47. Тензор полилинейной формы служит для описания полилинейных отображений, которые линейны по каждому аргументу. Если у нас есть k векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ из векторного пространства V, то полилинейная форма T может быть записана как:

$$T(v_1, v_2, \ldots, v_k) = T^{i_1 i_2 \ldots i_k} v_{1i_1} v_{2i_2} \ldots v_{ki_k},$$

где $T^{i_1 i_2 \ldots i_k}$ — компоненты тензора, а v_{ji_j} — компоненты векторов.

48. Тензор билинейной формы — это частный случай полилинейной формы, где $k = 2$. Он описывает билинейное отображение, которое линейно по каждому из двух аргументов. Если u и v — два вектора, то билинейная форма B может быть записана как:

$$B(u, v) = B^{ij} u_i v_j,$$

где B^{ij} — компоненты тензора билинейной формы, а u_i и v_j — компоненты векторов.

49. Тензор линейной формы — это тензор, описывающий линейное отображение векторов в скаляры. Если v — вектор, то линейная форма L может быть записана как:

$$L(v) = L_i v^i,$$

где L_i — компоненты тензора линейной формы, а v^i — компоненты вектора.

50. Закон преобразования координат вектора записывается как $v'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^j} v^j$, где используется правило суммирования Эйнштейна.

51. Закон преобразования коэффициентов линейных форм записывается как $a'_i = \frac{\partial x^j}{\partial x'^i} a_j$.

52. Закон преобразования компонент тензора полилинейной формы при преобразованиях базиса записывается как $T'^{i_1 \ldots i_k}_{j_1 \ldots j_l} = \frac{\partial x'^{i_1}}{\partial x^{m_1}} \cdots \frac{\partial x'^{i_k}}{\partial x^{m_k}} \frac{\partial x^{n_1}}{\partial x'^{j_1}} \cdots \frac{\partial x^{n_l}}{\partial x'^{j_l}} T^{m_1 \ldots m_k}_{n_1 \ldots n_l}$.

53. Закон преобразования тензора типа (2,0) выглядит как $T'^{ij} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} \frac{\partial x'^j}{\partial x^l} T^{kl}$.

54. Закон преобразования тензора типа (1,1) выглядит как $T'^i_j = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} \frac{\partial x^l}{\partial x'^j} T^k_l$.

55. Закон преобразования тензора типа (0,2) выглядит как $T'_{ij} = \frac{\partial x^k}{\partial x'^i} \frac{\partial x^l}{\partial x'^j} T_{kl}$.