

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
Дисциплина «Дискретная математика»

**Курсовая работа**  
Часть 2  
Вариант 9

Студент  
Пчелкин Илья Игоревич  
Р3106

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

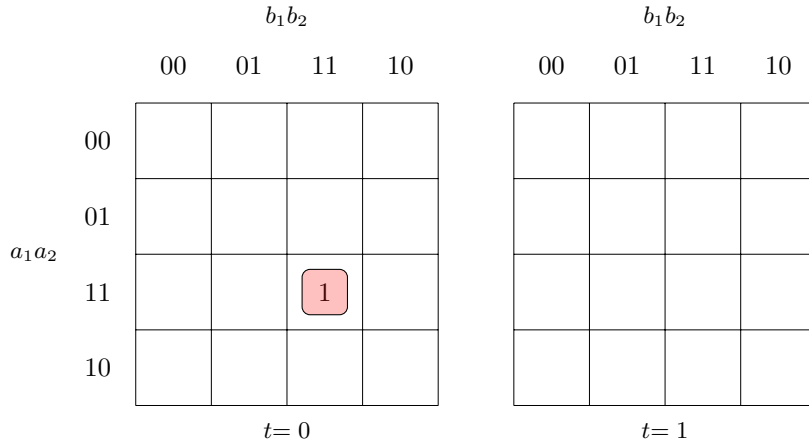
## Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию  $C = A + 1$  ( $C$  и  $A$  — 4 битные) при  $t = 0$  и  $C = A + B$  ( $C$  — 4 битное,  $A$  и  $B$  — двух битные числа) при  $t = 1$ . При переносе устанавливается бит  $e$ .

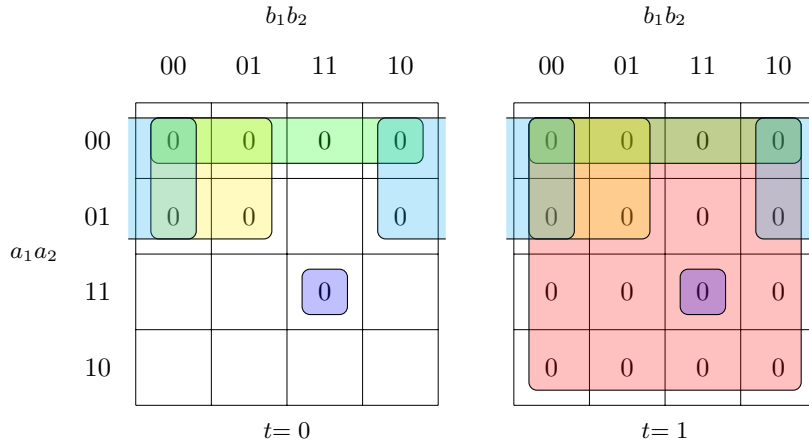
## Таблица истинности

| №  | $t$ | $a_1$ | $a_2$ | $b_1$ | $b_2$ | $e$ | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ |
|----|-----|-------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0  | 0   | 0     | 0     | 0     | 0     | 0   | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 1  | 0   | 0     | 0     | 0     | 1     | 0   | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 2  | 0   | 0     | 0     | 1     | 0     | 0   | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 3  | 0   | 0     | 0     | 1     | 1     | 0   | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 4  | 0   | 0     | 1     | 0     | 0     | 0   | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 5  | 0   | 0     | 1     | 0     | 1     | 0   | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 6  | 0   | 0     | 1     | 1     | 0     | 0   | 0     | 1     | 1     | 1     |
| 7  | 0   | 0     | 1     | 1     | 1     | 0   | 1     | 0     | 0     | 0     |
| 8  | 0   | 1     | 0     | 0     | 0     | 0   | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 9  | 0   | 1     | 0     | 0     | 1     | 0   | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 10 | 0   | 1     | 0     | 1     | 0     | 0   | 1     | 0     | 1     | 1     |
| 11 | 0   | 1     | 0     | 1     | 1     | 0   | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 12 | 0   | 1     | 1     | 0     | 0     | 0   | 1     | 1     | 0     | 1     |
| 13 | 0   | 1     | 1     | 0     | 1     | 0   | 1     | 1     | 1     | 0     |
| 14 | 0   | 1     | 1     | 1     | 0     | 0   | 1     | 1     | 1     | 1     |
| 15 | 0   | 1     | 1     | 1     | 1     | 1   | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 16 | 1   | 0     | 0     | 0     | 0     | 0   | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 17 | 1   | 0     | 0     | 0     | 1     | 0   | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 18 | 1   | 0     | 0     | 1     | 0     | 0   | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 19 | 1   | 0     | 0     | 1     | 1     | 0   | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 20 | 1   | 0     | 1     | 0     | 0     | 0   | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 21 | 1   | 0     | 1     | 0     | 1     | 0   | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 22 | 1   | 0     | 1     | 1     | 0     | 0   | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 23 | 1   | 0     | 1     | 1     | 1     | 0   | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 24 | 1   | 1     | 0     | 0     | 0     | 0   | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 25 | 1   | 1     | 0     | 0     | 1     | 0   | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 26 | 1   | 1     | 0     | 1     | 0     | 0   | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 27 | 1   | 1     | 0     | 1     | 1     | 0   | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 28 | 1   | 1     | 1     | 0     | 0     | 0   | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 29 | 1   | 1     | 1     | 0     | 1     | 0   | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 30 | 1   | 1     | 1     | 1     | 0     | 0   | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 31 | 1   | 1     | 1     | 1     | 1     | 0   | 0     | 1     | 1     | 0     |

