad (6.4)$$

$$= 4 \int_0^\infty [\tilde{d}(f)\bar{S}_n(f)] \cdot [\tilde{h}(f)\bar{S}_n(f)]^* e^{2\pi i f t} df \quad (6.5)$$

$$= 4 \int_0^\infty \tilde{d}(f) \cdot \tilde{h}^*(f) e^{2\pi i f t} df \quad (6.6)$$

$$= 2\bar{d}(t) * \bar{h}(-t) \quad (6.7)$$

在上式中，我们已经将白化过程改写为时域卷积的形式：

$$\bar{d}(t) = d(t) * \bar{S}_n(t) \quad (6.8)$$

$$\bar{h}(t) = h(t) * \bar{S}_n(t) \quad (6.9)$$

其中， $\bar{S}_n(t)$ 可以通过如下式的逆傅里叶变换给出

$$\bar{S}_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_n^{-1/2}(f) e^{2\pi i f t} df \quad (6.10)$$

类似地，公式(6.1)中分母部分的不含时内积函数也可以在时域中表达为：

$$\langle h|h \rangle = 2[\bar{h}(t) * \bar{h}(-t)]|_{t=0} \quad (6.11)$$

基于上述在时域上表达的匹配滤波信噪比公式(6.1, 6.8, 6.9, 6.7 和 6.11)，我们就可以将其进一步改写作卷积神经网络形式的白化滤波(whitening filter)，匹配滤波(matched filter)以及归一化滤波(normalization filter)。

6.3 用于匹配滤波的卷积神经单元

在深度学习的框架下，数据都会通过以多维数组的形式来表示。以一维的时序引力波数据来说，可以表示成三维的数据结构 $[S, C, N]$ ，其中 S 对应于数据的样本数(sample)， C 对应于多探测器的通道数(channel)，而 N 表示的是数据采样数目(number)，对应于数据长度。由此对于 $j \in \{H1, L1\}$ 双通道的卷积运算会基于给定的一组输入数据(input)，及其对应的权重参数(weight)，可计算给出相应的输出结果(output)：

$$\text{output } [S, S_w, N_*] = \sum_j^{\text{channel}} \text{input } [S, j, N] * \text{weight } [S_w, j, K] \quad (6.12)$$

其中， $*$ 是深度学习框架中的卷积运算操作，其相当于是在每个通道下并行地做了 $S \times S_w$ 次卷积运算，再将各通道的卷积结果线性加和得到的计算结果。输出数据的长度 N_* 是同时依赖于其输入数据的结构(input)和可学习权重参数(weight)¹的，

$$N_* = \lfloor (N - K + 2P)/S \rfloor + 1 \quad (6.13)$$

其中， $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整， P 和 S 分别是补零的数目(padding)和卷积核移动步长(stride)，详细计算原理可见第 3.4.1 节。我们考虑把上述神经网络的卷积运算看作是平权的两个输入端和一个输出端所构成卷积运算单元，如图 6.2 所示。

¹ 偏置项可以吸收到权重项中。

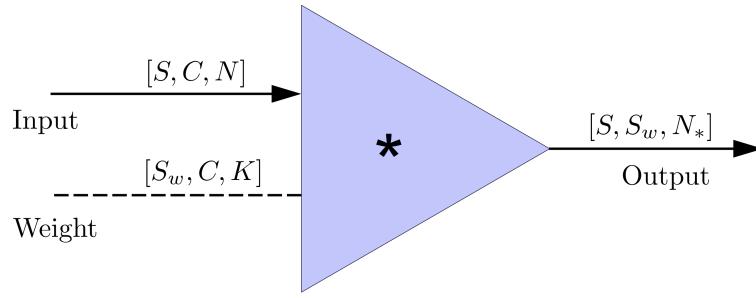


图 6.2 深度学习框架中一个卷积运算单元的示意图

为了像池化层一样在不损失主要特征的前提下，能够压缩输出数据长度从而降低计算的复杂度，我们对卷积运算单元的输出数据执行包裹 (wrapping) 操作，通过 padding 的方式达到目标输出长度的整数倍后，进行折叠和相加，就可以使得输出数据长度与输入数据长度保持一致，如图 6.3 所示。该操作相当于是实现了模 N 的循环卷积 (modulo- N circular convolution) [163]。

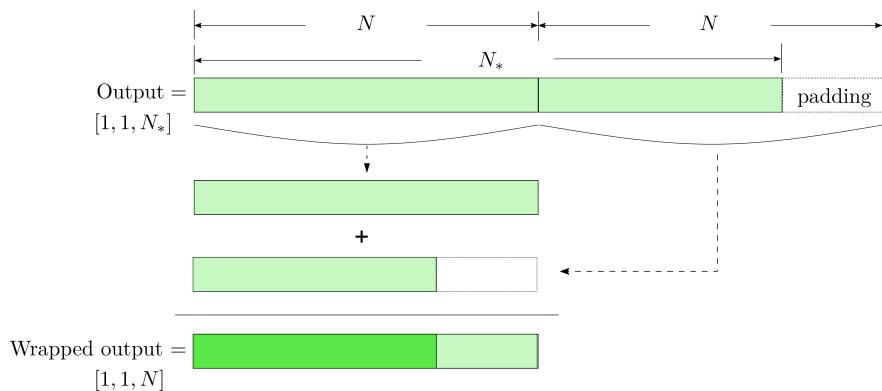


图 6.3 对卷积运算单元输出数据进行 wrapping 操作的示意图

对于单个探测器和某个波形模板来说，我们可以相应地将匹配滤波技术中白化公式 (6.8) 和 (6.9)、匹配滤波公式 (6.7) 和归一化内积公式 (6.11) 用深度学习框架中的卷积运算单元等价表示。假定有一段引力波数据 $d [1, 1, N_d]$ ，则白化操作和关于波形模板 $h [1, 1, N_h]$ 的匹配滤波和归一化可以表示为：

$$\bar{d} [1, 1, N_d] = \omega (d [1, 1, N_d] * \bar{S}_n [1, 1, N_d]) \quad (6.14)$$

$$\bar{h} [1, 1, N_h] = \omega (h [1, 1, N_h] * \bar{S}_n [1, 1, N_d]) \quad (6.15)$$

$$\langle d | h \rangle (t) [1, 1, N_d] \sim \omega (\bar{d} [1, 1, N_d] * \bar{h} [1, 1, N_h]) \quad (6.16)$$

$$\langle h | h \rangle \sim \omega (\bar{h} [1, 1, N_h] * \bar{h} [1, 1, N_h]) |_{N_h=0} \quad (6.17)$$

其中，我们用 ω 来代表 wrapping 操作。我们可以将上式分别改写成深度学习框架下的白化、匹配滤波和归一化的卷积神经单元，其权重参数分别对应为 $\bar{S}_n(t)$ 、 $\bar{h}(t)$ 和 $\bar{h}(t)$ 。并且

我们设定卷积运算的 padding 超参数根据对应权重的长度对应为 $N - 1, N_h - 1, N_h - 1$, 以确保其可以实现完整的 Flip-and-slide 卷积模式 (详情可见第 3.4.1 节和第 3.4.4 节)。由此, 匹配滤波算法就可以由深度学习框架下的卷积神经单元来构成, 如图 6.4 所示。

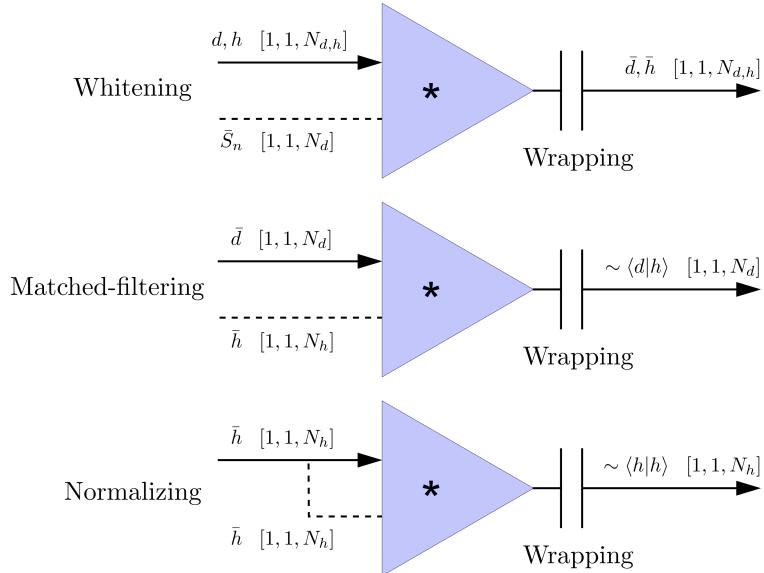


图 6.4 分别对应为白化、匹配滤波和归一化内积的卷积运算单元示意图

6.4 匹配滤波-卷积神经网络 (MF-CNN) 模型的构造

在本节中, 我们将基于上节中所定义的白化、匹配滤波和归一化卷积神经单元来构建网络模型, 我们称之为匹配滤波-卷积神经网络 (matched-filtering CNN, MF-CNN)。模型的构造总体上分为六个部分相串联, 如图 6.5 所示。

MFCNN 中的前三个部分分别对应的是白化、匹配滤波和归一化。它们是从匹配滤波算法受到的启发, 分别实现了对数据的噪声估计、波形特征匹配和归一化操作。当某一个数据样本输入到网络之前, 会先根据不同的探测器频道 (H1/L1) 分成独立的计算数据流。在白化 (Whitening) 阶段, 模型需要先根据当前的数据信息估计噪声功率谱作为白化卷积计算单元的权重参数, 进而实现对输入数据与 C 个模板的去色操作。在匹配滤波 (Matched-filtering) 阶段, 去色后的 C 个模板将会作为网络的权重参数, 与去色后的引力波数据分别进行时域卷积计算, 其输出的数据结果将会与每个去色后的模板自卷积后输出的归一化 (Normalization) 结果相结合。从计算意义上来说, 如此计算得到的结果 ρ 对应于 C 个模板与输入数据信号在各种可能到达时间下的匹配滤波信噪比²。

与匹配滤波技术类似, 我们在最大化切片 (Maximum-slicing) 部分中取两个探测器频道

²部分关键代码可见: https://iphysresearch.github.io/PhDthesis_html/

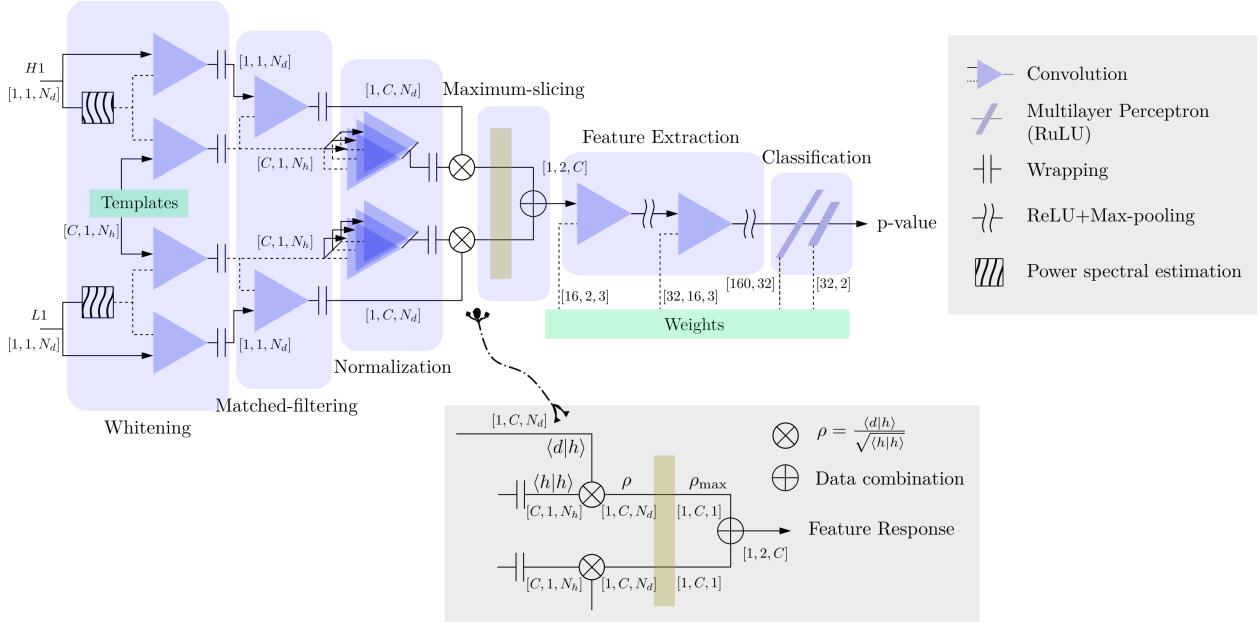


图 6.5 MFCNN 神经网络结构示意图

下每个模板中最大似然的信噪比，作为最佳匹配输出结果，我们称其为特征响应 (Feature Response)。具体来说，我们挑出对应不同模板下特征响应的最大值 $\rho_m[1, C, 1]$ ，作为每个模板的输出特征：

$$\rho_m[1, C, 1] = \max_{N_d} \rho [1, C, N_d] \quad (6.18)$$

与此同时，我们也可以从各个模板中挑出的最大特征响应 $\rho_m[1, C, 1]$ 所对应的信号到达时间 N_0 和相对最佳匹配模板 C_0 ，

$$C_0 = \arg \max_C \rho [1, C, N_d] \quad (6.19)$$

$$N_0 = \arg \max_{N_d} \rho [1, C, N_d] |_{C_0} \quad (6.20)$$

其中， $\rho [1, C, N_d] |_{C_0}$ 表示从 ρ 的数据结构中取相对最佳匹配模板 C_0 所对应的时域信息。由此，就可以用 $\rho[1, C, N_d]|_{C_0, N_0}$ 来表示对应最佳匹配模板上最大化似然的匹配滤波信噪比。最后，将 H_1 和 L_1 各自对应的输出结果 $\rho_m[1, C, 1]$ 合并成 $\rho_m[1, 2, C]$ 。它表示某一段时序输入数据对应于 C 个模板分别在 H_1 和 L_1 探测器上的特征响应。

将特征响应 $\rho_m[1, 2, C]$ 作为典型卷积神经网络的输入数据特征，在第五、六部分中进行特征提取 (Feature Extraction) 和分类识别 (Classification)。从图 6.5 中可以看到，我们使用了两个卷积层和一个全连接层来判断时序输入中是否存在引力波信号。这样低容量的 CNN 有着较好的泛化能力。从图中还可以留意到，传统的卷积神经网络是如何用上节介绍的卷积神经单元来表达的。值得注意的是，CNN 部分的权重参数是可学习参数，会随着

网络模型的迭代优化进行更新。在本文中，为了简化和明确我们的研究问题，波形模板作为卷积的权重参数是不会迭代更新的。

6.5 搜寻疑似引力波信号的策略

在实际的引力波信号搜寻过程中(如 O1 和 O2)，我们需要对持续时间很长的时序数据流识别和标记疑似引力波信号。以往的由传统 CNN 网络 [56, 150, 158] 构建的引力波搜寻算法都是关于二分类的问题。目前二分类模型的基本搜寻策略是通过时序窗口移动的办法来延拓到比较长的时序数据。由于分类器的输入窗口大小都是固定的，所以这就需要引入一个新的额外参数，即滑动窗口的步长。此外，过去的研究都会将模拟信号的峰值放在样本中后部 20% (或本文第四章取居中的 80%) 的小范围内进行模型训练和测试实验，并不会覆盖到完整的窗口范围内。因此，无论是滑动窗口的大小还是步长，都对模型的性能度量和信号搜寻效果是有直接影响的，并且也很难解释。比方说，将“ $FPR \times \text{样本的时长} = FP$ ”是不合理的，因为重叠区域会混淆这个定义。其次，根据所设定的滑动窗口的步长大小，可能会只有部分波形会落在有效的窗口范围内，所以没法确定地将其标记为 0 或 1。而且，也没有对模型输出结果的自然解释。最后，为了确定信号的到达时间，会需要一个很高的时域分辨率(即很短的时间步长)，但这也会带来很高的计算开销。综上，基于滑动窗口的传统 CNN 构建二分类模型是很难有效的应用在流数据上的。

然而，本文所提出的 MFCNN 模型在性能度量和处理流数据上可以较好的克服上述难题。首先，考虑到 MFCNN 模型的前三部分本质上就是在做匹配滤波，所以疑似信号的到达时间落在输入窗口样本的任何范围内，都会在模型中产生一样的特征响应，从而会有一致预测结果。所以整个样本窗口范围都是有效的探测区间。此外，匹配滤波也会根据相对匹配最佳的波形模板输出该疑似引力波信号到达时刻的估计，以及该相对匹配最佳的模板波源参数。可见，MFCNN 模型在信号搜寻上可以借助匹配滤波技术的优势，为后续的数据处理和实验观测提供便利。然而为了简化研究，我们仅考虑在 MFCNN 模型训练完成后，目标是从真实的 LIGO 数据中能够搜寻到包含有引力波事件信号的数据段。

