

## 1 Формулы с одной переменной

См. прошлое задание

## 2 Формулы с двумя переменными

### 2.1 Симметричность

$$X \vee Y = Y \vee X \quad (2.1.1)$$

$$XY = YX \quad (2.1.2)$$

$$X + Y = Y + X \quad (2.1.3)$$

$$X \Leftrightarrow Y = Y \Leftrightarrow X \quad (2.1.4)$$

$$X \Rightarrow Y \neq Y \Rightarrow X \quad (2.1.5)$$

### 2.2 Отрицание

$$\overline{X \vee Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y} \quad (2.2.1)$$

$$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} \vee \overline{Y} \quad (2.2.2)$$

$$\overline{X \Leftrightarrow Y} = \overline{X} + \overline{Y} \quad (2.2.3)$$

$$\overline{X + Y} = \overline{X} \Leftrightarrow \overline{Y} \quad (2.2.4)$$

### 2.3 Связки

$$X \Rightarrow Y = \overline{X} \vee Y \quad (2.3.1)$$

$$X \Leftrightarrow Y = (X \Rightarrow Y)(Y \Rightarrow X) \quad (2.3.2)$$

### 2.4 Выражение одних связок через другие

Ниже должны быть примеры вывода этих формул из других (пока нет)

$$X + Y = (\overline{X} \vee \overline{Y})(X \vee Y) \quad (2.4.1)$$

$$X \Leftrightarrow Y = (\overline{X} \vee Y)(X \vee \overline{Y}) \quad (2.4.2)$$

$$X + Y = \overline{X}Y + X\overline{Y} \quad (2.4.3)$$

$$X \Leftrightarrow Y = \overline{X} \cdot \overline{Y} \vee XY \quad (2.4.4)$$

$$X \vee Y = X + Y + XY \quad (2.4.5)$$

$$X \Rightarrow Y = 1 + X + XY \quad (2.4.6)$$

### 3 Формулы с тремя переменными

#### 3.1 Ассоциативность операций

$$(X \vee Y) \vee Z = X \vee (Y \vee Z) \quad (3.1.1)$$

$$(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z) \quad (3.1.2)$$

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z) \quad (3.1.3)$$

$$(X \Leftrightarrow Y) \Leftrightarrow Z = X \Leftrightarrow (Y \Leftrightarrow Z) \quad (3.1.4)$$

$$(X \Rightarrow Y) \Rightarrow Z \neq X \Rightarrow (Y \Rightarrow Z) \quad (3.1.5)$$

#### 3.2 Дистрибутивность

$$(X \vee Y)Z = XZ \vee YZ \quad (3.2.1)$$

$$XY \vee Z = (X \vee Z)(Y \vee Z) \quad (3.2.2)$$

$$(X + Y)Z = XZ + YZ \quad (3.2.3)$$

### 4 Примеры упрощений

#### 4.1 Пример 1. $(\overline{a \Leftrightarrow (bc + c)} + c) \vee \overline{\overline{b} + \overline{a}}$

Сначала упростим  $\overline{\overline{b} + \overline{a}}$ . Здесь мы будем пользоваться в первую очередь формулой  $X + 1 = \overline{X}$ . Заменяем внутренние отрицания:  $\overline{(b + 1) + (a + 1)}$ , заменим внешнее отрицание:  $1 + (b + 1) + (a + 1)$ , дальше раскроем скобки, пользуясь симметричностью и ассоциативностью сложения:  $a + b + 1 + 1 + 1 = a + b + 1$ .

Итого,  $\overline{\overline{b} + \overline{a}} = a + b + 1$

Раскроем часть  $\overline{a \Leftrightarrow (bc + c)} + c$ . Воспользуемся тем, что  $X \Leftrightarrow Y = \overline{X + Y} = 1 + X + Y$ :

$$\overline{a \Leftrightarrow (bc + c)} + c = \quad (4.1.1)$$

$$\overline{1 + a + (bc + c)} + c = \quad (4.1.2)$$

$$1 + 1 + a + bc + c + c = \quad (4.1.3)$$

$$a + bc + c + c = \quad (4.1.4)$$

$$a + bc \quad (4.1.5)$$

Объединяем обе части, получается:

$$(\overline{a \Leftrightarrow (bc + c)} + c) \vee \overline{\overline{b} + \overline{a}} = \quad (4.1.6)$$

$$(a + bc) \vee (a + b + 1) \quad (4.1.7)$$

Теперь используем, что  $X + Y = \overline{XY} \vee X\overline{Y}$ ,  $X \Leftrightarrow Y = \overline{X} \cdot \overline{Y} \vee XY$   
Продолжение следует