

# Домашняя работа по дискретной математике №2

## Вариант 61

Работу выполнил: Пчелкин Илья, Р3106

61

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	1		5					4			
e2	1	0		1			5	4	1	5		
e3			0					1	3			2
e4	5	1		0	2	3		3			5	3
e5				2	0		2	4				
e6				3		0					2	1
e7		5			2		0	5				4
e8		4	1	3	4		5	0		1		5
e9	4	1	3						0			3
e10		5						1		0		3
e11				5		2					0	4
e12			2	3		1	4	5	3	3	4	0

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	1		5					4			
e2	1	0		1			5	4	1	5		
e3			0					1	3			2
e4	5	1		0	2	3		3			5	3
e5				2	0		2	4				
e6				3		0					2	1
e7		5			2		0	5				4
e8		4	1	3	4		5	0		1		5
e9	4	1	3						0			3
e10		5						1		0		3
e11				5		2					0	4
e12			2	3		1	4	5	3	3	4	0

Найти кратчайшие пути от начальной вершины  $e_1$  ко всем остальным вершинам

Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1.  $l(e_1) = 0^+$ ;  $l(e_i) = \infty$ , для всех  $i \neq 1$ ,  $p = e_1$

Результаты итерации запишем в таблицу

	1
$e_1$	$0^+$
$e_2$	$\infty$
$e_3$	$\infty$
$e_4$	$\infty$
$e_5$	$\infty$
$e_6$	$\infty$
$e_7$	$\infty$
$e_8$	$\infty$
$e_9$	$\infty$
$e_{10}$	$\infty$
$e_{11}$	$\infty$
$e_{12}$	$\infty$

2.  $\Gamma e_1 = \{e_2, e_4, e_9\}$  - все пометки временные, уточним их:

$$l(e_2) = \min[\infty, 0^+ + 1] = 1;$$

$$l(e_4) = \min[\infty, 0^+ + 5] = 5;$$

$$l(e_9) = \min[\infty, 0^+ + 4] = 4;$$

3.  $l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_2) = 1;$

4. Вершина  $e_2$  получает постоянную пометку  $l(e_2) = 1^+$ ,  $p = e_2$

	1	2
$e_1$	$0^+$	$\infty$
$e_2$	$\infty$	$1^+$
$e_3$	$\infty$	$\infty$

$e_4$	$\infty$	5
$e_5$	$\infty$	$\infty$
$e_6$	$\infty$	$\infty$
$e_7$	$\infty$	$\infty$
$e_8$	$\infty$	$\infty$
$e_9$	$\infty$	4
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_2 = \{e_1, e_4, e_7, e_8, e_9, e_{10}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_4, e_7, e_8, e_9, e_{10}$  – уточняем их:

$$l(e_4) = \min[5, 1^+ + 1] = 2;$$

$$l(e_7) = \min[\infty, 1^+ + 5] = 6;$$

$$l(e_8) = \min[\infty, 1^+ + 4] = 5;$$

$$l(e_9) = \min[5, 1^+ + 1] = 2;$$

$$l(e_{10}) = \min[5, 1^+ + 5] = 6.$$

$$6. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_4) = 2;$$

7. Вершина  $e_4$  получает постоянную пометку  $l(e_4) = 2^+$ ,  $p = e_4$

	1	2	3
$e_1$	$0^+$		
$e_2$	$\infty$	$1^+$	
$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5

$e_9$	$\infty$	4	2
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_4 = \{e_1, e_2, e_5, e_6, e_8, e_{11}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_5, e_6, e_8, e_{11}, e_{12}$  - уточняем их:

$$l(e_5) = \min[\infty, 2^+ + 2] = 4;$$

$$l(e_6) = \min[\infty, 2^+ + 3] = 5;$$

$$l(e_8) = \min[5, 2^+ + 3] = 5;$$

$$l(e_{11}) = \min[\infty, 2^+ + 5] = 7;$$

$$l(e_{12}) = \min[\infty, 2^+ + 3] = 5;$$

$$9. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_9) = 2$$

10. Вершина  $e_9$  получает постоянную пометку  $l(e_9) = 2^+$ ,  $p = e_9$

	1	2	3	4
$e_1$	$0^+$			
$e_2$	$\infty$	$1^+$		
$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$	
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6	6
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5	5
$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_9} = \{e_1, e_2, e_3, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_3, e_{12}$  - уточняем их:

$$l(e_3) = \min[\infty, 2^+ + 3] = 5;$$

$$l(e_{12}) = \min[5, 2^+ + 3] = 5.$$

$$12. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_5) = 4$$

13. Вершина  $e_5$  получает постоянную отметку  $l(e_5) = 4^+, p = e_5$

	1	2	3	4	5
$e_1$	$0^+$				
$e_2$	$\infty$	$1^+$			
$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$		
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	$4^+$
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6	6	6
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5	5	5
$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$	
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6	6
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_5} = \{e_4, e_7, e_8\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_7, e_8$  — уточняем их:

$$l(e_7) = \min[6, 4^+ + 2] = 6;$$

$$l(e_8) = \min[5, 4^+ + 4] = 5;$$

$$15. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_3) = 5$$

16. Вершина  $e_3$  получает постоянную отметку  $l(e_3) = 5^+, p = e_3$

	1	2	3	4	5	6
--	---	---	---	---	---	---

e <sub>1</sub>	0 <sup>+</sup>					
e <sub>2</sub>	∞	1 <sup>+</sup>				
e <sub>3</sub>	∞	∞	∞	∞	5	5 <sup>+</sup>
e <sub>4</sub>	∞	5	2 <sup>+</sup>			
e <sub>5</sub>	∞	∞	∞	4	4 <sup>+</sup>	
e <sub>6</sub>	∞	∞	∞	5	5	5
e <sub>7</sub>	∞	∞	6	6	6	6
e <sub>8</sub>	∞	∞	5	5	5	5
e <sub>9</sub>	∞	4	2	2 <sup>+</sup>		
e <sub>10</sub>	∞	∞	6	6	6	6
e <sub>11</sub>	∞	∞	∞	7	7	7
e <sub>12</sub>	∞	∞	∞	5	5	5