对于本文所提出的 MFCNN 模型，我们采用的信号搜寻策略是：考虑一段 $T = 5$ 秒时长的有限时序序列作为模型的输入数据 d ，以 1 秒为间隔移动时间窗口在数据流 D 上标记模型预测概率 p 。从内积计算公式 (6.2) 中可以看到，我们需要计算每一段输入数据样本 d 中的功率谱密度 S_n 。由于 LIGO 中的噪声有着非稳态的特征，所以采用时长较长的时序数据作为输入来估计 S_n 可以捕获到更一般且稳定的噪声功率背景。然而，时长越长的输入

数据也会显著地影响计算效率。考虑到在 LIGO 数据中真实的双黑洞并合事件信号都不足一秒，我们折中选取了 5 秒时长作为模型输入数据的窗口长度，并且在每一次截取的数据窗口之间，我们都在数据流 D 上向前 1 秒来滑动时间窗口，用以获得新的 5 秒输入数据。所以，理论上对于在数据流 D 中某一秒时长的数据，会被截取过五次输入到网络模型中，并给出五个相关的预测概率结果。如果对于模型输出 p 大于某一个给定阈值 p_c ，我们的网络模型就会给出一个预警。如果有连续的 5 个以上预警出现，那么就将其视为一个疑似引力波信号。因此，如果我们的模型可以在某一秒的时间段中识别出引力波信号，那么模型就会在该时间区间上有连续 5 次的预警响应。

当确认了某疑似引力波信号后，那么一个很实际的问题就是：引力波信号究竟在预警数据区间段中什么位置。基于我们上述的信号搜寻方法，一个引力波信息是可能埋在连续五个及以上的预警时间区间中。考虑到模型输出的每一次预警判断也对应的是 5 秒的时间区间，我们取某疑似引力波信号所对应的第一个预警区间的最左端时刻和最后一个预警区间的最右端时刻之间的时间区间，以此作为该疑似引力波信号可能存在的预警时间区间。在标记疑似事件的时候，我们会记录下疑似事件的数据区间长度和中间时刻。

基于上述的讨论，我们给出基于模拟信号的模型性能度量方法。对于某测试数据流 D ，将所有注入模拟信号的时间区间集合标记为 D_I ，而其他未注入信号的时间区间集合为 $D_N = D - D_I$ 。训练好后的 MFCNN 模型会基于上述的信号搜寻策略，会在数据流 D 上给出所有模拟信号所在的预测时间区间集合，记作 D_P 。据此，我们定义正报几率 (true alarm probability, TAP) 和误报几率 (false alarm probability, FAP)

$$\text{TAP} \equiv \frac{D_I \cap D_P}{D_I} \quad (6.21)$$

$$\text{FAP} \equiv \frac{D_N \cap D_P}{D_N} \quad (6.22)$$

显然上述定义是依赖于阈值 p_c 的，所以通过调整不同的 p_c ，我们就可以给出由 TAP 和 FAP 所描述的 ROC 模型性能度量。考虑到在我们定义的模型预测时间区间中，即使是高信噪比的注入模拟信号，模型预测的时间区间会略大于实际注入信号的时间区间，但只要测试数据流足够长，该盈余的预测误差是可以忽略不计的。

6.6 数据准备与模型微调

当考虑引力波背景数据时，一般有两种选择：根据探测器设计灵敏度 (ASD) 模拟的高斯有色噪声、以及真实的 LIGO 引力波探测数据 (基于匹配滤波流水线尚未发现任何信号

事件的数据)。在前者的稳态背景噪声中(第五章), 频谱分布的波动是均匀且稳定的, 并不包含有 *glitches*。而正如本文第 2.2.3 节中所讨论的, *glitch* 是实际引力波数据分析中非常重要的噪声来源之一。因此在本章中, 我们使用真实的 LIGO 引力波数据来训练和测试模型性能。我们将会从 O1 数据(来自 GWOSC [100]) 中随机地采样背景噪声样本, 并且要求采样后的 LIGO 数据满足以下要求:

- H1 和 L1 双探测器同时在线。
- 不包含硬件模拟信号注入(hardware injections) [239]。
- 不包含真实引力波事件(GW150914, GW151012, GW151226)附近的数据。

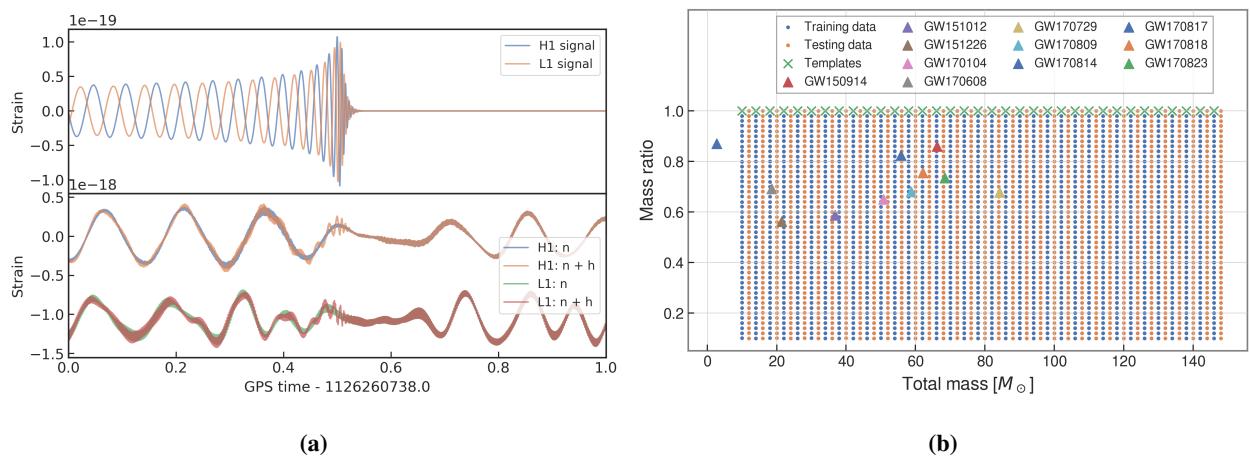


图 6.6 (a) $62.50M_\odot + 57.50M_\odot$ 引力波波形(上图)与采样的某段真实引力波数据混合($\rho_{\text{opt}} \sim 25$)后的训练样本(下图)(b)训练数据、测试数据、模板波形数据以及 11 个引力波事件波源的质量分布图

我们使用 SEOBNRE 模型 [75, 76] 生成模拟的引力波波形。与第四章和第五章的波源参数配置一致, 本章只考虑准圆周、无自旋的双黑洞并合系统为引力波的波源, 共生成训练和测试用的波形模板 3220 个。每个波形样本时长为 5 秒, 采样率为 4096Hz。由于模型所具有的匹配滤波特性, 我们无需要求波形峰值在样本某区间内随机排布, 而是将波形峰值固定在样本数据的居中位置处。关于 LIGO 探测器的方向等参数, 我们参考的是 LALSimulation³ 中的默认设定, 所以每个数据样本都会对应有两个频道维度, 分别对应于 H1 和 L1 两个探测器。考虑到模型本身就包含有白化的数据预处理操作, 所以我们的数据样本是直接根据匹配滤波信噪比将模拟信号与真实噪声相混合的, 如图 6.6a 所示为某一训练数据样本。在 MFCNN 模型中, 我们取等质量比但不同总质量参数的双黑洞并合系统, 作为模型内部的匹配滤波模板。为了提高计算效率, 要求匹配滤波模板波形的时长为 1 秒。 C 作为模型内的波形模板数目, 也是模型超参数之一。最后, 训练数据集、测试数据集和

³lscsoft.docs.ligo.org/lalsuite/lalsimulation/group__lalsim__detector__strain.html

模板波形 ($C = 35$) 的质量分布, 可如图 6.6b 所示。为了方便比较, 我们将 O1 和 O2 中 11 个真实的引力波事件也标记在图中。

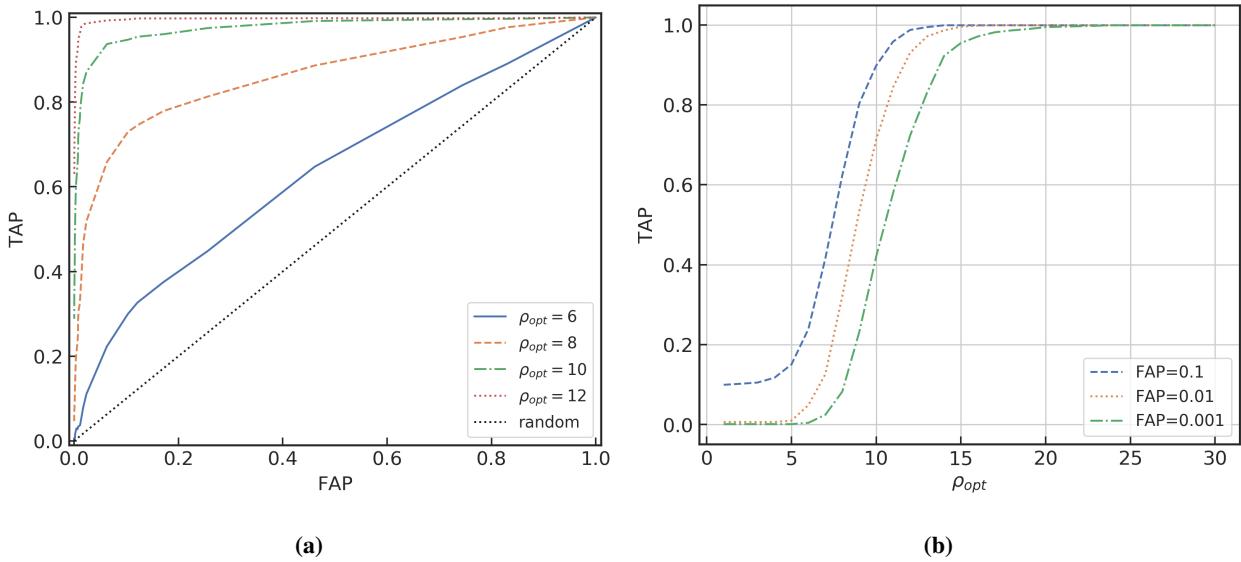


图 6.7 取 $p_c = 0.5, C = 35$, (a) 在 $\rho_{opt} = 6, 8, 10, 12$ 测试信号数据下 MFCNN 模型的 ROC 曲线 (b) 分别对应于 $FAP = 0.1, 0.01, 0.001$ 时 MFCNN 模型关于 ρ_{opt} 的引力波信号识别效率

对 MFCNN 模型的训练策略与第五章是一致的, 也会采用逐步降低信噪比的方式来达到训练收敛。模型训练完成后, 就可以将其放置在真实引力波数据流中测试模型的性能。我们通过调整不同的匹配滤波信噪比, 在 O1 背景噪声中随机注入测试波形信号, 就可以给出 MFCNN 模型在其上进行引力波信号搜寻的预测结果。显然, 信噪比较高的信号是容易辨识的。如图 6.7a 所示, 信噪比较大的测试数据会有明显较好的 ROC 曲线。对于不同信噪比下的引力波信号, TAP 可以用来表示该信号的识别效率 (recognition efficiency)。对于误报几率在 0.1、0.01 和 0.001 时, 不同信噪比的模拟信号识别效率曲线, 如图 6.7b 所示。

下面我们考察 MFCNN 模型内部匹配滤波模板的数目 C 和输入数据的窗口大小 T 这两个超参数对模型识别性能的影响。我们在 $[5, 75]M_\odot$ 范围内均匀选取了不同数目的匹配滤波模板数目 $C = 3, 16, 35, 70, 350$ 并以此测试模型的泛化性能, 如图 6.8a 所示。我们发现即使使用很少量的波形模板 ($C = 3$), MFCNN 模型也依然有着不错的信号识别能力。可以看到, 在模板数量大于 20 左右, ROC 曲线的变化就大致不依赖于模板数目这个超参数。因此在本文中, 我们默认取 $C = 35$ 。此外, 我们根据输入窗口的大小 $T = 1, 5, 10$ 分别以 0.2, 1, 2 秒作为滑动间隔并训练 MFCNN 模型。通过连续五次及以上滑动窗口的预警策略来确定疑似信号的预测范围, 我们同样道理的可以给出 MFCNN 模型在该测试数据上的 ROC 性能度量, 如图 6.8b 所示。从图中可以看到模型的性能表现基本上并不依赖于超参

数 T 。

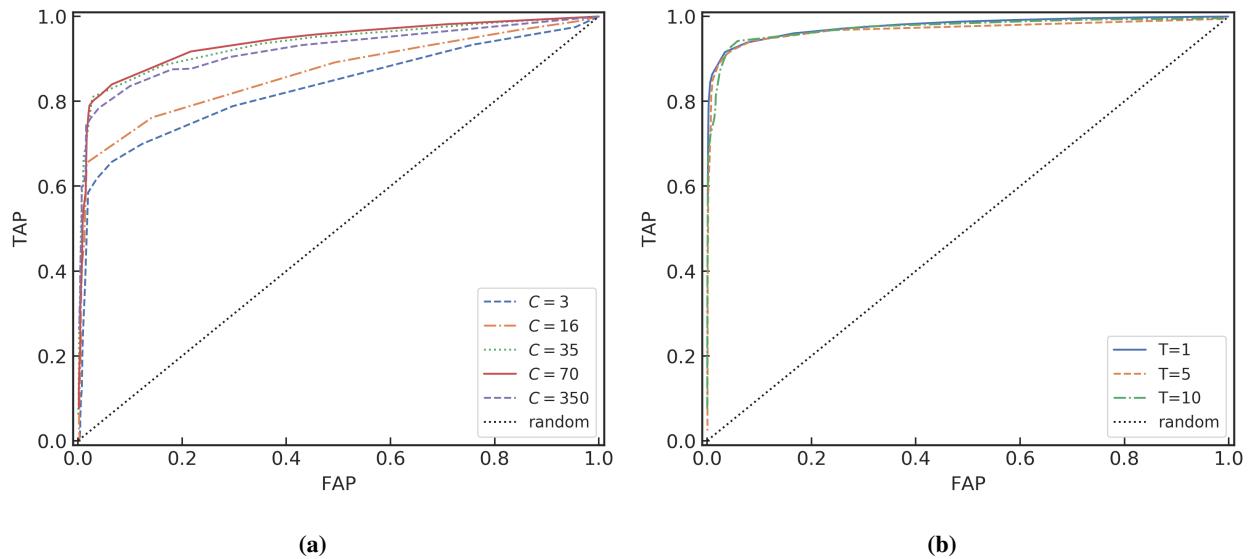


图 6.8 MFCNN 网络的超参数微调。**(a)** 在 $\rho_{opt} = 10, T = 5$ 时, 对于 $C = 3, 16, 35, 70, 350$ 的 ROC 曲线
(b) 在 $\rho_{opt} = 10, C = 35$ 时, 对于 $T = 1, 5, 10$ 的 ROC 曲线

6.7 真实 LIGO 引力波数据上的搜寻结果

LIGO 的第一次观测运行(O1)始于 2015 年 9 月 12 日 00:00 UTC (GPS 时间 1126051217) 至 2016 年 1 月 19 日 16:00 UTC (GPS 时间 1137254417), 其中 H1 和 L1 同时在线时间⁴占 42.8%, 约 55 天。aLIGO 和 aVirgo 的第二次观测运行(O2)始于 2016 年 11 月 30 日 16:00 UTC (GPS 时间 1164556817) 至 2017 年 8 月 25 日 22:00 UTC (GPS 时间 1187733618), 其中 H1 和 L1 同时在线时间⁵占 46.4%, 约 124 天。起初 LIGO 关于双黑洞并合事件信号搜寻中仅确认了两个引力波事件, 分别是 GW150914 和 GW151226, 另外还有因置信度不足的一例疑似引力波事件 LVT151012。在 LIGO 和 Virgo 研究团队的合作下, 于 2019 年发布了第一份引力波事件官方目录 GWTC-1 [102], 该目录列出了迄今为止在 O1 和 O2 中检测到的所有引力波事件, 其中报告了在之前数据分析中未宣布的四种由黑洞碰撞产生的引力波, 由此把确认的双星并合事件的总数变为 11 个, 其中就包括由疑似事件转正的 GW151012, 还有一例双中子星并合的引力波事件 GW170817。

⁴https://www.gw-openscience.org/summary_pages/detector_status/O1/

⁵https://www.gw-openscience.org/summary_pages/detector_status/O2/

6.7.1 搜寻 O1 和 O2 中的引力波信号

在这一节，我们将 MFCNN 模型应用在 LIGO 真实引力波探测数据上。模型超参数取为 $T = 5, C = 35$ ，同时我们设定阈值 $p_c = 0.5$ 。从图 6.7a 可以看到，在 $\rho_{opt} = 10$ 时对应的正报几率和误报几率分别为 $TAP \approx 0.7922, FAP \approx 0.0228$ 。