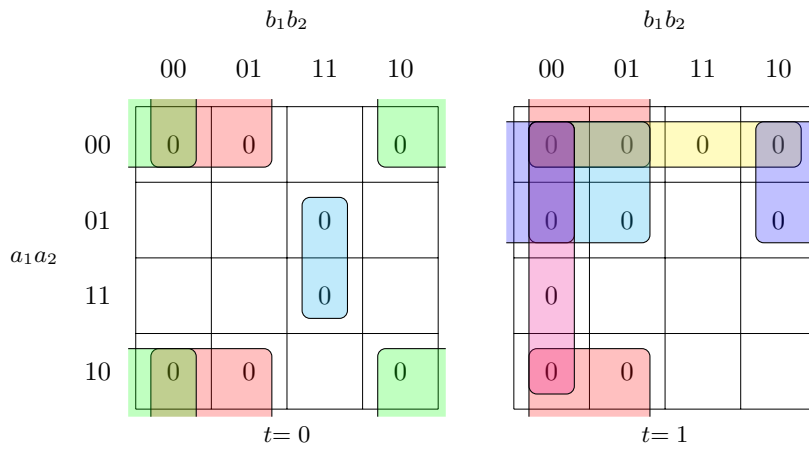
# Минимизация булевых функций на картах Карно



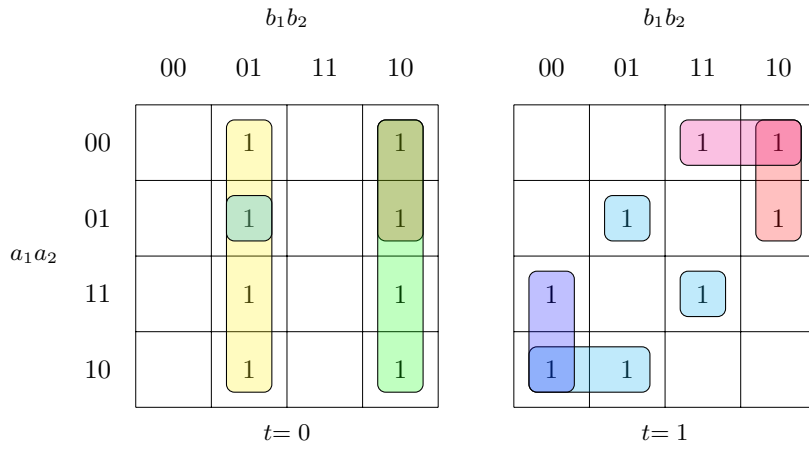
$$e = a_1 a_2 b_1 b_2 \bar{t} \quad (S_Q = 5)$$



