

с длиной волны λ определяется групповой скоростью $u = d\omega/dk$. Групповая скорость может быть найдена по формуле Эйлера: $u = v - \lambda d\frac{v}{d\lambda}$.

Учитывая, что $v = \frac{\omega}{k}$, из закона дисперсии находим зависимость фазовой скорости от частоты:

$$v = \frac{g}{\omega}.$$

Из формулы Эйлера для групповой скорости получаем

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} = \frac{1}{2}v = \frac{g}{2\omega}.$$

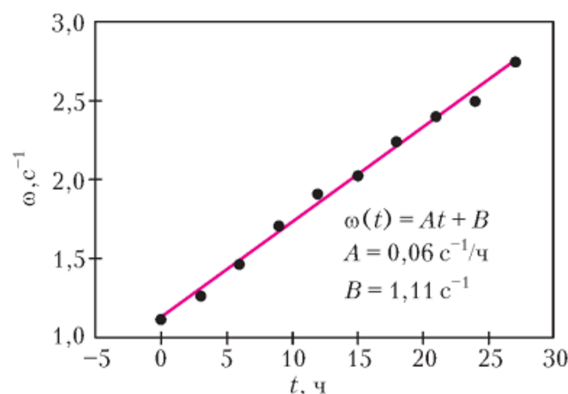
Если расстояние до места падения метеорита L , а регистрация воли началась через время τ после падения метеорита, то время прихода группы волн с частотой $\omega = 2\pi/T$ равно $t' = t + \tau$, т.е.

$$\frac{L}{u} = \frac{L}{\frac{g}{2\omega}} = t + \tau, \text{ или } \omega = \frac{g(t+\tau)}{2L}.$$

Получается, что частота ω линейно растет со временем, причем угловой коэффициент прямой $\omega(t)$ равен $A = g/(2L)$. Построим график зависимости $\omega = \omega(t)$, соответствующий таблице 2.

Таблица 1.

$t, \text{ч}$	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
$\omega, \text{с}^{-1}$	1,10	1,26	1,46	1,70	1,90	2,02	2,24	2,4	2,5	2,73



График, приведенный на рисунке, хорошо описывается прямой $\omega(t) = At + B$ с угловым коэффициентом

$$A = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 0,06 \text{ с}^{-1}/\text{ч}.$$

Отсюда находим расстояние до места падения спутника на землю:

$$L = \frac{g}{2A} = 300 \text{ км}.$$

Метеорит упал за $\tau = \frac{B}{A} = 18,5$ ч до начала наблюдений. Учитывая, что наблюдения за волнами начались в 12:00, момент падения метеорита соответствует времени 17:30 предыдущего дня наблюдений суток.

А.Гуденко

НАМ ПИШУТ

Глиняные гири

Не секрет, что математика - вовсе не сухая и скучная наука. В ней много интересных задач, и бывает, что впечатление от решения красивой задачи запоминается на всю жизнь. О таком ярком моменте из своих школьных лет написал нам наш читатель из города Пересвет Московской области Данил Владимирович Поташников, ветеран Великой отечественной войны. Вот несколько его строк о себе:

«В 1961 году закончил МАИ очно. В 1999 году заочно освоил пятигодичный курс Открытого университета Израиля. Не пропустил ни одну лекцию из цикла «Академия телеканала «Культура». А вот выдержка из его письма о запомнившейся задаче:

«Когда я учился в пятом классе (а это было в городе Каменка Черкасской области на Украине в 1936 году), учитель математики записал на доске домашнее задание и попросил дополнительно решить головоломку.

На Украине в XIX веке гири для рычажных весов изготавливались и самодельные - из глины. Самая большая была пудовая (40 фунтов). По дороге на ярмарку пудовая гиря упала с воза и разбилась на четыре части. Оказалось, что этими частями можно взвесить на рычажных весах любые покупки весом от одного до сорока фунтов. Суть задания: найти вес каждой части.

Никогда не забуду ту бессонную ночь!

Когда я назвал вес каждой части: 1, 3, 9, 27, учитель попросил выйти к доске и пояснить ответ.

Один фунт - нелогично использовать две части для определения одного фунта.

Три фунта - «1» и «3» позволят взвесить 1, 2, 3 и 4 фунта.

Девять фунтов - сможем взвесить от 5 до 13 фунтов.

Двадцать семь фунтов - сможем взвесить от 14 до 40 фунтов.

На одной из последних встреч с учениками 6-го класса я попросил решить эту головоломку. Я сообщил детям свой телефон и обещал подарок тому, кто первый найдет решение.

Увы!»

Предлагаем нашим читателям справиться с таким обобщением этой головоломки, ставшим классической олимпиадной задачей:

Докажите, что с помощью n гирь массами 1, 3, 9, ..., 3^{n-1} кг можно взвесить на чашечных весах любой предмет массой $M \leq \frac{3^n - 1}{2}$ кг (M - целое число, гири можно класть на обе чаши весов).

В завершение приведем еще одну цитату из письма Д.В. Поташникова:

«В этом году по просьбе детей и внуков я написал свои воспоминания, которые закончил словами «Я живу, пока познаю».