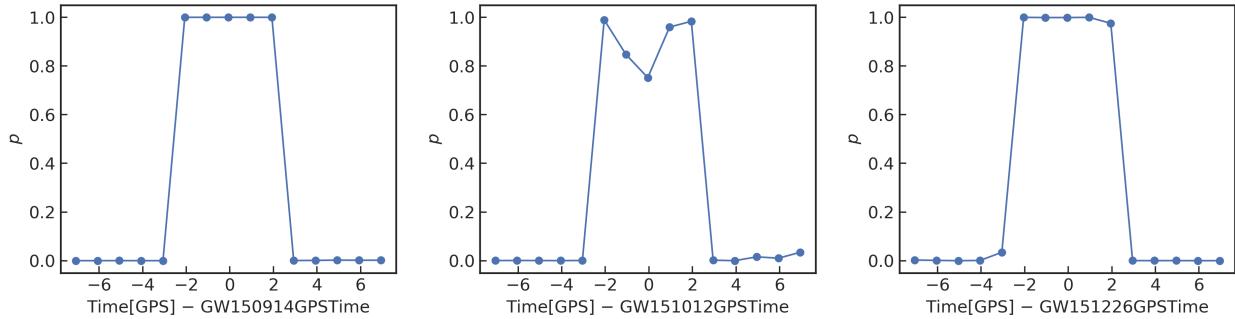


图 6.9 在 O1 中，确认的引力波事件 (GW150914、GW151012 和 GW151226) 的模型预测结果

对于某个数据样本，如果模型预测的置信概率 p 大于某个设定的阈值 $p > p_c$ ，那么我们的网络模型就会对该样本给一个预警标记。如果有连续 5 个及以上的预警标记，则就视作触发了一个疑似引力波信号。如图 6.9 所示，我们绘制了 O1 中三个真实引力波事件 (GW150914, GW151012 和 GW151226) 附近处模型输出的预测结果。可以看到，我们的网络模型能够清晰的将三个引力波事件准确地标记出来。对于联合信噪比 (ρ_{pycbc}) 分别高达 23.6 和 13.1 的 GW150914 和 GW151226 来说，都有着理想的五次连续 $p = 1$ 的置信预测结果，而在信噪比 9.5 的 GW151012 上模型的置信预测会略微逊色许多，但对于包含有信号的五个连续预警标准下，我们的模型预测结果仍可以确保信噪比最弱的引力波事件 GW151012 的每个预警预测有 $p > 0.5$ 。

另外一个很有趣的问题就是考察模型在训练和预测的不同噪声背景下，是否可以顺利地将模型识别信号的能力泛化到其他噪声环境中。曾有研究者 [159] 在 O1 数据上训练神经网络模型后，在 O2 数据上测试其模型的预测响应。与之类似，我们也将 MFCNN 模型直接在 O2 数据中考察其对真实引力波事件的预测结果。如图 6.10 所示，引力波数据 O2 中的全部 8 个引力波事件附近的模型预测结果。可以看到所有的真实引力波事件都可以清晰的识别和标记。在 [159] 的工作中，他们针对双黑洞并合系统所训练的网络模型并没有成功识别到双中子星并合引力波事件 (GW170817)。然而，对于我们的 MFCNN 模型来说，可以非常清晰的将 GW170817 事件辨别出来。值得留意的是，该事件所对应双中子星系统的波源参数并不在我们模型训练集的质量分布范围内，如图 6.6b 所示。由此可见，MFCNN 模型在非稳态噪声环境下也有着良好的外插泛化识别能力。

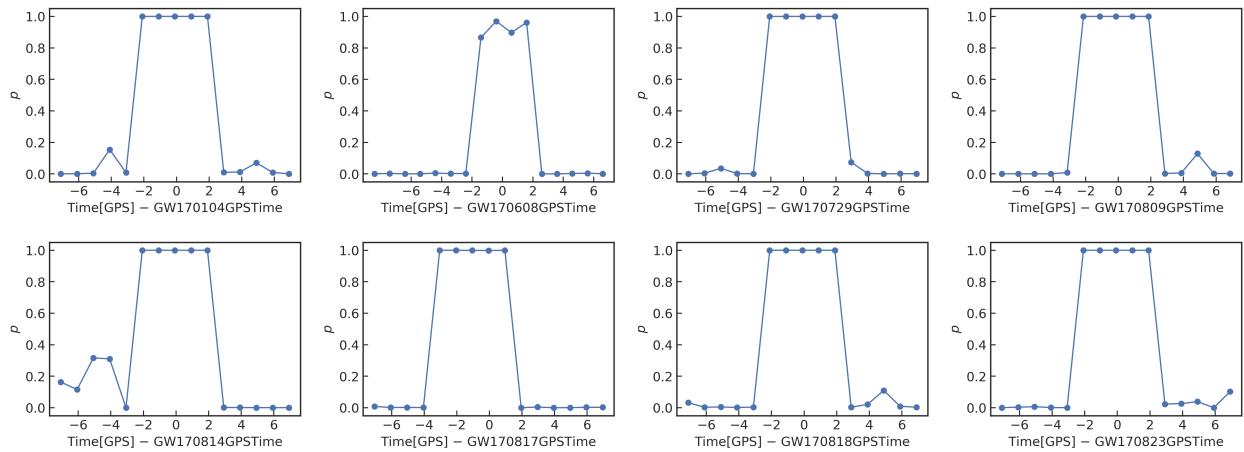


图 6.10 在 O2 中，确认的引力波事件 (GW170104、GW170608、GW170729、GW170809、GW170814、GW170817、GW170818 和 GW170823) 的模型预测结果

除了 O1 上三个确认的引力波事件外，我们还将 MFCNN 模型应用在整个 O1 数据上搜寻疑似引力波信号。在本文中，我们设定阈值 $p_c = 0.5$ 。如果有超过 5 次连续的模型预测结果并满足 $p_c > 0.5$ ，我们就会标记该段连续预测结果为一次疑似引力波信号预警。

在不考虑数据质量的情况下，我们在 O1 数据中共找到 3363 个疑似信号（不包含 GW150914、GW151012 和 GW151226）。在 LIGO 的公开数据中，会为数据标记不同的质量标签。数据被标记为 CBC-CAT3 意味着该段数据中并不包含有已确认的设备环境因素 [240] 所造成的 glitch 噪声。当我们仅考虑满足数据质量 CBC-CAT3 的 O1 数据后，模型预测共计 2069 个疑似信号。可见，平均而言每 40 分钟会有一个疑似引力波信号。正如在 [159] 中所谈到的，深度学习方法还无法很好的为每一个疑似信号就统计重要性上进行排序。所以我们很难分清楚这些疑似引力波信号中相互之间的优劣性。我们只能建议对这些疑似引力波信号进一步的数据分析和研究，与之相关的数据信息已经在线上公开⁶。

在 GWTC-1 中报告了 O1 数据中新的三个疑似引力波信号，可以从 [102] 中的表格 II 中查看到其详细数据信息。经过对比，该三个疑似引力波信号并不在我们模型所预测结果当中。[241] 发布了第一次运行期间的引力波信号目录 (1-OGC)。在 [241] 的表格 I 中罗列了 20 个按误报率 (false alarm rate, FAR) 排序的候选引力波信号。其中已确认的三个引力波事件排在该表格前三的位置，其余 17 个候选信号与我们的疑似引力波信号都没有交集。我们还考察了与 γ 射线暴 (GRB) 所关联的事件⁷的关系。但是并没有任何记录的 GRB 事件与我们所给出的疑似引力波信号有所关联。

在最近，2-OGC [242] 声称在 O2 数据上新确认的引力波事件 GW170121、GW170304

⁶https://github.com/WuShichao/mfcnn_catalog

⁷<https://gcn.gsfc.nasa.gov>

和 GW170727。有趣的是，这些新发现的引力波事件信号也可以在我们的 MFCNN 模型上清晰地被识别并标注出来，如图 6.11 所示。

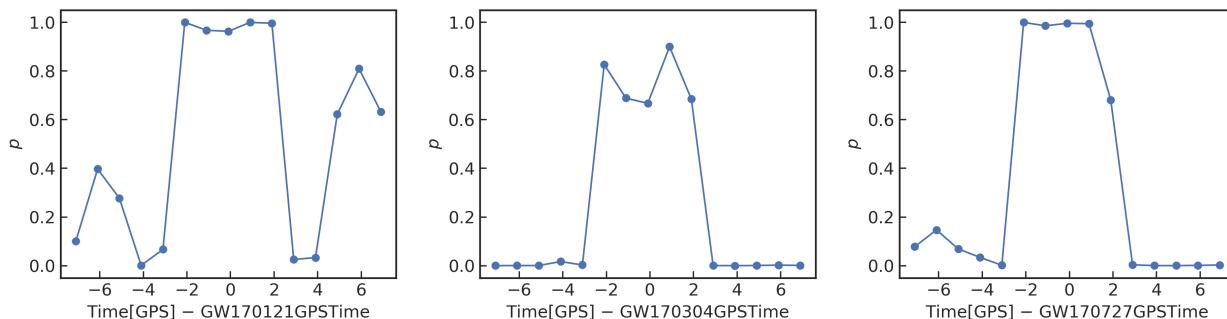


图 6.11 由 2-OGC 发布的引力波事件 (GW170121、GW170304 和 GW170727) 的模型预测结果

6.7.2 疑似引力波信号的统计特性

考虑到 MFCNN 算法模型有着匹配滤波技术所没有的泛化识别能力，所以考察 MFCNN 模型所预测的疑似引力波信号有着怎样统计分布特征是一件很有趣的事情。然而我们仔细地检查了所有的疑似引力波信号与 O1 数据背景在时域、频域和时频域上特征差异，并没有发现任何明显可区分的差别。

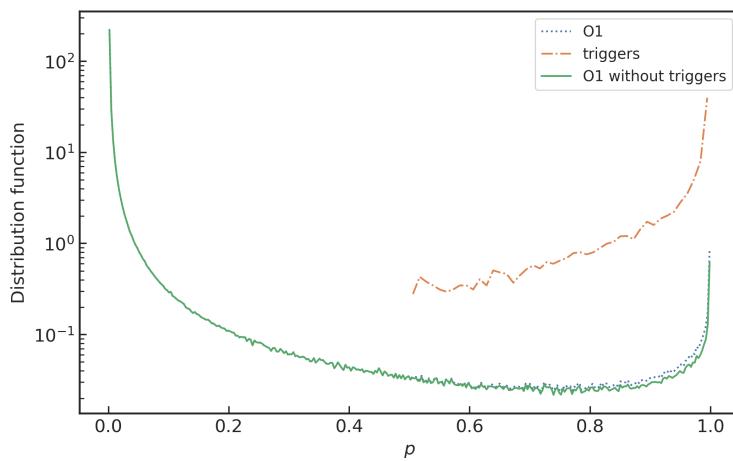


图 6.12 MFCNN 模型的输出预测结果 p 分别关于完整 O1 数据和疑似引力波信号差异之间的对比

基于匹配滤波方法的流水线在提取引力波信号时，误报率是某给定信号置信度的重要衡量指标。粗略地说，误报率反映的是引力波数据中纯噪声的某种统计特性。所以将纯背景噪声与疑似引力波信号的统计特征相互对比是很有意义，比方说 [1] 的图 4 中所表现的纯噪声与疑似信号之间的统计性差异。尽管 MFCNN 模型并不能提供直接反映噪声统计性的误报率，但是我们依然可以对比纯噪声和疑似信号之间的统计性差异。如图 6.12 所示，

| | Blip | Koi_Fish | Chirp | Repeating Blips | others |
|-------------------|------|----------|-------|-----------------|--------|
| Numbers in O1 | 506 | 247 | 22 | 21 | 16 |
| % in O1 | 62 % | 30 % | 3 % | 3 % | 2 % |
| % distinguishable | 72 % | 65 % | 63 % | 92 % | >99 % |

表 6.1 O1 中不同类型 glitches 的数目和所占的百分比，以及在 MFCNN 模型下的筛查率

可以看到疑似信号关于 p 的统计分布与 O1 背景噪声响应之间有着明显的差异，这意味着疑似信号在统计意义上与 O1 数据相比服从不同的统计规律。

6.7.3 引力波信号与 glitch 的统计分析

目前在 O1 数据中已探明的 glitches 已在 [243] 中发布。Glitch 对引力波信号的识别和数据分析的影响是很大的。所以考察 MFCNN 模型对这些 glitches 的筛查情况是很重要的。如上小节中谈到，我们的 MFCNN 模型扫描和处理完整的 O1 数据的时候，并没有考虑 glitch。如果 MFCNN 在搜寻疑似引力波信号时对非高斯的 glitch 噪声报告预警，就意味着我们的网络模型并不能将引力波信号波形与 glitch 噪声波形区分开来。在 [243] 的公开报告中，O1 数据中共有 7368 个 glitches，其中 812 个落在了我们的疑似引力波信号所划定的预警范围内。这意味着我们的 MFCNN 模型对 glitches 的筛查能力可以达到 $\frac{7368-812}{7368} \approx 90\%$ 。而且，我们发现 MFCNN 对具有高频、长时和信噪比较高的 glitch 筛查能力要更好。

根据 [243] 的数据报告，O1 中的 glitches 包含有 Blip、Kor_Fish 等各种不同波形差异的 glitches。我们发现 MFCNN 模型对不同类型 glitch 的辨别能力也是有差别的。我们将 O1 数据中关于不同类型的 glitch 噪声的数目、所占的百分比以及 MFCNN 对其识别的比例总结在表 6.1 中。

6.8 总结与结论

近些年来，已有不少研究工作将深度学习技术应用到引力波数据处理当中。然而，绝大多数的工作还仅限于模拟数据中，这既包括模拟的背景噪声，也包括模拟的引力波波形数据。在本章中，我们通过合理地数学改写匹配滤波算法，将其运用在卷积神经网络的结构中，成功地开发和构建出“匹配滤波-卷积神经网络”(MFCNN) 模型，并最终将其应用在完整的真实 LIGO 探测引力波数据中(O1)。

MFCNN 是根据 O1 中抽样的小部分真实引力波数据作为训练的背景噪声，通过模拟

的双星并合系统波源产生的引力波波形作为特征构建的模型。训练好的 MFCNN 模型不仅可以清晰地探测到 O1 中确认的三个引力波事件，将其直接应用在 O2 数据中的 8 个引力波事件也是可以将它们探测出来。与 [159] 的工作相比，虽然都可以将网络模型的识别能力泛化从 O1 泛化到 O2 中，但我们的结果指出 MFCNN 不仅可以对模板库中极少量的波形内插泛化，并且还可以泛化到训练数据集之外的新类型信号，所谓外插泛化，可以清晰地标记双中子星并合事件 GW170817。除了 O1 数据中的三个确认的引力波事件外，我们还报告了 2000+ 个疑似引力波信号，以供进一步深入研究和参考。通过与 GWTC-1 [102] 和 1-OGC [241] 所报告的疑似引力波信号对比，我们并没有发现任何相符的信号事件，此外也没有任何与 GRB 事件相符的疑似引力波信号。

另外，值得注意的是真实的引力波信号探测是在非稳态非高斯噪声源 *glitch* 的环境下，可见 *glitch* 分类和聚类对于 GW 探测器的定标 (characterization) 在未来是尤为重要的 [48]。我们考察了 O1 中所有已探明的 *glitches*，发现 MFCNN 模型对非高斯的 *glitch* 有着优秀的鲁棒性。从理论上来说，深度学习可以学习到 LIGO 探测器中噪声的特征模式，并且可以发展出优于匹配滤波算法的策略，从而适应非高斯噪声的背景环境。

考虑到所有的冗长计算消耗都体现在了深度学习算法的一次训练过程，所以训练时可以用 GPUs 完成繁重的计算量，训练完成后将连续的数据流实时地经由 CPUs 来数据分析和预测结果。由于 MFCNN 可以为每一次预测同时输出相对匹配最佳的模板参数和到达时间，所以将 MFCNN 当作内插泛化模板库的疑似引力波信号预警系统的话，将其部署在现行的引力波数据处理流水线上进行初步估测，可以更加快速和高效的缩小基于引力波模板探测的候选参数空间范围，进而会让现行的流水线用更少的模板和缩小的参数空间来得到更加详尽的参数估计和置信度测量，由此就实现了用最小的计算资源加速引力波在完整信号参数空间上的数据分析。

第七章 总结与展望

引力波是爱因斯坦“广义相对论”中最重要的预言，引力波探测是当代物理学重要的前沿领域之一。在可以预见的未来，引力波天文学、多信使天文学、HPC 数值模拟、以及基于深度学习和新计算硬件系统所加持下 AI 系统的崛起等都将会发挥越来越重要的作用，对重大的科学发现和国际科学合作项目的长期发展都会有举足轻重的意义。

本论文介绍了作者攻读博士学位期间基于深度学习技术实现引力波信号探测和数据处理的几个工作：基于神经网络算法在引力波信号探测和可解释性分析的初探研究；在模拟 LIGO 噪声背景下，数据分布和卷积神经网络的模型结构对泛化的影响进行对比研究；构造全新的算法模型，真实 LIGO 引力波数据上，成功地搜寻到已确认的全部引力波事件以及其他泛化性能的研究。希望我们的工作可以进一步地促进新范式的转换和该多领域交叉学科的融合发展，相关研究涉及观测天文学、理论与计算物理学、数据科学、数字信号处理和计算机科学等。而且，本论文中所发展的深度学习方法和数据处理技术将会有助于加速现行的引力波数据处理流水线，并为发现新的引力理论带来契机与希望。