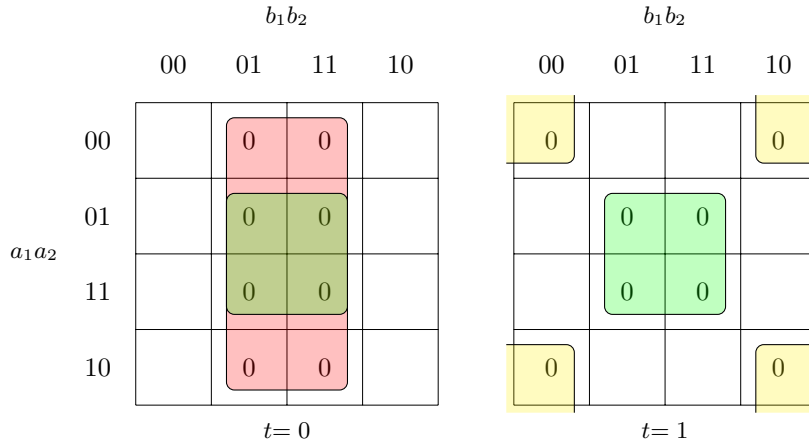
$$c_1 = \bar{t} (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee b_1) (a_1 \vee b_2) (\bar{a_1} \vee \bar{a_2} \vee \bar{b_1} \vee \bar{b_2}) \quad (S_Q = 15)$$



$$c_2 = (a_2 \vee b_1) (a_2 \vee b_2 \vee t) (a_1 \vee a_2 \vee \bar{t}) (a_1 \vee b_1 \vee \bar{t}) (a_1 \vee b_2 \vee \bar{t}) (b_1 \vee b_2 \vee \bar{t}) (\bar{a_2} \vee \bar{b_1} \vee \bar{b_2} \vee t) \quad (S_Q = 28)$$



$$c_3 = \overline{a_1} b_1 \overline{b_2} \vee b_1 \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{b_1} b_2 \overline{t} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} t \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \vee \overline{a_1} a_2 \overline{b_1} b_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 t \quad (S_Q = 38)$$



$$c_4 = (\overline{b_2} \vee t) (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) (a_2 \vee b_2 \vee \overline{t}) \quad (S_Q = 10)$$

## Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} e = a_1 a_2 b_1 b_2 \overline{t} & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = \overline{t} (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee b_1) (a_1 \vee b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 15) \\ c_2 = (a_2 \vee b_1) (a_2 \vee b_2 \vee t) (a_1 \vee a_2 \vee \overline{t}) (a_1 \vee b_1 \vee \overline{t}) \wedge \\ \quad \wedge (a_1 \vee b_2 \vee \overline{t}) (b_1 \vee b_2 \vee \overline{t}) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2} \vee t) & (S_Q^{c_2} = 28) \\ c_3 = \overline{a_1} b_1 \overline{b_2} \vee b_1 \overline{b_2} \overline{t} \vee \overline{b_1} b_2 \overline{t} \vee a_1 \overline{a_2} \overline{b_1} t \vee a_1 \overline{b_1} \overline{b_2} t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \vee \\ \quad \vee \overline{a_1} a_2 \overline{b_1} b_2 \vee a_1 a_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 38) \\ c_4 = (\overline{b_2} \vee t) (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) (a_2 \vee b_2 \vee \overline{t}) & (S_Q^{c_4} = 10) \end{cases} \quad (S_Q = 96)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} e = a_1 a_2 b_1 b_2 \overline{t} & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = \overline{t} (a_1 \vee a_2 b_1 b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 12) \\ c_2 = (a_2 \vee b_1) (a_1 \vee \overline{t} \vee a_2 b_1 b_2) (a_2 \vee b_2 \vee t) (b_1 \vee b_2 \vee \overline{t}) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2} \vee t) & (S_Q^{c_2} = 23) \\ c_3 = b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \overline{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\overline{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee a_1 \overline{b_1} t (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t \vee \\ \quad \vee a_1 a_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 32) \\ c_4 = (\overline{b_2} \vee t \overline{a_2}) (a_2 \vee b_2 \vee \overline{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases} \quad (S_Q = 81)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_2 b_1 b_2, \quad \overline{\varphi_0} = \overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ e = \varphi_0 a_1 \bar{t} & (S_Q^e = 3) \\ c_1 = \bar{t} (\varphi_0 \vee a_1) (\overline{\varphi_0} \vee \overline{a_1}) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = (a_2 \vee b_1) (\overline{\varphi_0} \vee t) (\varphi_0 \vee a_1 \vee \bar{t}) (a_2 \vee b_2 \vee t) (b_1 \vee b_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_2} = 18) \\ c_3 = \varphi_0 a_1 t \vee b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \bar{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee a_1 \overline{b_1} t (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t & (S_Q^{c_3} = 30) \\ c_4 = (\overline{b_2} \vee \overline{a_2} t) (a_2 \vee b_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases} \quad (S_Q = 71)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = \varphi_0 a_1, \quad \overline{\varphi_1} = \overline{\varphi_0} \vee \overline{a_1}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_2 = (a_2 \vee b_1) (\overline{\varphi_0} \vee t) (\varphi_0 \vee a_1 \vee \bar{t}) (a_2 \vee b_2 \vee t) (b_1 \vee b_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_2} = 18) \\ c_4 = (\overline{b_2} \vee \overline{a_2} t) (a_2 \vee b_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_1 = \varphi_0 a_1 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ e = \varphi_1 \bar{t} & (S_Q^e = 2) \\ c_1 = \overline{\varphi_1} \bar{t} (\varphi_0 \vee a_1) & (S_Q^{c_1} = 5) \\ c_3 = \varphi_1 t \vee b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \bar{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) \vee a_1 \overline{b_1} t (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1 t & (S_Q^{c_3} = 29) \end{cases} \quad (S_Q = 70)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_2 = (a_2 \vee b_1) (t \vee \overline{\varphi_0} (a_2 \vee b_2)) (\varphi_0 \vee a_1 \vee \bar{t}) (b_1 \vee b_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_2} = 18) \\ c_4 = (\overline{b_2} \vee \overline{a_2} t) (a_2 \vee b_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_1 = \varphi_0 a_1 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ e = \varphi_1 \bar{t} & (S_Q^e = 2) \\ c_1 = \overline{\varphi_1} \bar{t} (\varphi_0 \vee a_1) & (S_Q^{c_1} = 5) \\ c_3 = t (\varphi_1 \vee a_1 \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1) \vee b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \bar{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) & (S_Q^{c_3} = 28) \end{cases} \quad (S_Q = 69)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = a_2 \vee b_2$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = a_2 \vee b_2 & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_0 = a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_2 = (a_2 \vee b_1) (t \vee \overline{\varphi_0} \varphi_2) (\varphi_0 \vee a_1 \vee \bar{t}) (b_1 \vee b_2 \vee \bar{t}) & (S_Q^{c_2} = 16) \\ c_4 = (\varphi_2 \vee \bar{t}) (\overline{b_2} \vee \overline{a_2} t) & (S_Q^{c_4} = 8) \\ \varphi_1 = \varphi_0 a_1 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ e = \varphi_1 \bar{t} & (S_Q^e = 2) \\ c_1 = \overline{\varphi_1} \bar{t} (\varphi_0 \vee a_1) & (S_Q^{c_1} = 5) \\ c_3 = t (\varphi_1 \vee a_1 \overline{b_1} (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1) \vee b_1 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \bar{t}) \vee \overline{b_1} b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) & (S_Q^{c_3} = 28) \end{cases} \quad (S_Q = 68)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \varphi_0 \vee a_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = a_2 \vee b_2 \\ \varphi_0 = a_2 b_1 b_2 \\ c_4 = (\varphi_2 \vee \bar{t}) (\bar{b}_2 \vee \overline{a_2} t) \\ \varphi_1 = \varphi_0 a_1 \\ e = \varphi_1 \bar{t} \\ c_3 = t (\varphi_1 \vee a_1 \bar{b}_1 (\overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_1) \vee b_1 \bar{b}_2 (\overline{a_1} \vee \bar{t}) \vee \bar{b}_1 b_2 (\bar{t} \vee \overline{a_1} a_2) \\ \varphi_3 = \varphi_0 \vee a_1 \\ c_2 = (\varphi_3 \vee \bar{t}) (a_2 \vee b_1) (t \vee \overline{\varphi_0} \varphi_2) (b_1 \vee b_2 \vee \bar{t}) \\ c_1 = \overline{\varphi_1} \varphi_3 \bar{t} \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_4} = 8) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_Q^e = 2) \\ (S_Q^{c_3} = 28) \\ (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{c_2} = 15) \\ (S_Q^{c_1} = 3) \end{array}$$

