

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА

ФАКУЛЬТЕТ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ

И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»



Математическая статистика

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Студент: Петухов И.С.

Группа: ИУ7-61

Вариант: 10

Преподаватель: Власов П.А.

Москва, 2016

Содержание

1 Формулы

1.1 Вычисление МНК-оценки

2 Определения

2.1 Постановка задачи аппроксимации неизвестной зависимости по результатам наблюдений

Переменная Y стохастически зависит от переменных X_1, \dots, X_p если на изменение этих переменных Y реагирует изменением своего закона распределения. Задача, связанная с изучением стохастических зависимостей между случайной величиной Y и детерминированными величинами X_1, \dots, X_p носящих количественный характер, составляют предмет исследования регрессионного анализа. В регрессионном анализе используют модель черного ящика, как наиболее общую модель, связанную с понятием отображение Ψ . На вход поступает вектор (X_1, \dots, X_p) , который посредством некоторого отображения Ψ и случайных возмущений $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m)$ преобразуется в вектор (Y_1, \dots, Y_m) .

2.2 Понятие МНК-оценки параметров линейной модели

Для простоты ограничимся случаем $p = m = 1$. Предположим, что в нашем распоряжении имеется n результатов наблюдений.

$$\begin{cases} y_1 = \Phi(t_1) + \varepsilon_1 \\ \dots y_n = \Phi(t_n) + \varepsilon_n \end{cases} \quad (2.1)$$

Требуется на основании этих данных подобрать функцию $\hat{\Phi}(t)$ таким образом, чтобы она наилучшим образом аппроксимировала (описывала) функцию $\Phi(t)$. Часто в качестве функции $\Phi(t)$ рассматривают линейную комбинацию некоторых функций $\psi_1(t), \dots, \psi_s(t)$:

$$\Phi(t) = \Theta_1 \psi_1(t) + \dots + \Theta_s \psi_s(t)$$

Оценка $\vec{\Theta}$ вектора $\vec{\Theta}$ называется МНК оценкой если она доставляет минимальное значение функционалу

$$S(\vec{\Theta}) = ???$$

3 Текст программы

Листинг 3.1 — Программа на языке MATLAB

```
1 close all;
2
3 T = csvread( '../data/T.csv' );
4 Y = csvread( '../data/Y.csv' );
5
6 [a] = polyfit(T, Y, 2)
7
8 Yt = a(3) + a(2) * T + a(1) * T.^2;
9
10 figure
11 hold on;
12 plot(T, Y, 'b');
13 plot(T, Yt, 'g');
14 hold off;
15 axis tight;
16 grid on;
17
18 delta = sqrt(sum((Y - Yt).^2));
19 fprintf('theta(1) = %.2f\n', a(1));
20 fprintf('theta(2) = %.2f\n', a(2));
21 fprintf('theta(3) = %.2f\n', a(3));
22 fprintf('delta = %.2f\n', delta);
```

4 Результаты расчетов

$$\Delta = 128.02$$

$$\theta = (\theta_0, \theta_1, \theta_2) = (1.54, 2.54, -0.09)$$

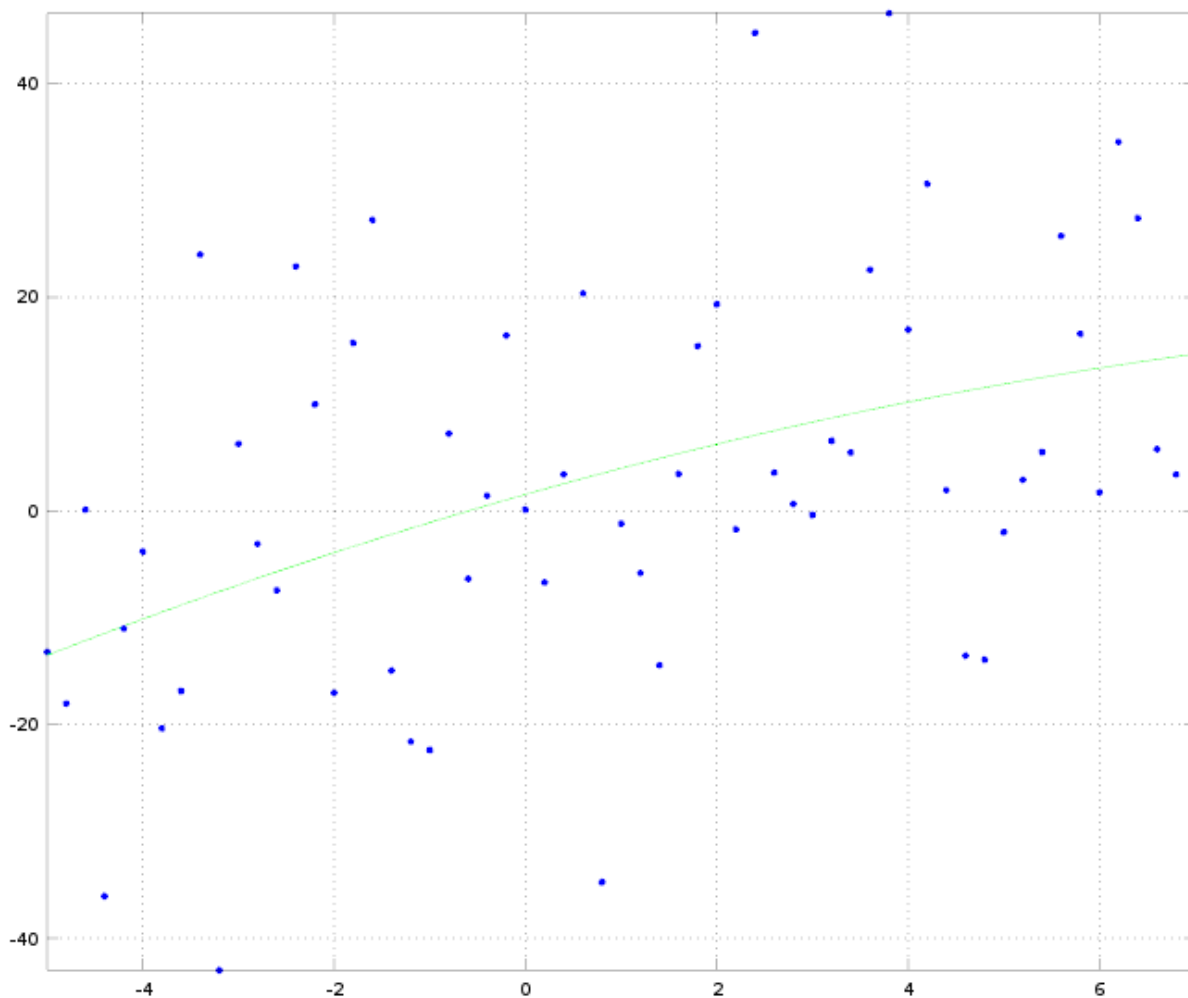


Рисунок 4.1 — Система точек $(y_i, t_i), i = \overline{1; n}$ и график функции $y = y(t)$ для полученной оценки вектора θ