随着引力波天文学不断地进步与发展，引力波事件的观测将会逐步形成常态，并且在人工智能技术革新的充分带动下，相关研究课题领域将会呈现可持续的蓬勃发展前景，由此进一步地促进多信使天文学的发展。在未来的研究中，可以从以下几个方面进一步深化现有研究：深度学习的黑箱性使得性能优异的模型所得到的试验结果难以理解透彻，且很难明确实验结果的置信程度，可以考虑借鉴成熟的信号处理技术，构造具有自适应性且解释性强的算法实现引力波数据分析；基于深度学习技术，需要设计和实现关于背景数据高斯或非高斯性的高性能噪声功率谱密度估计算法，从而有助于构建高置信度的引力波信号异常检测方法；对引力波事件信号的波源参数估计仍处在理论验证阶段，有待于从机器学习和表征学习算法的角度来探索真实噪声背景下，对引力波模板库的最大后验概率估计。

考虑到未来引力波探测器灵敏度的进一步提升，每周都会有源源不断的引力波事件被探测和分析，基于机器学习技术在引力波数据分析领域上的交叉研究领域也将会越来越火热 [244]，届时将给引力波天文学和多信使天文学的发展带来巨大契机，开创数据科学与基础理论的交叉研究与发展的新格局。

附录 A 采样定理与 Nyquist 频率

本附录将会介绍关于引力波数据的采样定理以及其中与引力波数据处理相关的重要概念。首先，我们来介绍采样的过程，即一个时序信号 $x(t)$ 会以每间隔 Δt 秒的周期性进行采样，如图 A.1a 所示。因此，时间 t 就可以以采样间隔 Δt 为单位表述为：

$$t = n\Delta t, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (\text{A.1})$$

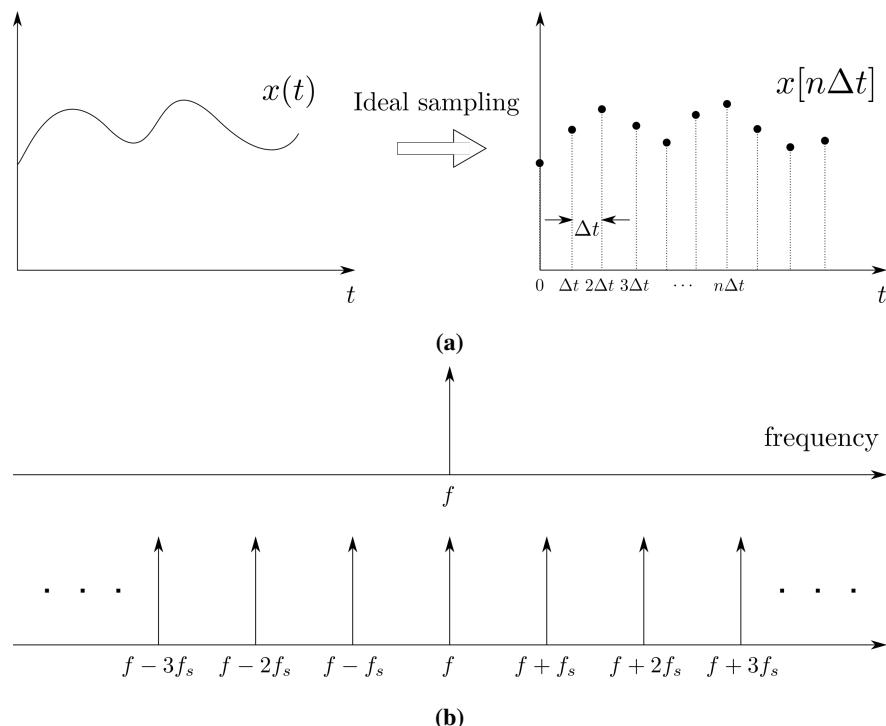


图 A.1 (a) 对模拟信号的理想采样过程示意图；(b) 频谱上周期性重复出现高频响应的示意图

显然，如果直接把采样后的离散样本点视作时序信号的话，就相当于是粗暴的把原始连续信号 $x(t)$ 切碎了，这样就会带来两个问题：1. 为了确保采样后的离散信号是无损的，应该取更小的采样间隔 Δt ，那该如何选择呢？2. 采样会在频谱上会引起许多失真高频响应分量，并且这些高频频率分量会在频域上周期性的重复出现，如图 A.1b 所示。这个周期可以通过采样率 (sampling rate) 来表示：

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{A.2})$$

对于采样后信号的重复频率谱来说，如何唯一地确定原始频率究竟是哪一个呢？采样定理 (sampling theorem) 提供了一种量化的答案，其内容是对于某模拟信号 $x(t)$ 通过采样后，得到一个较为准确的离散表征 $x(n\Delta t)$ ，需要满足两个条件：

1. 模拟信号 $x(t)$ 必须是频谱有限的 (band-limited)。也就是说，其频率谱必须要受限于某最大频率值¹， f_{\max} 。

2. 采样率 f_s 必须是至少大于两倍于最大频率值 f_{\max} ，即 $f_s \leq 2f_{\max}$ ，或者用采样间隔来表示： $\Delta t \leq \frac{1}{2f_{\max}}$ 。

根据采样定理，最小采样率为 $f_s = 2f_{\max}$ ，这个频率就是 Nyquist rate。对于任意的某 f_s 值来说， $f_s/2$ 称为奈奎斯特频率 (Nyquist frequency)，据此可以定义出 Nyquist frequency interval 的边界²：

$$\left[-\frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{2} \right] = \text{Nyquist frequency} \quad (\text{A.3})$$

简而言之，采样定理为我们的采样率 f_s 的选取给出了上限：采样率 f_s 无论如何都应该不能大于 $2f_{\max}$ 。换句话说，在某一段有限长的时域信号里，最大频率周期 (亦对应最小时间周期) 范围里的连续信号中，采样点至少得有两个，不然采样后的离散信号是无法表征原连续信号的，如图 A.2 所示。

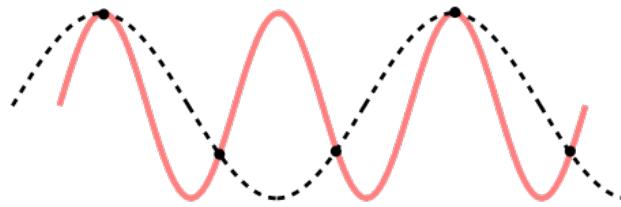


图 A.2 不合适的采样率会造成离散信号信息混淆现象的示意图

在引力波数据处理的过程中，我们的信号数据都是离散的，所以就要考虑离散傅里叶变换 (discrete Fourier transform, DFT) 和逆离散傅里叶变换 (inverse DFT)：

$$\tilde{x}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi i}{N} k \cdot n} x[n] \quad (\text{A.4})$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} k \cdot n} \tilde{x}[k] \quad (\text{A.5})$$

其中，信号采样点的数目是 N ，并且 $\{k, n\} = 0, \dots, N - 1$ 。显然，根据上面的傅里叶变换公式，可以计算出频域里对应的第一个采样点的值，它的物理意义是时域信号所有采样点的平均和：

$$\tilde{x}[0] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \quad (\text{A.6})$$

¹一般是让模拟信号在采样前经过一个预设 f_{\max} 的模拟低通滤波器 (lowpass analog filter) 来实现的。

²在信号处理中，区分各种常用的频率单位与相应的 Nyquist intervals 之间的关系是很重要的。举例来说，一个采样后的正弦波可以采用不同的单位来表示： $e^{2\pi i f n \Delta t} = e^{2\pi i n(f/f_s)} = e^{i \Omega n \Delta t} = e^{i \omega n}$ 。

特别要注意的是，基于 Python 编程语言进行数据分析的时候，Python 中各种科学计算库中对傅里叶变换 (fft) 的定义与实际对应的近似连续时域信号和采样离散时域信号是有差别的，它们之间有如下关系 (以 numpy.fft 为例)：

$$\tilde{x}[\omega] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} x(t) dt \cong dt \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{-2\pi i}{N} k \cdot n} x[n] \right\} \quad (\text{A.7})$$

$$x[t] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \tilde{x}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \cong \frac{1}{dt} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i}{N} k \cdot n} \tilde{x}[k] \right\} \quad (\text{A.8})$$

这是可以理解的，因为 Python 库所定义的傅里叶变换函数的参数是仅依赖于一个有限采样的时域序列 $x[n]$ 就可以给出结果了，并不一定要知道该序列所代表的总时长 T 或采样率 df 为何，所以如此定义可以使编程代码具有更好的一般普适性，提高编程代码重构的效果。

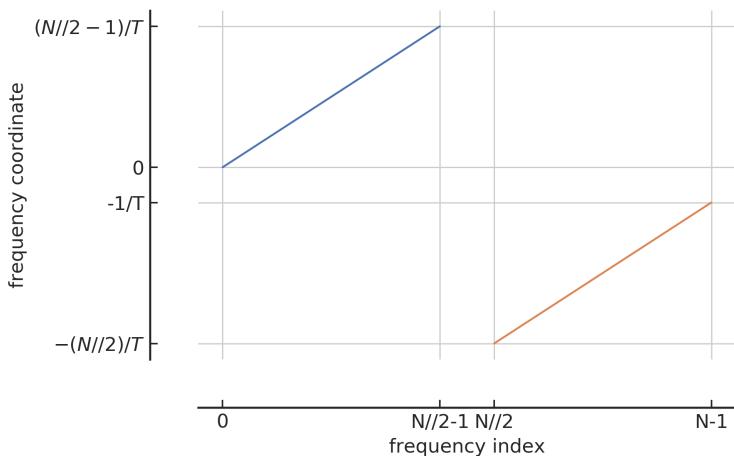


图 A.3 频域索引和频域坐标之间的映射关系

在用 Python 做信号处理时，还需要留意的细节是信号在频域上是如何表示的。上文已经谈到过，根据采样定理，我们可以给出一定时间间隔 T 范围内信号的可能频率范围，即 Nyquist frequency interval。首先，最小频率 (绝对值) 是 0，然而可能的最小正频对应的是该时长为 T 的信号里周期次数仅为 1，所以最小正频应该是 $1/T$ 。那么最大正频就应该是该时长为 T 的信号里，在给定采样点数目为 N 的情况下，可以接受的信号周期的最大数目。根据上文讨论过的 Nyquist limit，一般来说，如果有奇数个采样点 N ，那就最多重构 $(N-1)/2$ 个信号周期，如果是偶数个采样点 N ，那最多就重构 $N/2-1$ 个信号周期。用 Python 语言来表示会更简单，那就是 $N//2-1$ 个信号周期 ($//$ 在 Python 中表示向下取整)。关于负频也是同样道理，不过在频域上很容易出错的一点，那就是我们一般并不会真的将负频表示在频域的负数范围里，而是会将其映射在正频的右侧方向上来表征。所以，表示在频域上的序

列索引 (frequenct index) 与对应的频率坐标 (frequency coordinate) 的对应关系，如图 A.3 所示，蓝色部分对应的是 0 和正频，橙色部分对应的是负频。横轴 index 表示在序列中的索引指标，纵轴 coordinate 就是对应的频率值。

综上所示，只要给定某信号的总采样点数目 N 和采样率，我们就总可以在频域上确定是如何采样的 (同 `numpy.fft.fftfreq`)：

$$f = [0, 1, \dots, N//2 - 1, -N//2, \dots, -1]/T \quad (\text{A.9})$$

其中， $T = N/f_s$ 。

附录 B 关于功率谱密度性质的数学证明

为了论文的完整性，在此补充关于功率谱密度的两个重要性质的证明。

定义 B.1. 对于一个稳态随机过程 $x(t)$ ，可以定义其上的功率谱密度 (power spectral density) 为：

$$S_x(f) := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-2\pi i f t} dt \right|^2 \quad (\text{B.1})$$

命题 B.1. 对于一个稳态过程来说，其上单边的功率谱密度等价于自相关 (autocorrelation) 函数 $R_x(\tau) = \langle x(t)x(t+\tau) \rangle$ 的傅里叶变换的 2 倍。

证明. 从功率谱密度的定义 (公式B.1) 出发，

$$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{2\pi i f t} dt \int_{-T/2}^{T/2} x(t') e^{-2\pi i f t'} dt' , \quad (\text{B.2})$$

通过变量替换 $t = t' + \tau$ ，则有

$$S_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-2\pi i f \tau} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t') x(t' + \tau) dt' \right] . \quad (\text{B.3})$$

上式中，括号内的正是用平均时间来表示的自相关函数，于是有

$$S_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau . \quad (\text{B.4})$$

□

命题 B.2. 一个稳态随机过程 $x(t)$ 的功率谱密度可以由其在频域上的分量来表示：

$$\langle \tilde{x}^*(f') \tilde{x}(f) \rangle = \frac{1}{2} S_x(f) \delta(f - f') . \quad (\text{B.5})$$

证明. 从频域分量上的期望出发，

$$\langle \tilde{x}^*(f') \tilde{x}(f) \rangle = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} x(t') e^{2\pi i f' t'} dt' \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi i f t} dt \right\rangle , \quad (\text{B.6})$$

再通过变量替换 $t = t' + \tau$ ，则有

$$\langle \tilde{x}^*(f') \tilde{x}(f) \rangle = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} x(t') e^{2\pi i f' t'} dt' \int_{-\infty}^{\infty} x(t' + \tau) e^{-2\pi i f(t' + \tau)} d\tau \right\rangle \quad (\text{B.7})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dt' e^{-2\pi i (f-f') t'} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-2\pi i f \tau} \langle x(t') x(t' + \tau) \rangle . \quad (\text{B.8})$$

上式中的第二个积分正是不依赖于 t' 的 $\frac{1}{2}S_x(f)$, 而第一个积分可以写作狄拉克 delta 函数 $\delta(f - f')$, 于是有

$$\langle \tilde{x}^*(f') \tilde{x}(f) \rangle = \frac{1}{2}S_x(f)\delta(f - f'). \quad (\text{B.9})$$

□

附录 C 最大似然估计和交叉熵

在本附录中，我们将介绍机器学习优化理论中非常重要的最大似然估计方法。基于最大似然估计准则可以让我们从不同的机器学习模型中，可以得到特定未知函数作为好的估计和优化方向，而不是猜测某些函数可能是好的估计（然后分析其偏差和方差）。

考虑一组含有 N 个样本的数据集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)}\}$ ，独立地由某未知的真实数据分布 $p_{\text{data}}(\mathbf{x})$ 生成。令 $p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ 是一族由 $\boldsymbol{\theta}$ 确定在相同空间上的概率分布。换言之， $p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ 将任意输入 \mathbf{x} 映射到实数来估计真实概率分布 $p_{\text{data}}(\mathbf{x})$ 。

对模型参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的最大似然估计被定义为：

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{ML}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} p_{\text{model}}(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{C.1})$$

$$= \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \prod_{i=1}^N p_{\text{model}}(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{C.2})$$

在上式中，多个概率的乘积并不方便计算。为了得到一个便于计算的等价优化问题，我们可以对等式取似然对数同时不会改变其中的 $\arg \max$ ，从而可以将乘积转化成了便于计算的求和形式：

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{ML}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=1}^N \log p_{\text{model}}(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{C.3})$$

因为当我们重新缩放代价函数时 $\arg \max$ 也不会改变，所以我们可以乘以 $1/N$ 因子得到和训练数据集 \mathbf{X} 经验分布 \hat{p}_{data} 相关的期望作为估计准则：

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{ML}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \mathbb{E}_{\mathbf{x} \sim \hat{p}_{\text{data}}} \log p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{C.4})$$

由此，我们就可以体会到在基于最大似然估计的机器学习任务中，优化的目标是通过不断的更新迭代先验的模型参数 $\boldsymbol{\theta}$ 使得上面等式右边关于经验分布 \hat{p}_{data} 的期望值达到极大值。这里可以看到两个很重要的信息：1. 在经验分布所依赖的训练数据集分布中，从与学习任务相关的真实数据分布采集而来的数据质量会在很大程度上决定了机器学习效果的上限；2. 如何通过定义代价函数来得到一个良好的模型后验概率密度 p_{model} 也是非常重要的。下面，我们将从信息论的角度出发，会看到由负对数似然所构成代价函数都可以定义出一个良好的模型后验概率密度。

在信息论中，可以通过某概率分布函数 $p(x), x \in X$ 作为变量，定义一个关于 $p(x)$ 的单调函数 $h(x)$ ，称其为概率分布 $p(x)$ 的信息量 (measure of information)[245]：

$$h(x) \equiv -\log p(x) \quad (\text{C.5})$$

使其满足 $h(x, y) = h(x) + h(y)$ ，其中 $p(x, y) = p(x)p(y)$ 。进而，就可以定义所有信息量的期望为随机变量 x 的熵 (entropy)：

$$H(x) = -\sum_x p(x) \log p(x) = -\mathbb{E}_{x \sim p} \log p(x) \quad (\text{C.6})$$

值得留意的是，对于 0-1 伯努利分布而言，熵可以简化为 $H(x) = -p(x) \log(p(x)) - (1 - p(x)) \log(1 - p(x))$ 。