$$(S_Q = 67)$$

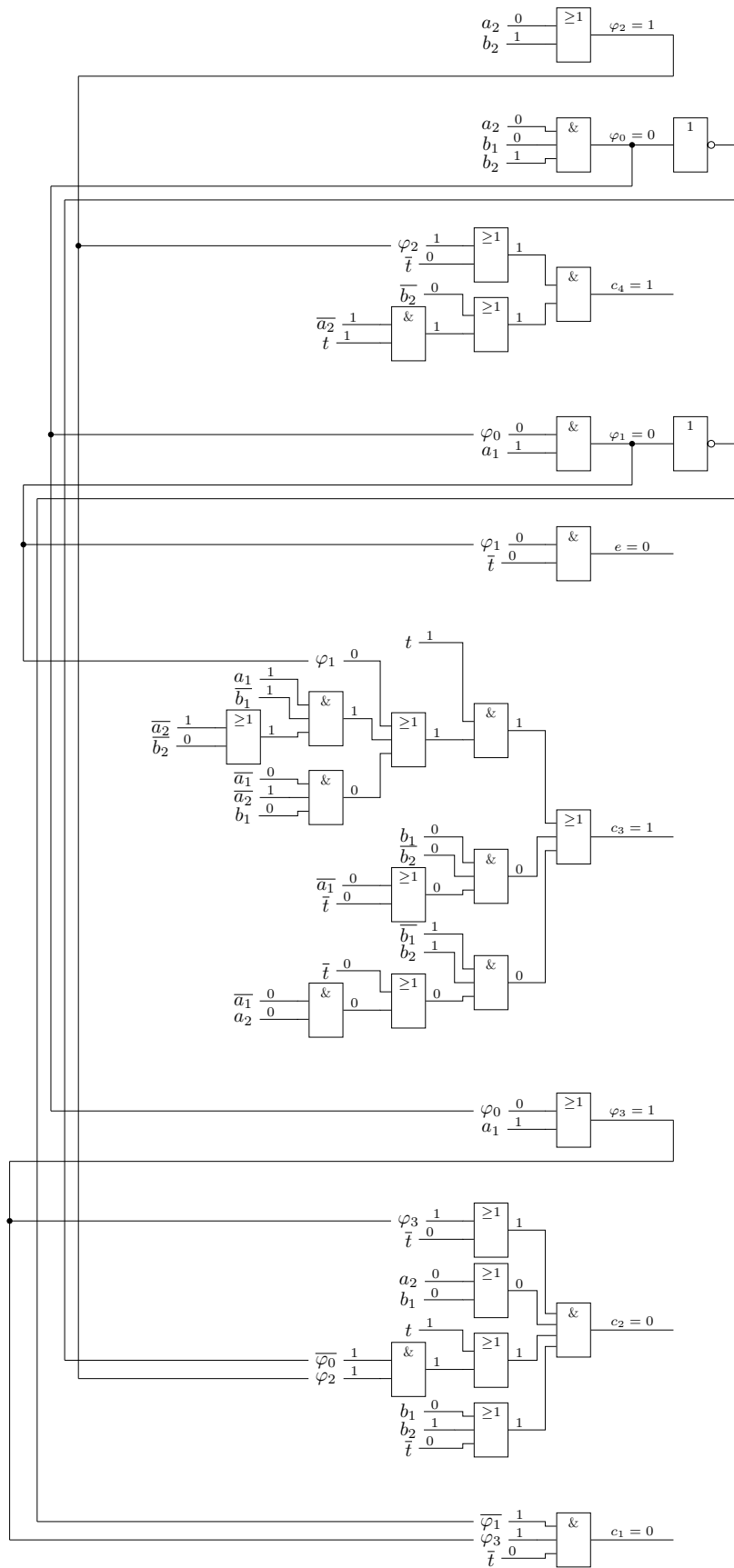
## Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, b_1 = 0, b_2 = 1, t = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 0, c_1 = 0, c_2 = 0, c_3 = 1, c_4 = 1$$



Цена схемы:  $S_Q = 67$ . Задержка схемы:  $T = 5\tau$ .