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_3 = \{e_8, e_9, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины e<sub>8</sub>, e<sub>12</sub> – уточняем их:

$$l(e_8) = \min[5, 5^+ + 1] = 5;$$

$$l(e_{12}) = \min[5, 5^+ + 2] = 5;$$

$$18. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_6) = 5$$

19. Вершина e<sub>6</sub> получает постоянную отметку  $l(e_6) = 5^+$ ,  $p = e_6$

	1	2	3	4	5	6	7
e <sub>1</sub>	0 <sup>+</sup>						
e <sub>2</sub>	∞	1 <sup>+</sup>					
e <sub>3</sub>	∞	∞	∞	∞	5	5 <sup>+</sup>	
e <sub>4</sub>	∞	5	2 <sup>+</sup>				
e <sub>5</sub>	∞	∞	∞	4	4 <sup>+</sup>		
e <sub>6</sub>	∞	∞	∞	5	5	5	5 <sup>+</sup>
e <sub>7</sub>	∞	∞	6	6	6	6	6
e <sub>8</sub>	∞	∞	5	5	5	5	5

$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$			
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5

20. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_6 = \{e_4, e_{11}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_{11}, e_{12}$  – уточняем их:

$$l(e_{11}) = \min[7, 5^+ + 2] = 7;$$

$$l(e_{12}) = \min[5, 5^+ + 1] = 6.$$

$$21. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_8) = 5$$

22. Вершина  $e_8$  получает постоянную отметку  $l(e_8) = 5^+$ ,  $p = e_8$

	1	2	3	4	5	6	7	8
$e_1$	$0^+$							
$e_2$	$\infty$	$1^+$						
$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	$5^+$		
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$					
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	$4^+$			
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	$5^+$	
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$
$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$				
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_8 = \{e_2, e_3, e_4, e_5, e_7, e_{10}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_7, e_{10}, e_{12}$  – уточняем их:

$$l(e_7) = \min[6, 5^+ + 5] = 6;$$

$$l(e_{10}) = \min[6, 5^+ + 1] = 6;$$

$$l(e_{12}) = \min[5, 5^+ + 5] = 5.$$

$$24. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_{12}) = 5$$

25. Вершина  $e_{12}$  получает постоянную отметку  $l(e_{12}) = 5^+$ ,  $p = e_{12}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$e_1$	$0^+$								
$e_2$	$\infty$	$1^+$							
$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	$5^+$			
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$						
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	$4^+$				
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	$5^+$		
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$	
$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$					
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7	7
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_{12}} = \{e_3, e_4, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$$

Временные пометки имеет вершина  $e_7, e_{10}, e_{11}$  - уточняем её:

$$l(e_7) = \min[6, 5^+ + 4] = 6;$$

$$l(e_{10}) = \min[6, 5^+ + 3] = 6;$$

$$l(e_{11}) = \min[7, 5^+ + 4] = 7.$$

$$27. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_7) = 6$$

28. Вершина  $e_7$  получает постоянную отметку  $l(e_7) = 6^+$ ,  $p = e_7$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$e_1$	$0^+$									
$e_2$	$\infty$	$1^+$								



$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	$5^+$				
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$							
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	$4^+$					
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	$5^+$			
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6	$6^+$
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$		
$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$						
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6	6
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7	7	7
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$	

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_7} = \{e_2, e_5, e_8, e_{12}\}$$

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

$$30. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_{10}) = 8$$

31. Вершина  $e_{10}$  получает постоянную отметку  $l(e_{10}) = 6^+$ ,  $p = e_{10}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$e_1$	$0^+$										
$e_2$	$\infty$	$1^+$									
$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	$5^+$					
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$								
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	$4^+$						
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	$5^+$				
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6	$6^+$	
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$			
$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$							
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6	6	$6^+$
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7	7	7	7
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$		

32. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_{10}} = \{e_2, e_8, e_{12}\}$$

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

$$33. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_{11}) = 7$$

34. Вершина  $e_{11}$  получает постоянную отметку  $l(e_{11}) = 7^+$ ,  $p = e_{11}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$e_1$	$0^+$											
$e_2$	$\infty$	$1^+$										
$e_3$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	$5^+$						
$e_4$	$\infty$	5	$2^+$									
$e_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	4	$4^+$							
$e_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	$5^+$					
$e_7$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6	$6^+$		
$e_8$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$				
$e_9$	$\infty$	4	2	$2^+$								
$e_{10}$	$\infty$	$\infty$	6	6	6	6	6	6	6	6	$6^+$	
$e_{11}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	7	7	7	7	7	7	7	7	$7^+$
$e_{12}$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5	5	$5^+$			

Все метки постоянные, конец.

Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.