若同一个随机变量 x 有两个独立的概率分布 $p(x)$ 和 $q(x)$ ，则可以定义这两个分布的相对熵 (relative entropy)(也常称为 KL 散度 (Kullback-Leibler divergence) 或信息增益 (information gain achieved)) 来衡量两个分布之间的差异：

$$\text{KL}(p||q) \equiv -\sum_x p(x) \log q(x) - \left(-\sum_x p(x) \log p(x) \right) \quad (\text{C.7})$$

$$= -\sum_x p(x) \log \left\{ \frac{q(x)}{p(x)} \right\} \quad (\text{C.8})$$

$$= -H_p(x) + H_{(p,q)}(x) \quad (\text{C.9})$$

可见 KL 越小，表示 $p(x)$ 和 $q(x)$ 两个分布越接近。上式中，我们已经定义了交叉熵 (cross entropy) 为

$$H_{(p,q)}(x) \equiv -\sum_x p(x) \log q(x) = -\mathbb{E}_{x \sim p} \log q(x) \quad (\text{C.10})$$

综上，当对应到机器学习中最大似然估计方法时，训练集上的经验分布 \hat{p}_{data} 和模型分布之间的差异程度可以用 KL 散度度量为：

$$\text{KL}(\hat{p}_{\text{data}}|p_{\text{model}}) = -H_{\hat{p}_{\text{data}}}(\mathbf{X}) - \mathbb{E}_{\mathbf{x} \sim \hat{p}_{\text{data}}} \log p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{C.11})$$

由上式可知，等号右边第一项仅涉及数据的生成过程，和机器学习模型无关。这意味着当我们训练机器学习模型最小化 KL 散度时，我们只需要等价优化地最小化等号右边的第二项，即有

$$\arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \text{KL}(\hat{p}_{\text{data}}|p_{\text{model}}) = -\arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \mathbb{E}_{\mathbf{x} \sim \hat{p}_{\text{data}}} \log p_{\text{model}}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{C.12})$$

由此可见，当上式等号右边 $-\arg \min_{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}}$ 等价替换后，最小化 KL 散度其实就是在最小化分布之间的交叉熵。并且通过对比公式 C.4 和公式 C.12 可知，对于任何一个

由负对数似然组成的代价函数都是定义在训练集上的经验分布和定义在模型上的概率分布之间的交叉熵。

在本文中，我们使用的是 Sigmoid 函数公式 (3.7) 作为交叉熵的代价函数 (3.2.1 节)。在二分类问题中即可约化为 Softmax 函数。下面我们将推导用 Softmax 函数公式 (3.10) 来定义为条件概率密度 $p_{\text{model}}(y|\mathbf{x})$ ，其中 $y = 0, 1$ 分别代表某数据样本所对应的标签。从公式 (3.8) 的负对数似然出发，某样本的代价函数可以表示为

$$J(\theta) = -\log p_{\text{model}}(y|\mathbf{x}) \quad (\text{C.13})$$

$$= -\log \left[\frac{\exp(yz)}{\sum_{y'=0}^1 \exp(y'z)} \right] \quad (\text{C.14})$$

$$= \begin{cases} \log(1 + e^z) & \text{if } y = 0 \\ \log(1 + e^{-z}) & \text{if } y = 1 \end{cases} \quad (\text{C.15})$$

$$= \begin{cases} -\log(1 - \hat{y}) & \text{if } y = 0 \\ -\log(\hat{y}) & \text{if } y = 1 \end{cases} \quad (\text{C.16})$$

$$= -y \log \hat{y} - (1 - y) \log(1 - \hat{y}) \quad (\text{C.17})$$

其中， z 表示模型最后输出值， $\hat{y} = \frac{1}{1+e^{-z}}$ 是该数据样本所对应的具有一定概率意义的预测输出结果。在本文中未明确说明的情况下，都是用公式 (C.17) 来作为二分类学习任务的代价函数。

参考文献

- [1] ABBOTT B P, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116(6):061102. DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.061102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102).
- [2] ABBOTT B P, et al. Gw151226: Observation of gravitational waves from a 22-solar-mass binary black hole coalescence[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116(24):241103. DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.241103](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.241103).
- [3] ABBOTT B P, et al. Gw170104: Observation of a 50-solar-mass binary black hole coalescence at redshift 0.2[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 118(22):221101. DOI: [10.1103/PhysRevLett.118.221101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.221101).
- [4] ABBOTT B P, et al. Gw170608: Observation of a 19-solar-mass binary black hole coalescence[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2017, 851(2):L35. DOI: [10.3847/2041-8213/aa9f0c](https://doi.org/10.3847/2041-8213/aa9f0c).
- [5] ABBOTT B P, et al. Properties of the binary black hole merger gw150914[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116(24):241102. DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.241102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.241102).
- [6] BELCZYNSKI K, DOMNIK M, BULIK T, et al. The effect of metallicity on the detection prospects for gravitational waves[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2010, 715:L138. DOI: [10.1088/2041-8205/715/2/L138](https://doi.org/10.1088/2041-8205/715/2/L138).
- [7] ANTONINI F, CHATTERJEE S, RODRIGUEZ C L, et al. Black hole mergers and blue stragglers from hierarchical triples formed in globular clusters[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2016, 816(2):65. DOI: [10.3847/0004-637X/816/2/65](https://doi.org/10.3847/0004-637X/816/2/65).
- [8] ABBOTT B P, et al. Prospects for observing and localizing gravitational-wave transients with advanced ligo, advanced virgo and kagra[J/OL]. *Living Rev. Rel.*, 2018, 21(1):3. DOI: [10.1007/s41114-018-0012-9](https://doi.org/10.1007/s41114-018-0012-9), [10.1007/lrr-2016-1](https://doi.org/10.1007/lrr-2016-1).
- [9] RODRIGUEZ C L, CHATTERJEE S, RASIO F A. Binary black hole mergers from globular clusters: Masses, merger rates, and the impact of stellar evolution[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2016, D93(8):084029. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.084029](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.084029).
- [10] BELCZYNSKI K, HOLZ D E, BULIK T, et al. The first gravitational-wave source from the isolated evolution of two 40-100 msun stars[J/OL]. *Nature*, 2016, 534:512. DOI: [10.1038/nature18322](https://doi.org/10.1038/nature18322).
- [11] MARCHANT P, LANGER N, PODSIADLOWSKI P, et al. A new route towards merging massive black holes[J/OL]. *Astron. Astrophys.*, 2016, 588:A50. DOI: [10.1051/0004-6361/201628133](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201628133).
- [12] DE MINK S E, MANDEL I. The chemically homogeneous evolutionary channel for binary black hole mergers: rates and properties of gravitational-wave events detectable by advanced ligo[J/OL]. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2016, 460(4):3545-3553. DOI: [10.1093/mnras/stw1219](https://doi.org/10.1093/mnras/stw1219).
- [13] ACERNESE F, et al. Advanced virgo: a second-generation interferometric gravitational wave detector [J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2015, 32(2):024001. DOI: [10.1088/0264-9381/32/2/024001](https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/2/024001).
- [14] ABBOTT B P, et al. Gw170814: A three-detector observation of gravitational waves from a binary black hole coalescence[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 119(14):141101. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.141101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.141101).

- [15] ABBOTT B P, et al. Gw170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral [J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2017, 119(16):161101. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.161101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.161101).
- [16] EICHLER D, LIVIO M, PIRAN T, et al. Nucleosynthesis, neutrino bursts and gamma-rays from coalescing neutron stars[J/OL]. *Nature*, 1989, 340:126-128. DOI: [10.1038/340126a0](https://doi.org/10.1038/340126a0).
- [17] PACZYNSKI B. Gamma-ray bursters at cosmological distances[J/OL]. *Astrophys. J.*, 1986, 308:L43-L46. DOI: [10.1086/184740](https://doi.org/10.1086/184740).
- [18] NARAYAN R, PACZYNSKI B, PIRAN T. Gamma-ray bursts as the death throes of massive binary stars [J/OL]. *Astrophys. J.*, 1992, 395:L83-L86. DOI: [10.1086/186493](https://doi.org/10.1086/186493).
- [19] KOCHANEK C S, PIRAN T. Gravitational waves and gamma-ray bursts[J/OL]. *Astrophys. J.*, 1993, 417:L17-L20. DOI: [10.1086/187083](https://doi.org/10.1086/187083).
- [20] ABBOTT B P, et al. Multi-messenger observations of a binary neutron star merger[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2017, 848(2):L12. DOI: [10.3847/2041-8213/aa91c9](https://doi.org/10.3847/2041-8213/aa91c9).
- [21] PIRAN T, NAKAR E, ROSSWOG S. The electromagnetic signals of compact binary mergers[J/OL]. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2013, 430(3):2121-2136. DOI: [10.1093/mnras/stt037](https://doi.org/10.1093/mnras/stt037).
- [22] LEE W H, RAMIREZ-RUIZ E, VAN DE VEN G. Short gamma-ray bursts from dynamically-assembled compact binaries in globular clusters: pathways, rates, hydrodynamics and cosmological setting[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2010, 720:953-975. DOI: [10.1088/0004-637X/720/1/953](https://doi.org/10.1088/0004-637X/720/1/953).
- [23] LEE W H, RAMIREZ-RUIZ E. The progenitors of short gamma-ray bursts[J/OL]. *New J. Phys.*, 2007, 9:17. DOI: [10.1088/1367-2630/9/1/017](https://doi.org/10.1088/1367-2630/9/1/017).
- [24] OTT C. The gravitational wave signature of core-collapse supernovae[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2009, 26:063001. DOI: [10.1088/0264-9381/26/6/063001](https://doi.org/10.1088/0264-9381/26/6/063001).
- [25] PHINNEY E S. Finding and using electromagnetic counterparts of gravitational wave sources[J]. 2009.
- [26] AASI J, et al. Advanced ligo[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2015, 32:074001. DOI: [10.1088/0264-9381/32/7/074001](https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/7/074001).
- [27] HIROSE E, SEKIGUCHI T, KUMAR R, et al. Update on the development of cryogenic sapphire mirrors and their seismic attenuation system for kagra[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2014, 31(22):224004. DOI: [10.1088/0264-9381/31/22/224004](https://doi.org/10.1088/0264-9381/31/22/224004).
- [28] UNNIKRISHNAN C S. Indigo and ligo-india: Scope and plans for gravitational wave research and precision metrology in india[J/OL]. *Int. J. Mod. Phys.*, 2013, D22:1341010. DOI: [10.1142/S0218271813410101](https://doi.org/10.1142/S0218271813410101).
- [29] ABBOTT B P, et al. Effects of waveform model systematics on the interpretation of gw150914[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2017, 34(10):104002. DOI: [10.1088/1361-6382/aa6854](https://doi.org/10.1088/1361-6382/aa6854).
- [30] SATHYAPRAKASH B S, SCHUTZ B F. Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves [J/OL]. *Living Rev. Rel.*, 2009, 12:2. DOI: [10.12942/lrr-2009-2](https://doi.org/10.12942/lrr-2009-2).
- [31] ABBOTT T, et al. The dark energy survey[J]. 2005.
- [32] ABELL P A, et al. Lsst science book, version 2.0[J]. 2009.

- [33] AMENDOLA L, et al. Cosmology and fundamental physics with the euclid satellite[J/OL]. *Living Rev. Rel.*, 2013, 16:6. DOI: [10.12942/lrr-2013-6](https://doi.org/10.12942/lrr-2013-6).
- [34] AMENDOLA L, et al. Cosmology and fundamental physics with the euclid satellite[J/OL]. *Living Rev. Rel.*, 2018, 21(1):2. DOI: [10.1007/s41114-017-0010-3](https://doi.org/10.1007/s41114-017-0010-3).
- [35] SPERGEL D, et al. Wide-field infrared survey telescope-astrophysics focused telescope assets wfirst-afta final report[J]. 2013.
- [36] SPERGEL D, et al. Wfirst-2.4: What every astronomer should know[J]. 2013.
- [37] CHRISTENSEN N L. Multimessenger astronomy[C]//Proceedings, 46th Rencontres de Moriond on Gravitational Waves and Experimental Gravity: La Thuile, Italy, March 20-27, 2011. 2011: 35-42.
- [38] SMITH M W E, et al. The astrophysical multimessenger observatory network (amon)[J/OL]. *Astropart. Phys.*, 2013, 45:56-70. DOI: [10.1016/j.astropartphys.2013.03.003](https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2013.03.003).
- [39] ROVER C, BIZOUARD M A, CHRISTENSEN N, et al. Bayesian reconstruction of gravitational wave burst signals from simulations of rotating stellar core collapse and bounce[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2009, D80: 102004. DOI: [10.1103/PhysRevD.80.102004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.102004).
- [40] LITTENBERG T B, FARR B, COUGHLIN S, et al. Systematic errors in low latency gravitational wave parameter estimation impact electromagnetic follow-up observations[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2016, 820(1): 7. DOI: [10.3847/0004-637X/820/1/7](https://doi.org/10.3847/0004-637X/820/1/7).
- [41] ZHOU-JIAN C A O. From the gravitational wave detection to multi-messenger astronomy [J/OL]. *College Physics*, 2018, 37(2):1. http://dxwl.bnu.edu.cn/EN/abstract/article_7516.shtml. DOI: [10.16854/j.cnki.1000-0712.170626](https://doi.org/10.16854/j.cnki.1000-0712.170626).
- [42] USMAN S A, et al. The pycbc search for gravitational waves from compact binary coalescence[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2016, 33(21):215004. DOI: [10.1088/0264-9381/33/21/215004](https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/21/215004).
- [43] HUERTA E A, et al. Complete waveform model for compact binaries on eccentric orbits[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2017, D95(2):024038. DOI: [10.1103/PhysRevD.95.024038](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.024038).
- [44] TIWARI V, et al. Proposed search for the detection of gravitational waves from eccentric binary black holes[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2016, D93(4):043007. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.043007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.043007).
- [45] HUERTA E A, et al. Eccentric, nonspinning, inspiral, gaussian-process merger approximant for the detection and characterization of eccentric binary black hole mergers[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2018, D97(2):024031. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.024031](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.024031).
- [46] VEITCH J, et al. Parameter estimation for compact binaries with ground-based gravitational-wave observations using the lalinference software library[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2015, D91(4):042003. DOI: [10.1103/PhysRevD.91.042003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.042003).
- [47] POWELL J, TORRES-FORNÉ A, LYNCH R, et al. Classification methods for noise transients in advanced gravitational-wave detectors ii: performance tests on advanced ligo data[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2017, 34(3):034002. DOI: [10.1088/1361-6382/34/3/034002](https://doi.org/10.1088/1361-6382/34/3/034002).

- [48] ZEVIN M, COUGHLIN S, BAHADINI S, et al. Gravity spy: Integrating advanced ligo detector characterization, machine learning, and citizen science[J/OL]. *Class. Quantum Grav.* 34 (2017) 064003 (22pp), 2016. DOI: [10.1088/1361-6382/aa5cea](https://doi.org/10.1088/1361-6382/aa5cea).
- [49] GOODFELLOW I, BENGIO Y, COURVILLE A. Adaptive computation and machine learning series: Deep learning[M/OL]. The MIT Press, 2016. <https://www.amazon.com/Deep-Learning-Adaptive-Computation-Machine-ebook/dp/B01MRVFGX4?SubscriptionId=AKIAIOBINVZYXZQZ2U3A&tag=chimbori05-20&linkCode=xm2&camp=2025&creative=165953&creativeASIN=B01MRVFGX4>.
- [50] LECUN Y, BENGIO Y, HINTON G. Deep learning[J]. *nature*, 2015, 521(7553):436-444.
- [51] SHARMA A K, ADHYARU D M, ZAVERI T H, et al. Comparative analysis of zoning based methods for gujarati handwritten numeral recognition[C/OL]//Proc. 5th Nirma University Int. Conf. Engineering (NUiCONE). 2015: 1-5. DOI: [10.1109/NUICONE.2015.7449632](https://doi.org/10.1109/NUICONE.2015.7449632).
- [52] SILVER D, HUANG A, MADDISON C J, et al. Mastering the game of go with deep neural networks and tree search[J/OL]. *nature*, 2016, 529(7587):484. DOI: [10.1038/nature16961](https://doi.org/10.1038/nature16961).
- [53] NAJAFABADI M M, VILLANUSTRE F, KHOSHGOFTAAR T M, et al. Deep learning applications and challenges in big data analytics[J]. *Journal of Big Data*, 2015, 2(1):1.
- [54] HUERTA E A, ALLEN G, ANDREONI I, et al. Enabling real-time multi-messenger astrophysics discoveries with deep learning[J/OL]. *Nature Rev. Phys.*, 2019, 1(10):600-608. DOI: [10.1038/s42254-019-0097-4](https://doi.org/10.1038/s42254-019-0097-4).
- [55] HUERTA E A, KUMAR P, MCWILLIAMS S T, et al. Accurate and efficient waveforms for compact binaries on eccentric orbits[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2014, D90(8):084016. DOI: [10.1103/PhysRevD.90.084016](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.084016).
- [56] GEORGE D, HUERTA E A. Deep learning for real-time gravitational wave detection and parameter estimation: Results with advanced ligo data[J/OL]. *Phys. Lett.*, 2018, B778:64-70. DOI: [10.1016/j.physletb.2017.12.053](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2017.12.053).
- [57] WASSERMAN L. All of statistics: a concise course in statistical inference[M]. Springer Science & Business Media, 2013.
- [58] VAN DER WALT S, COLBERT S C, VAROQUAUX G. The NumPy array: A structure for efficient numerical computation[J/OL]. *Computing in Science & Engineering*, 2011, 13(2):22-30. DOI: [10.1109/mcse.2011.37](https://doi.org/10.1109/mcse.2011.37).
- [59] MCKINNEY W. Data structures for statistical computing in python[C]//VAN DER WALT S, MILLMAN J. Proceedings of the 9th Python in Science Conference. 2010: 51-56.
- [60] VIRTANEN P, GOMMERS R, OLIPHANT T E, et al. Scipy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in python[J/OL]. *Nature Methods*, 2020, 17:261-272. DOI: [10.1038/s41592-019-0686-2](https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2).
- [61] CHEN T, LI M, LI Y, et al. Mxnet: A flexible and efficient machine learning library for heterogeneous distributed systems[J]. 2015.

- [62] PEDREGOSA F, VAROQUAUX G, GRAMFORT A, et al. Scikit-learn: Machine learning in python[J]. Journal of machine learning research, 2011, 12(Oct):2825-2830.
- [63] HUNTER J D. Matplotlib: A 2d graphics environment[J/OL]. Computing in Science & Engineering, 2007, 9(3):90-95. DOI: [10.1109/mcse.2007.55](https://doi.org/10.1109/mcse.2007.55).
- [64] WASKOM M, BOTVINNIK O, OSTBLOM J, et al. mwaskom/seaborn: v0.10.0 (january 2020)[CP/OL]. Zenodo, 2020. DOI: [10.5281/zenodo.3629446](https://doi.org/10.5281/zenodo.3629446).
- [65] MERKEL D. Docker: lightweight linux containers for consistent development and deployment[J]. Linux journal, 2014, 2014(239):2.
- [66] MORITZ P, NISHIHARA R, WANG S, et al. Ray: A distributed framework for emerging ai applications [J]. 2017.
- [67] NITZ A, HARRY I, BROWN D, et al. gwastro/pycbc: Pycbc release v1.15.4[M/OL]. Zenodo, 2020. DOI: [10.5281/ZENODO.596388](https://doi.org/10.5281/ZENODO.596388).
- [68] MACLEOD D, URBAN A L, COUGHLIN S, et al. gwpv/gwpv: 1.0.1[CP/OL]. Zenodo, 2020. DOI: [10.5281/zenodo.3598469](https://doi.org/10.5281/zenodo.3598469).
- [69] KLUYVER T, RAGAN-KELLEY B, PÉREZ F, et al. Jupyter notebooks – a publishing format for reproducible computational workflows[C]//LOIZIDES F, SCHMIDT B. Positioning and Power in Academic Publishing: Players, Agents and Agendas. IOS Press, 2016: 87-90.
- [70] LIANG C, ZHOU B. foundation of modern physics series 7: Introduction to differential geometry and general relativity (vol.1)[M/OL]. Unknown, 1991. <https://www.amazon.com/foundation-modern-physics-Introduction-Differential/dp/7030164601?SubscriptionId=AKIAIOBINVZYXZQZ2U3A&tag=chimbori05-20&linkCode=xm2&camp=2025&creative=165953&creativeASIN=7030164601>.
- [71] TIEC A L, NOVAK J. Theory of gravitational waves[M]//AUGER G, PLAGNOL E. An Overview of Gravitational Waves: Theory, Sources and Detection. 2017: 1-41.
- [72] HANNAM M, SCHMIDT P, BOHÉ A, et al. Simple model of complete precessing black-hole-binary gravitational waveforms[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2014, 113(15):151101. DOI: [10.1103/PhysRevLett.113.151101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.151101).
- [73] PAN Y, BUONANNO A, TARACCHINI A, et al. Inspiral-merger-ringdown waveforms of spinning, precessing black-hole binaries in the effective-one-body formalism[J/OL]. Phys. Rev., 2014, D89(8): 084006. DOI: [10.1103/PhysRevD.89.084006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.084006).
- [74] BLACKMAN J, FIELD S E, GALLEY C R, et al. Fast and accurate prediction of numerical relativity waveforms from binary black hole coalescences using surrogate models[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2015, 115(12):121102. DOI: [10.1103/PhysRevLett.115.121102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.121102).
- [75] CAO Z, HAN W B. Waveform model for an eccentric binary black hole based on the effective-one-body-numerical-relativity formalism[J/OL]. Phys. Rev., 2017, D96(4):044028. DOI: [10.1103/PhysRevD.96.044028](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.044028).

- [76] PAN H P, LIN C Y, CAO Z, et al. Accuracy of source localization for eccentric inspiraling binary mergers using a ground-based detector network[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2019, D100(12):124003. DOI: [10.1103/PhysRevD.100.124003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.124003).
- [77] CHUA A J K, GALLEY C R, VALLISNERI M. Reduced-order modeling with artificial neurons for gravitational-wave inference[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2019, 122(21):211101. DOI: [10.1103/PhysRevLett.122.211101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.211101).
- [78] REBEI A, HUERTA E A, WANG S, et al. Fusing numerical relativity and deep learning to detect higher-order multipole waveforms from eccentric binary black hole mergers[J/OL]. *Phys. Rev. D* 100, 044025 (2019), 2018. DOI: [10.1103/PhysRevD.100.044025](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.044025).
- [79] CHUA A J K, VALLISNERI M. Learning bayes' theorem with a neural network for gravitational-wave inference[J]. 2019.
- [80] SETYAWATI Y, PÜRRER M, OHME F. Regression methods in waveform modeling: a comparative study[J]. 2019.
- [81] ABRAMOVICI A, et al. Ligo: The laser interferometer gravitational wave observatory[J/OL]. *Science*, 1992, 256:325-333. DOI: [10.1126/science.256.5055.325](https://doi.org/10.1126/science.256.5055.325).
- [82] HARRY G M. Advanced ligo: The next generation of gravitational wave detectors[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2010, 27:084006. DOI: [10.1088/0264-9381/27/8/084006](https://doi.org/10.1088/0264-9381/27/8/084006).
- [83] ACERNESE F, AMICO P, AL-SHOURBAGY M, et al. Status of virgo[J/OL]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22(18):S869-S880. DOI: [10.1088/0264-9381/22/18/s01](https://doi.org/10.1088/0264-9381/22/18/s01).
- [84] WILLKE B, et al. The geo 600 gravitational wave detector[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2002, 19:1377-1387. DOI: [10.1088/0264-9381/19/7/321](https://doi.org/10.1088/0264-9381/19/7/321).
- [85] AKUTSU T, et al. The status of kagra underground cryogenic gravitational wave telescope[J/OL]. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2020, 1342(1):012014. DOI: [10.1088/1742-6596/1342/1/012014](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1342/1/012014).
- [86] CHASSANDE-MOTTIN É. Data analysis challenges in transient gravitational-wave astronomy[J/OL]. *AIP Conf. Proc.*, 2013, 1535(1):252. DOI: [10.1063/1.4807558](https://doi.org/10.1063/1.4807558).
- [87] MOORE C J, COLE R H, BERRY C P L. Gravitational-wave sensitivity curves[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2015, 32(1):015014. DOI: [10.1088/0264-9381/32/1/015014](https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/1/015014).
- [88] GIBNEY E. Successful test drive for space-based gravitational-wave detector[J]. *Nature News*, 2016, 531 (7592):30.
- [89] GONG X, XU S, BAI S, et al. A scientific case study of an advanced lisa mission[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2011, 28(9):094012.
- [90] HU W R, WU Y L. The taiji program in space for gravitational wave physics and the nature of gravity [J/OL]. *Natl. Sci. Rev.*, 2017, 4(5):685-686. DOI: [10.1093/nsr/nwx116](https://doi.org/10.1093/nsr/nwx116).
- [91] RUAN W H, LIU C, GUO Z K, et al. The lisa-taiji network[J/OL]. *Nature Astronomy*, 2020, 4(2):108-109. DOI: [10.1038/s41550-019-1008-4](https://doi.org/10.1038/s41550-019-1008-4).

- [92] LUO J, et al. Tianqin: a space-borne gravitational wave detector[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2016, 33(3): 035010. DOI: [10.1088/0264-9381/33/3/035010](https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/3/035010).
- [93] LI Y P, LIU Y, LI S Y, et al. Tibet's ali: A new window to detect the cmb polarization[J]. 2017.
- [94] LI H, LI S Y, LIU Y, et al. Tibet' s window on primordial gravitational waves[J/OL]. *Nature Astronomy*, 2018, 2(2):104-106. DOI: [10.1038/s41550-017-0373-0](https://doi.org/10.1038/s41550-017-0373-0).
- [95] RENDONG N A N, L. I. D I, CHENGJIN J I N, et al. The five-hundred-meter aperture spherical radio telescope (fast) project[J/OL]. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2011, 20(06):989-1024. DOI: [10.1142/s0218271811019335](https://doi.org/10.1142/s0218271811019335).
- [96] ZHAN M S, WANG J, NI W T, et al. Zaiga: Zhaoshan long-baseline atom interferometer gravitation antenna[J/OL]. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2019, 29(04):1940005. DOI: [10.1142/s0218271819400054](https://doi.org/10.1142/s0218271819400054).
- [97] JARANOWSKI P, KROLAK A. Gravitational-wave data analysis. formalism and sample applications: The gaussian case[J]. *Living Rev. Rel.*, 2005, 8:3.
- [98] HILD S. Beyond the second generation of laser-interferometric gravitational wave observatories[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2012, 29:124006. DOI: [10.1088/0264-9381/29/12/124006](https://doi.org/10.1088/0264-9381/29/12/124006).
- [99] COLGAN R E, CORLEY K R, LAU Y, et al. Efficient gravitational-wave glitch identification from environmental data through machine learning[J]. 2019.
- [100] VALLISNERI M, KANNER J, WILLIAMS R, et al. The ligo open science center[J/OL]. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2015, 610(1):012021. DOI: [10.1088/1742-6596/610/1/012021](https://doi.org/10.1088/1742-6596/610/1/012021).
- [101] COLLABORATION T L I G O S, COLLABORATION T V. A guide to ligo-virgo detector noise and extraction of transient gravitational-wave signals[J]. 2019.
- [102] COLLABORATION T L I G O S, THE VIRGO COLLABORATION, ABBOTT B P, et al. Gwtc-1: A gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by ligo and virgo during the first and second observing runs[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2019, X9(3):031040. DOI: [10.1103/PhysRevX.9.031040](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.9.031040).
- [103] KLIMENKO S, YAKUSHIN I, MERCER A, et al. Coherent method for detection of gravitational wave bursts[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2008, 25:114029. DOI: [10.1088/0264-9381/25/11/114029](https://doi.org/10.1088/0264-9381/25/11/114029).
- [104] MESSICK C, et al. Analysis framework for the prompt discovery of compact binary mergers in gravitational-wave data[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2017, D95(4):042001. DOI: [10.1103/PhysRevD.95.042001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.042001).
- [105] JARANOWSKI P, KROLAK A. Analysis of gravitational wave data: Analysis of gravitational-wave data [M/OL]. Cambridge University Press, 2009. <https://books.google.com.sg/books?id=eC9UEPyRuHoC>.
- [106] ROMANO J D, CORNISH N J. Detection methods for stochastic gravitational-wave backgrounds: a unified treatment[J/OL]. *Living Rev. Rel.*, 2017, 20(1):2. DOI: [10.1007/s41114-017-0004-1](https://doi.org/10.1007/s41114-017-0004-1).
- [107] OPPENHEIM A V. Discrete-time signal processing[M]. Pearson Education India, 1999.
- [108] TEUKOLSKY S A, FLANNERY B P, PRESS W H, et al. Numerical recipes in c[J]. *SMR*, 1992, 693 (1):59-70.
- [109] LAZZARINI A, ROMANO J. Use of overlapping windows in the stochastic background search[J/OL]. LIGO Report, <http://www.ligo.caltech.edu/docs>, 2004. <https://dcc.ligo.org/T040089/public>.

- [110] CUOCO E, FABBRONI L, MAZZONI M, et al. On line power spectra identification and whitening for the noise in interferometric gravitational wave detectors[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2001, 18:1727-1752. DOI: [10.1088/0264-9381/18/9/309](https://doi.org/10.1088/0264-9381/18/9/309).
- [111] CUOCO E, LOSURDO G, CALAMAI G, et al. Noise parametric identification and whitening for ligo 40-meter interferometer data[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2001, D64:122002. DOI: [10.1103/PhysRevD.64.122002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.122002).
- [112] TSUKADA L, CANNON K, HANNA C, et al. Application of a zero-latency whitening filter to compact binary coalescence gravitational-wave searches[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2018, D97(10):103009. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.103009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.103009).
- [113] ABADIE J, et al. Search for gravitational waves from compact binary coalescence in ligo and virgo data from s5 and vsr1[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2010, D82:102001. DOI: [10.1103/PhysRevD.85.089903](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.089903), [10.1103/PhysRevD.82.102001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.102001).
- [114] AASI J, et al. Parameter estimation for compact binary coalescence signals with the first generation gravitational-wave detector network[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2013, D88:062001. DOI: [10.1103/PhysRevD.88.062001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.062001).
- [115] FINN L S, GONZALEZ G, HOUGH J, et al. Toward gravitational wave detection[J/OL]. *AIP Conf. Proc.*, 2000, 523(1):451-458. DOI: [10.1063/1.1291910](https://doi.org/10.1063/1.1291910).
- [116] LITTENBERG T B, CORNISH N J. Bayesian inference for spectral estimation of gravitational wave detector noise[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2015, D91(8):084034. DOI: [10.1103/PhysRevD.91.084034](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.084034).
- [117] CHATZIOANNOU K, HASTER C J, LITTENBERG T B, et al. Noise spectral estimation methods and their impact on gravitational wave measurement of compact binary mergers[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2019, D100(10):104004. DOI: [10.1103/PhysRevD.100.104004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.104004).
- [118] BAKER P T. Distinguishing signal from noise: New techniques for gravitational wave data analysis [EB/OL]. Montana State University - Bozeman, College of Letters & Science, 2013. <https://scholarworks.montana.edu/xmlui/handle/1/2911>.
- [119] WAS M, BIZOUARD M A, BRISSON V, et al. On the background estimation by time slides in a network of gravitational wave detectors[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2010, 27:015005. DOI: [10.1088/0264-9381/27/1/015005](https://doi.org/10.1088/0264-9381/27/1/015005).
- [120] WAS M, BIZOUARD M A, BRISSON V, et al. Limitations of the time slide method of background estimation[J/OL]. *Class. Quant. Grav.*, 2010, 27:194014. DOI: [10.1088/0264-9381/27/19/194014](https://doi.org/10.1088/0264-9381/27/19/194014).
- [121] COUGHLIN M, MEYERS P, KANDHASAMY S, et al. Prospects for searches for long-duration gravitational-waves without time slides[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2015, D92(4):043007. DOI: [10.1103/PhysRevD.92.043007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.043007).
- [122] CREIGHTON J D E, ANDERSON W G. Gravitational-wave physics and astronomy: An introduction to theory, experiment and data analysis[M/OL]. 2011. <http://www.wiley-vch.de/publish/dt/books/ISBN3-527-40886-X>.
- [123] HOAK D. Gravitational wave astrophysics: Instrumentation, detector characterization, and a search

- for gravitational signals from gamma-ray bursts[D/OL]. University of Massachusetts, 2015. https://scholarworks.umass.edu/dissertations_2/498.
- [124] SCHMIDHUBER J. Deep learning in neural networks: An overview[J/OL]. Neural Networks, 2015, 61:85-117. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0893608014002135>. DOI: [10.1016/j.neunet.2014.09.003](https://doi.org/10.1016/j.neunet.2014.09.003).
- [125] BENGIO Y, COURVILLE A, VINCENT P. Representation learning: A review and new perspectives [J/OL]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(8):1798-1828. DOI: [10.1109/TPAMI.2013.50](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2013.50).
- [126] OORD A V D, DIELEMAN S, ZEN H, et al. Wavenet: A generative model for raw audio[J]. 2016.
- [127] SUTTON R S, BARTO A G. Introduction to reinforcement learning[M]. 1st ed. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1998.
- [128] CHUNG J S, SENIOR A, VINYALS O, et al. Lip reading sentences in the wild[J]. 2016.
- [129] MITCHELL T M, et al. Machine learning. 1997[J]. Burr Ridge, IL: McGraw Hill, 1997, 45(37):870-877.
- [130] BERTSEKAS D P, TSITSIKLIS J N. Neuro-dynamic programming[M]. Athena Scientific, 1996.
- [131] MNIH V, KAVUKCUOGLU K, SILVER D, et al. Playing atari with deep reinforcement learning[J]. 2013.
- [132] KINGMA D P, BA J. Adam: A method for stochastic optimization[J]. 2014.
- [133] GOYAL P, DOLLÁR P, GIRSHICK R, et al. Accurate, large minibatch sgd: Training imagenet in 1 hour [J]. 2017.
- [134] KESKAR N S, MUDIGERE D, NOCEDAL J, et al. On large-batch training for deep learning: Generalization gap and sharp minima[J]. 2016.
- [135] HOFFER E, HUBARA I, SOUDRY D. Train longer, generalize better: closing the generalization gap in large batch training of neural networks[M/OL]//GUYON I, LUXBURG U V, BENGIO S, et al. Advances in Neural Information Processing Systems 30. Curran Associates, Inc., 2017: 1731-1741. <http://papers.nips.cc/paper/6770-train-longer-generalize-better-closing-the-generalization-gap-in-large-batch-training-of-neural-networks.pdf>.
- [136] ZHOU Z. Machine learning[M/OL]. Tsinghua University Press, 2016. <https://cs.nju.edu.cn/zhouzh/zhouzh.files/publication/MLbook2016.htm>.
- [137] NAKKIRAN P, KAPLUN G, BANSAL Y, et al. Deep double descent: Where bigger models and more data hurt[J]. 2019.
- [138] YANG Z, YU Y, YOU C, et al. Rethinking bias-variance trade-off for generalization of neural networks [J]. 2020.
- [139] NAGARAJAN V, KOLTER J Z. Uniform convergence may be unable to explain generalization in deep learning[M/OL]//WALLACH H, LAROCHELLE H, BEYGELZIMER A, et al. Advances in Neural In-

- formation Processing Systems 32. Curran Associates, Inc., 2019: 11611-11622. <http://papers.nips.cc/paper/9336-uniform-convergence-may-be-unable-to-explain-generalization-in-deep-learning.pdf>.
- [140] NIELSEN M A. Neural networks and deep learning: volume 2018[M]. Determination press San Francisco, CA, USA:, 2015.
- [141] DANIEL G. Advanced series in circuits and systems: Principles of artificial neural networks (3rd edition)[M/OL]. World Scientific Publishing Company, 2013. <https://books.google.com/books?id=Zz27CgAAQBAJ>.
- [142] ROSENBLATT F. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain.[J]. Psychological review, 1958, 65(6):386.
- [143] MINSKY M, PAPERT S A, BOTTOU L. The mit press: Perceptrons: An introduction to computational geometry[M/OL]. MIT Press, 2017. <https://books.google.com/books?id=PLQ5DwAAQBAJ>.
- [144] HORNIK K, STINCHCOMBE M, WHITE H. Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multilayer feedforward networks[J/OL]. Neural Networks, 1990, 3(5):551-560. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0893608090900056>. DOI: [10.1016/0893-6080\(90\)90005-6](https://doi.org/10.1016/0893-6080(90)90005-6).
- [145] JARRETT K, KAVUKCUOGLU K, RANZATO M, et al. What is the best multi-stage architecture for object recognition?[C/OL]//Proc. IEEE 12th Int. Conf. Computer Vision. 2009: 2146-2153. DOI: [10.1109/ICCV.2009.5459469](https://doi.org/10.1109/ICCV.2009.5459469).
- [146] LECUN Y A, BOTTOU L, ORR G B, et al. Efficient backprop[M/OL]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012: 9-48. DOI: [10.1007/978-3-642-35289-8₃](https://doi.org/10.1007/978-3-642-35289-8_3).
- [147] RUDER S. An overview of gradient descent optimization algorithms[J]. 2016.
- [148] KOHONEN T. An introduction to neural computing[J/OL]. Neural Networks, 1988, 1(1):3-16. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0893608088900202>. DOI: [10.1016/0893-6080\(88\)90020-2](https://doi.org/10.1016/0893-6080(88)90020-2).
- [149] RUMELHART D E, HINTON G E, WILLIAMS R J. Learning representations by back-propagating errors [J/OL]. Nature, 1986, 323(6088):533-536. DOI: [10.1038/323533a0](https://doi.org/10.1038/323533a0).
- [150] GABBARD H, WILLIAMS M, HAYES F, et al. Matching matched filtering with deep networks for gravitational-wave astronomy[J/OL]. Physical review letters, 2018, 120(14):141103. DOI: [10.1103/physrevlett.120.141103](https://doi.org/10.1103/physrevlett.120.141103).
- [151] HINTON G E, SRIVASTAVA N, KRIZHEVSKY A, et al. Improving neural networks by preventing co-adaptation of feature detectors[J]. arXiv e-prints, 2012:arXiv:1207.0580.
- [152] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G E. Imagenet classification with deep convolutional neural networks[M/OL]//PEREIRA F, BURGES C J C, BOTTOU L, et al. Advances in Neural Information Processing Systems 25. Curran Associates, Inc., 2012: 1097-1105. <http://papers.nips.cc/paper/4824-imagenet-classification-with-deep-convolutional-neural-networks.pdf>.
- [153] LABACH A, SALEHINEJAD H, VALAEE S. Survey of dropout methods for deep neural networks[J]. 2019.

- [154] LECUN Y, BENGIO Y. Convolutional networks for images, speech, and time series[J]. The handbook of brain theory and neural networks, 1995, 3361(10):255-258.
- [155] FUKUSHIMA K. Neocognitron: A self-organizing neural network model for a mechanism of pattern recognition unaffected by shift in position[J/OL]. Biological Cybernetics, 1980, 36(4):193-202. DOI: [10.1007/BF00344251](https://doi.org/10.1007/BF00344251).
- [156] YU F, KOLTUN V. Multi-scale context aggregation by dilated convolutions[J]. 2015.
- [157] LECUN Y. Generalization and network design strategies[M]. Elsevier, 1989.
- [158] GEORGE D, HUERTA E A. Deep neural networks to enable real-time multimessenger astrophysics [J/OL]. Phys. Rev., 2018, D97(4):044039. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.044039](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.044039).
- [159] GEBHARD T D, KILBERTUS N, HARRY I, et al. Convolutional neural networks: a magic bullet for gravitational-wave detection?[J]. 2019.
- [160] GABBARD H, MESSENGER C, HENG I S, et al. Bayesian parameter estimation using conditional variational autoencoders for gravitational-wave astronomy[J]. 2019.
- [161] TORRES-FORNÉ A, MARQUINA A, FONT J A, et al. Denoising of gravitational wave signals via dictionary learning algorithms[J/OL]. Phys. Rev., 2016, D94(12):124040. DOI: [10.1103/PhysRevD.94.124040](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.124040).
- [162] SHEN H, GEORGE D, HUERTA E A, et al. Denoising gravitational waves using deep learning with recurrent denoising autoencoders[J]. 2017.
- [163] ORFANIDIS S J. Introduction to signal processing[M]. USA: Prentice-Hall, Inc., 1995.
- [164] RAMACHANDRAN P, ZOPH B, LE Q V. Searching for activation functions[J]. 2017.
- [165] MAAS A L, HANNUN A Y, NG A Y. Rectifier nonlinearities improve neural network acoustic models [Z]. 2013.
- [166] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Delving deep into rectifiers: Surpassing human-level performance on imagenet classification. corr abs/1502.01852 (2015)[J]. arXiv preprint arXiv:1502.01852, 2015.
- [167] XU B, WANG N, CHEN T, et al. Empirical evaluation of rectified activations in convolutional network. corr abs/1505.00853 (2015)[J]. arXiv preprint arXiv:1505.00853, 2015.
- [168] CLEVERT D A, UNTERTHINER T, HOCHREITER S. Fast and accurate deep network learning by exponential linear units (elus). corr abs/1511.07289 (2015)[J]. arXiv preprint arXiv:1511.07289, 2015.
- [169] ZHOU, CHELLAPPA. Computation of optical flow using a neural network[C/OL]//Proc. IEEE 1988 Int. Conf. Neural Networks. 1988: 71-78 vol.2. DOI: [10.1109/ICNN.1988.23914](https://doi.org/10.1109/ICNN.1988.23914).
- [170] DUMOULIN V, VISIN F. A guide to convolution arithmetic for deep learning[J]. 2016.
- [171] YU F, KOLTUN V, FUNKHOUSER T. Dilated residual networks[J/OL]. 2017:636-644. DOI: [10.1109/CVPR.2017.75](https://doi.org/10.1109/CVPR.2017.75).
- [172] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition [J]. 2014.
- [173] RONGGEN C A I, ZHOUJIAN C A O, WENBIAO H A N. The gravitational wave models for binary

- compact objects[J/OL]. Chinese Science Bulletin, 2016, 61(14):1525-1535. DOI: [10.1360/n972016-00299](https://doi.org/10.1360/n972016-00299).
- [174] ZHOUJIAN C A O, ZHIHUI D U. Numerical relativity and gravitational wave astronomy[J/OL]. SCIEN-TIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica, 2016, 47(1):010405. DOI: [10.1360/sspma2016-00200](https://doi.org/10.1360/sspma2016-00200).
- [175] CAI R G, CAO Z, GUO Z K, et al. The gravitational-wave physics[J/OL]. Natl. Sci. Rev., 2017, 4(5): 687-706. DOI: [10.1093/nsr/nwx029](https://doi.org/10.1093/nsr/nwx029).
- [176] EZQUIAGA J M, ZUMALACÁRREGUI M. Dark energy after gw170817: Dead ends and the road ahead [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(25):251304. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.251304](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.251304).
- [177] SAKSTEIN J, JAIN B. Implications of the neutron star merger gw170817 for cosmological scalar-tensor theories[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(25):251303. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.251303](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.251303).
- [178] CREMINELLI P, VERNIZZI F. Dark energy after gw170817 and grb170817a[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(25):251302. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.251302](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.251302).
- [179] BAKER T, BELLINI E, FERREIRA P G, et al. Strong constraints on cosmological gravity from gw170817 and grb 170817a[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2017, 119(25):251301. DOI: [10.1103/PhysRevLett.119.251301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.251301).
- [180] GEORGE D, SHEN H, HUERTA E A. Glitch classification and clustering for ligo with deep transfer learning[C/OL]//NiPS Summer School 2017 Gubbio, Perugia, Italy, June 30-July 3, 2017. 2017. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.101501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.101501).
- [181] GEORGE D, SHEN H, HUERTA E A. Deep transfer learning: A new deep learning glitch classification method for advanced ligo[J/OL]. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.101501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.101501).
- [182] GEORGE D, HUERTA E A. Deep learning for real-time gravitational wave detection and parameter estimation with ligo data[C]//NiPS Summer School 2017 Gubbio, Perugia, Italy, June 30-July 3, 2017. 2017.
- [183] LI X, YU W, FAN X. A method of detecting gravitational wave based on time-frequency analysis and convolutional neural networks[J]. 2017.
- [184] CAO Z, HE W, ZHU J, et al. Initial study on the application of deep learning to the gravitational wave data analysis[J/OL]. Journal of Henan Normal University, 2018, 46(2). DOI: [10.16366/j.cnki.1000-2367.2018.02.005](https://doi.org/10.16366/j.cnki.1000-2367.2018.02.005).
- [185] LECUN Y, KAVUKCUOGLU K, FARABET C. Convolutional networks and applications in vision [C/OL]//Circuits and Systems (ISCAS), Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on. IEEE, 2010: 253-256. DOI: [10.1109/ISCAS.2010.5537907](https://doi.org/10.1109/ISCAS.2010.5537907).
- [186] LECUN Y, BOTTOU L, BENGIO Y, et al. Gradient-based learning applied to document recognition [J/OL]. Proceedings of the IEEE, 1998, 86(11):2278-2324. DOI: [10.1109/5.726791](https://doi.org/10.1109/5.726791).
- [187] IOFFE S, SZEGEDY C. Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift[J]. 2015.
- [188] SRIVASTAVA N, HINTON G, KRIZHEVSKY A, et al. Dropout: A simple way to prevent neural networks from overfitting[J]. The Journal of Machine Learning Research, 2014, 15(1):1929-1958.

- [189] VIDAL R, BRUNA J, GIRYES R, et al. Mathematics of deep learning[J]. 2017.
- [190] BAU D, ZHOU B, KHOSLA A, et al. Network dissection: Quantifying interpretability of deep visual representations[J]. 2017.
- [191] ZEILER M D, FERGUS R. Visualizing and understanding convolutional networks[J]. 2013.
- [192] REN S, HE K, GIRSHICK R, et al. Faster r-cnn: Towards real-time object detection with region proposal networks[M/OL]//CORTES C, LAWRENCE N D, LEE D D, et al. Advances in Neural Information Processing Systems 28. Curran Associates, Inc., 2015: 91-99. <http://papers.nips.cc/paper/5638-faster-r-cnn-towards-real-time-object-detection-with-region-proposal-networks.pdf>.
- [193] DAI J, LI Y, HE K, et al. R-fcn: Object detection via region-based fully convolutional networks[M/OL]//LEE D D, SUGIYAMA M, LUXBURG U V, et al. Advances in Neural Information Processing Systems 29. Curran Associates, Inc., 2016: 379-387. <http://papers.nips.cc/paper/6465-r-fcn-object-detection-via-region-based-fully-convolutional-networks.pdf>.
- [194] LIU W, ANGUELOV D, ERHAN D, et al. Ssd: Single shot multibox detector[C]//LEIBE B, MATAS J, SEBE N, et al. Computer Vision – ECCV 2016. Cham: Springer International Publishing, 2016: 21-37.
- [195] MAATEN L V D, HINTON G. Visualizing data using t-sne[J]. Journal of Machine Learning Research, 2008, 9(Nov):2579-2605.
- [196] WATTENBERG M, VIÉGAS F, JOHNSON I. How to use t-sne effectively[J/OL]. Distill, 2016. <http://distill.pub/2016/misread-tsne>. DOI: [10.23915/distill.00002](https://doi.org/10.23915/distill.00002).
- [197] CAO Z. Gravitational wave astronomy: chance and challenge to fundamental physics and astrophysics [J/OL]. Science China Physics, Mechanics & Astronomy, 2016, 59(11):110431. DOI: [10.1007/s11433-016-0324-y](https://doi.org/10.1007/s11433-016-0324-y).
- [198] ABBOTT B P, et al. Gw150914: The advanced ligo detectors in the era of first discoveries[J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2016, 116(13):131103. DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.131103](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.131103).
- [199] ABDO A A, AJELLO M, ALLAFORT A, et al. The second fermi large area telescope catalog of gamma-ray pulsars[J/OL]. The Astrophysical Journal Supplement Series, 2013, 208(2):17. DOI: [10.1088/0067-0049/208/2/17](https://doi.org/10.1088/0067-0049/208/2/17).
- [200] TYSON J A. Large synoptic survey telescope: Overview[J/OL]. Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng., 2002, 4836:10-20. DOI: [10.1117/12.456772](https://doi.org/10.1117/12.456772).
- [201] TYSON J A, WOLFF S. Survey and other telescope technologies and discoveries[C]//Survey and Other Telescope Technologies and Discoveries: volume 4836. 2002.
- [202] GEHRELS N, SPERGEL D N. Wide-field infrared survey telescope (wfIRST) mission and synergies with lisa and ligo-virgo[J/OL]. J. Phys. Conf. Ser., 2015, 610(1):012007. DOI: [10.1088/1742-6596/610/1/012007](https://doi.org/10.1088/1742-6596/610/1/012007).
- [203] ADRIAN-MARTINEZ S, et al. High-energy neutrino follow-up search of gravitational wave event gw150914 with antares and icecube[J/OL]. Phys. Rev., 2016, D93(12):122010. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.122010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.122010).

- [204] INDIK N, FEHRMANN H, HARKE F, et al. Reducing the number of templates for aligned-spin compact binary coalescence gravitational wave searches using metric-agnostic template nudging[J/OL]. Phys. Rev. D 97, 124008 (2018), 2017. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.124008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.124008).
- [205] HARRY I, PRIVITERA S, BOHÉ A, et al. Searching for gravitational waves from compact binaries with precessing spins[J/OL]. Phys. Rev., 2016, D94(2):024012. DOI: [10.1103/PhysRevD.94.024012](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.024012).
- [206] GRAFF P, FEROZ F, HOBSON M P, et al. Bambi: blind accelerated multimodal bayesian inference [J/OL]. MNRAS, Vol. 421, Issue 1, pg. 169-180 (2012), 2011. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.20288.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.20288.x).
- [207] MUKUND N, ABRAHAM S, KANDHASAMY S, et al. Transient classification in ligo data using difference boosting neural network[J/OL]. Phys. Rev. D 95, 104059 (2017), 2016. DOI: [10.1103/PhysRevD.95.104059](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.104059).
- [208] POWELL J, TRIFIRÒ D, CUOCO E, et al. Classification methods for noise transients in advanced gravitational-wave detectors[J/OL]. Class. Quant. Grav., 2015, 32(21):215012. DOI: [10.1088/0264-9381/32/21/215012](https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/21/215012).
- [209] BAHAA DINI S, ROHANI N, COUGHLIN S, et al. Deep multi-view models for glitch classification [C/OL]//2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2017: 2931-2935. DOI: [10.1109/ICASSP.2017.7952693](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2017.7952693).
- [210] CAO Z, LI L F, WANG Y. Gravitational lensing effects on parameter estimation in gravitational wave detection with advanced detectors[J/OL]. Phys. Rev., 2014, D90(6):062003. DOI: [10.1103/PhysRevD.90.062003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.062003).
- [211] EINSTEIN A. The field equations of gravitation[J]. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.), 1915, 1915:844-847.
- [212] ABBOTT B P, et al. Directly comparing gw150914 with numerical solutions of einstein' s equations for binary black hole coalescence[J/OL]. Phys. Rev., 2016, D94(6):064035. DOI: [10.1103/PhysRevD.94.064035](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.064035).
- [213] HUERTA E A, et al. Boss-ldg: A novel computational framework that brings together blue waters, open science grid, shifter and the ligo data grid to accelerate gravitational wave discovery[C/OL]//Proceedings, 13th International Conference on e-Science: Auckland, New Zealand, October 24-27, 2017. 2017: 335-344. DOI: [10.1109/eScience.2017.47](https://doi.org/10.1109/eScience.2017.47).
- [214] WEITZEL D, BOCKELMAN B, BROWN D A, et al. Data access for ligo on the osg[C/OL]//2017. DOI: [10.1145/3093338.3093363](https://doi.org/10.1145/3093338.3093363).
- [215] OWEN B J, SATHYAPRAKASH B S. Matched filtering of gravitational waves from inspiraling compact binaries: Computational cost and template placement[J/OL]. Phys. Rev., 1999, D60:022002. DOI: [10.1103/PhysRevD.60.022002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.60.022002).
- [216] GEROSA D, KESDEN M, BERTI E, et al. Resonant-plane locking and spin alignment in stellar-mass black-hole binaries: a diagnostic of compact-binary formation[J/OL]. Phys. Rev., 2013, D87:104028. DOI: [10.1103/PhysRevD.87.104028](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.104028).

- [217] RODRIGUEZ C L, MORSCHER M, PATTABIRAMAN B, et al. Binary black hole mergers from globular clusters: Implications for advanced ligo[J/OL]. *Phys. Rev. Lett.*, 2015, 115(5):051101. DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.029901](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.029901), [10.1103/PhysRevLett.115.051101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.051101).
- [218] NAOZ S, KOCSIS B, LOEB A, et al. Resonant post-newtonian eccentricity excitation in hierarchical three-body systems[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2013, 773:187. DOI: [10.1088/0004-637X/773/2/187](https://doi.org/10.1088/0004-637X/773/2/187).
- [219] SAMSING J, MACLEOD M, RAMIREZ-RUIZ E. The formation of eccentric compact binary inspirals and the role of gravitational wave emission in binary-single stellar encounters[J/OL]. *Astrophys. J.*, 2014, 784:71. DOI: [10.1088/0004-637X/784/1/71](https://doi.org/10.1088/0004-637X/784/1/71).
- [220] LEHNER L, PRETORIUS F. Numerical relativity and astrophysics[J/OL]. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 2014, 52:661-694. DOI: [10.1146/annurev-astro-081913-040031](https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081913-040031).
- [221] KLIMENKO S, et al. Method for detection and reconstruction of gravitational wave transients with networks of advanced detectors[J/OL]. *Phys. Rev.*, 2016, D93(4):042004. DOI: [10.1103/PhysRevD.93.042004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.042004).
- [222] HUERTA E A, BROWN D A. Effect of eccentricity on binary neutron star searches in advanced ligo [J/OL]. *Phys. Rev.*, 2013, D87(12):127501. DOI: [10.1103/PhysRevD.87.127501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.127501).
- [223] ESTEVA A, KUPREL B, NOVOA R A, et al. Dermatologist-level classification of skin cancer with deep neural networks[J/OL]. *Nature*, 2017, 542(7639):115-118. DOI: [10.1038/nature21056](https://doi.org/10.1038/nature21056).
- [224] SILVER D, SCHRITTWIESER J, SIMONYAN K, et al. Mastering the game of go without human knowledge[J/OL]. *Nature*, 2017, 550(7676):354-359. DOI: [10.1038/nature24270](https://doi.org/10.1038/nature24270).
- [225] MORAVČÍK M, SCHMID M, BURCH N, et al. Deepstack: Expert-level artificial intelligence in heads-up no-limit poker[J/OL]. *Science*, 2017, 356(6337):508-513. <https://science/scientemag.org/content/356/6337/508>. DOI: [10.1126/science.aam6960](https://doi.org/10.1126/science.aam6960).
- [226] O'SHEA T J, CORGAN J, CLANCY T C. Convolutional radio modulation recognition networks[C]// JAYNE C, ILIADIS L. *Engineering Applications of Neural Networks*. Cham: Springer International Publishing, 2016: 213-226.
- [227] HEZAVEH Y D, PERREAU L, MARSHALL P J. Fast automated analysis of strong gravitational lenses with convolutional neural networks[J/OL]. *Nature*, 2017, 548:555-557. DOI: [10.1038/nature23463](https://doi.org/10.1038/nature23463).
- [228] HINNERS T A, TAT K, THORP R. Machine learning techniques for stellar light curve classification [J/OL]. *The Astronomical Journal*, 2018, 156(1):7. DOI: [10.3847/1538-3881/aac16d](https://doi.org/10.3847/1538-3881/aac16d).
- [229] SEDAGHAT N, MAHABAL A. Effective image differencing with convnets for real-time transient hunting [J/OL]. 2017. DOI: [10.1093/mnras/sty613](https://doi.org/10.1093/mnras/sty613).
- [230] PEARSON K A, PALAFOX L, GRIFFITH C A. Searching for exoplanets using artificial intelligence [J/OL]. 2017. DOI: [10.1093/mnras/stx2761](https://doi.org/10.1093/mnras/stx2761).
- [231] CARON S, GÓMEZ-VARGAS G A, HENDRIKS L, et al. Analyzing γ -rays of the galactic center with

- deep learning[J/OL]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, Volume 2018, May 2018, 2017. DOI: [10.1088/1475-7516/2018/05/058](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/05/058).
- [232] GEORGE D, SHEN H, HUERTA E A. Classification and unsupervised clustering of ligo data with deep transfer learning[J/OL]. Phys. Rev., 2018, D97(10):101501. DOI: [10.1103/PhysRevD.97.101501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.101501).
- [233] CUOCO E, RAZZANO M, UTINA A. Wavelet-based classification of transient signals for gravitational wave detectors[C/OL]//Rome: IEEE, 2018: 2648-2652. DOI: [10.23919/EUSIPCO.2018.8553393](https://doi.org/10.23919/EUSIPCO.2018.8553393).
- [234] RAZZANO M, CUOCO E. Image-based deep learning for classification of noise transients in gravitational wave detectors[J]. 2018.
- [235] BAHAADINI S, NOROOZI V, ROHANI N, et al. Machine learning for gravity spy: Glitch classification and dataset[J/OL]. Information Sciences, 2018, 444:172-186. DOI: [10.1016/j.ins.2018.02.068](https://doi.org/10.1016/j.ins.2018.02.068).
- [236] COUGHLIN S B, BAHAADINI S, ROHANI N, et al. Classifying the unknown: discovering novel gravitational-wave detector glitches using similarity learning[J]. 2019.
- [237] SHEN H, HUERTA E A, ZHAO Z. Deep learning at scale for gravitational wave parameter estimation of binary black hole mergers[J]. 2019.
- [238] WANG H, WU S, CAO Z, et al. Gravitational-wave signal recognition of LIGO data by deep learning [J/OL]. Physical Review D, 2020, 101(10). DOI: [10.1103/physrevd.101.104003](https://doi.org/10.1103/physrevd.101.104003).
- [239] BIWER C, et al. Validating gravitational-wave detections: The advanced ligo hardware injection system [J/OL]. Phys. Rev., 2017, D95(6):062002. DOI: [10.1103/PhysRevD.95.062002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.062002).
- [240] SLUTSKY J, et al. Methods for reducing false alarms in searches for compact binary coalescences in ligo data[J/OL]. Class. Quant. Grav., 2010, 27:165023. DOI: [10.1088/0264-9381/27/16/165023](https://doi.org/10.1088/0264-9381/27/16/165023).
- [241] NITZ A H, CAPANO C, NIELSEN A B, et al. 1-ogc: The first open gravitational-wave catalog of binary mergers from analysis of public advanced ligo data[J/OL]. 2018. DOI: [10.3847/1538-4357/ab0108](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab0108).
- [242] NITZ A H, DENT T, DAVIES G S, et al. 2-ogc: Open gravitational-wave catalog of binary mergers from analysis of public advanced ligo and virgo data[J]. 2019.
- [243] COUGHLIN S. Updated gravity spy data set[M/OL]. Zenodo, 2018. DOI: [10.5281/ZENODO.1476551](https://doi.org/10.5281/ZENODO.1476551).
- [244] CUOCO E, POWELL J, CAVAGLIÀ M, et al. Enhancing gravitational-wave science with machine learning[J]. 2020.
- [245] BISHOP C M. Information science and statistics: Pattern recognition and machine learning[M/OL]. New York, NY: Springer, 2006. <https://cds.cern.ch/record/998831>.

学术成果

与本博士论文密切相关的学术论文:

1. Wang, H., Wu, S. C., Cao, Z. J., Liu, X. L., & Zhu, J. Y. (2020). Gravitational-wave signal recognition of LIGO data by deep learning. *Physical Review D*, 101(10), 104003. arXiv preprint arXiv:1909.13442
2. Cao, Z. J., Wang, H., & Zhu, J. Y. (2018). Initial study on the application of deep learning to the Gravitational Wave data analysis. *Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition)*, 2:26-39.

作者攻读学位期间发表的其他学术论文:

1. Li, X. B., Yan, S. W., Wang, H., & Zhu, J. Y. (2018). Warm inflation with a generalized Langevin equation scenario. arXiv preprint arXiv:1808.07679.
2. Li, X. B., Wang, Y. Y., Wang, H., & Zhu, J. Y. (2018). Dynamic analysis of noncanonical warm inflation. *Physical Review D*, 98(4), 043510. arXiv preprint arXiv:1804.05360.
3. Li, X. B., Wang, H., & Zhu, J. Y. (2018). Gravitational waves from warm inflation. *Physical Review D*, 97(6), 063516. arXiv preprint arXiv:1803.10074.

致 谢

The ability to observe without evaluating is the highest form of intelligence.

——Jiddu Krishnamurti

珍贵的博士研究生学习生活已接近尾声，总结得失，有许多收获与牺牲，回溯过往，有太多踌躇与不堪。

在此，我最先要感谢的是我的父母和兄长。这十多年来求学生涯里，父母从最初的破口婆心与强加干预的软硬兼施，到不言而信的鼎力支持和认可，经历了太多蜕变与成长之后，我早已非常理解长辈们的担心与顾虑，也感慨他们默默地为我无私地付出了如此之多。尤其是兄长，我感受到了太多悉心的呵护和教导，近三十年来在不断地让我收获到真正家庭所能带来的珍惜、温情与感动。在此期间和本论文的撰写之际，一家人聚在一起有说有笑、有吵有闹，纵使我依旧我行我素、自顾自地忙碌，而兄长还总会奉献出一桌可口的美味佳肴为我鼓劲。在此氛围之下，谁能说这不是一种难能可贵的幸福呢。

近五年的博士学习生活里，要感谢的人太多太多。首先要感谢的是朱建阳老师，作为我就读北师大的博士生导师和科研引路人，有太多循循教导令人铭记在心：“研究问题一定要深入、要有亮点和创新，选的研究方向一定要能可持续的发展”。不禁感慨何故怀瑾握瑜，而自令见放为。还要感谢吕宏老师在我读博中期最迷茫的时候，对我的科研工作曾给予我最耐心的指导和帮助，虽然交流不多，但却受益匪浅，印象深刻。让我头一次体会到什么是理论研究家的气度、格局和魄力。尤其要感谢的是天文系的曹周键老师。本篇博士论文就是在曹周键教授的指导下完成的。在与曹老师密切地合作和交流的过程中，我有机会真正切身地体会和实践到：怎样提出一个好的科研问题、如何逐步地探索一个科学难题、怎样才是科学的思考与研究、以及指出在我身上有那么多不适宜的研究陋习和思想桎梏。“要紧紧盯住重要的问题，暂时忽略掉细枝末节，不要怕犯错出错，有时没有人知道也没有必要知晓全部细节”。如此认真耐心的教导、直言不讳的指出与悉心的提携和叮嘱，得到曹老师的指导是我人生中的一大幸运，也正是因此给予了我不畏艰难险阻、不惧冷嘲热讽，敢于永远坚持科研下去的勇气和信心。

If our ignorance is infinite, the only possible course of action is to muddle through as best we can.

——THE IMPORTANCE OF STUPIDITY IN SCIENTIFIC RESEARCH, M. A. Schwartz

在我的博士学习生活中，我收获了很多真情与友情。感谢张晓敏师姐、陈龙师兄和王洋洋师兄，感谢你们在办公室中给予了我太多的温情与科研上的思考和帮助。感谢同届的李喜彬同学、王小宝同学，尚欣同学和潘月婷同学等，让我无法忘怀我们曾在一起的科研讨论与合作、科研经验的交流和同病相怜的抚慰。还要感谢物理系的彭志鹏师弟、王鑫洋师弟、宋术鹏师弟等，我很感激有机会和你们成为真心朋友，希望未来大家在各自科研的道路上越来越顺利。尤为感谢孙兵同学，他不仅为我引荐了天文系的曹周键老师，也是我在科研和生活中最信赖的朋友和重要玩伴，很感激和怀念我们一起探讨物理和交流科研的无数时光。这也使得我有幸在天文系体会到热烈且充实的组会讨论，感谢这一路走来有太多的师兄师弟所给予的帮助和无私地分享，他们是季力伟师兄、赵志超师兄、岳晓军师兄、孙兵师弟、刘骁麟师弟、吴仕超师弟、朱锦平师弟、龚易师弟、赵天宇师弟、阎玮琛师弟、刘屿师弟、刘刚强师弟、高品师弟和黄阳师弟。

纵观这些年来，种种经历仿佛历历在目，又好像遥不可及，感觉已经好几个世纪都过去了。依稀还记得，曾有个稚嫩的孩子是热情满满、踌躇满志的埋头于繁杂的计算和推演之中。也还有印象一个忙于为一个问题而奔波和四处求教的莽撞少年，然而始终郁郁寡欢、懵懵懂懂、恍恍惚惚。现在回头看来，俨然却是那么的陌生又那么的熟悉，那么的幼稚又那么的纯粹。曾一度发觉自己，该做的事情有很多，想做的事情也很多，什么事情也没做好，什么事情也不想做。有时我以为用脚丈量天下，可以看得更清楚、看得更明白，然而却差点忘却掉“凡事需躬行，成竹方在心”的人生道理。也有时我愤恨于为何自己总会身处在一个虚荣、攀比和势利之风盛行的环境中，直到读过卡哈尔在《致青年学者》书中的一段话，帮助我摆脱了内心的困惑与执拗，免受其灼伤：

Theories definitely present an exceptional danger to the beginner's future. To instruct carries with it a certain pedantic arrogance, a certain flaunting of intellectual superiority that is only pardoned in the savant renowned for a long series of true discoveries. Let us first become useful workmen; we shall see later if it is our fate to become architects.

沉迷于理论对新手的未来发展的确格外危险，他会变得骄傲自大、喜欢卖弄学问，散发着虚浮的智力优越感，恐怕只有学养高深，做出过一系列发现的大科学家才会原谅他这种举动。所以，我们还是首先成为有用的建筑工人，然后再寻找成为建筑师的机会吧！

——ADVICE FOR A YOUNG INVESTIGATOR, Santiago Ramon Y Cajal

阅透人情知纸厚，踏穿世路觉山平。

在最后，我要感谢身边很多对我影响很大的事物，包括我自己。我并不奢望自己有任何天资过人之处，而宁愿是一个普普通通的辛苦劳碌之辈，向着自己所追求的目标，一步一步地能有所进步就心意满足。在我读研之初，《渴望生活》这本书哺育了我很多，让我将其视作患难与共一般的精神读物。在我最迷茫和快要失去科研动力的时候，是一本叫做《孤独的科学之路——钱德拉塞卡传》的传记帮助我重新拾回做研究的初心：寻找观点。书中所描述钱德拉的学术态度和待人品行等等深深地激励着自己，使得该书成为自己心目中最最重要的床头必备书。在疫情期间和构思本论文¹的时候，一本名为《研究是一门艺术》的讨论科研方法和科技写作的书对我影响真心很大。虽说这么多年来，自己一直在努力收集各种只言片语的科研经验并探索何为更有效的科研之道，然而此书非常系统且详尽地讲解了从科研问题和难题的提出，到如何对科研观点进行有效的论证与维护、承认与回应，还有谈到什么是科研声望和写作的用词细节等等，为我解答了不少与之相关的长期困惑和疑虑。可谓是相见恨晚，由衷的感谢这些读物对我的帮助。另外，还要感谢的事物实在太多，它们都从不同的角度和维度在我完成学位的道路上影响着我，比方说我的 Boss QC35II 降噪耳机，可以让我真正放心且自由地在研究生学习室里专注于阅读和思考，在耳边保留下自然与纯粹，隔离掉浮夸与矫作，免受其扰。

曾有人言：“攻读博士学位的真正意义并非为了选择将来要做什么职业，而是选择一种精神生活方式”。我深知自己仍然是一名科研界的小学生，在科研方法、科研思路和学术写作等方面，都还存在着太多的不足和缺陷。希望在未来的研究工作中，能够吸取教训，多与导师沟通和交流，逐渐走向一条可持续的成熟科研道路。

往者不谏，来者可追。

以上。

¹https://iphysresearch.github.io/PhDthesis_html/

