Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана

Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра «Программное обеспечение ЭВМ
и информационные технологии»

Математическая статистика

Лабораторная работа №1

Гистограмма и эмпирическая функция распределения

Студент: Петухов И.С.
Группа: ИУ7-61
Вариант: 10
Преподаватель: Власов П.А.

Москва, 2016

Содержание

1 Формулы

1.1 Максимальное значения выборки

$$M_{max} = z_{(n)} \tag{1.1}$$

1.2 Минимальное значения выборки

$$M_{min} = z_{(1)} \tag{1.2}$$

1.3 Размах выборки

$$R = M_{max} - M_{min} \tag{1.3}$$

1.4 Оценка математического ожидания

$$\hat{\mu}(\vec{x}_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1.4}$$

1.5 Исправленная оценка дисперсии

$$\hat{\sigma}^2(\vec{x}_n) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu}(\vec{x}_n))^2 \tag{1.5}$$

2 Определения

2.1 Выборочная функция распределения

$$\hat{F}(x, \vec{X}) = \frac{n(x, \vec{X})}{n} \tag{2.1}$$

где

$n(x, \vec{X})$ - функция, которая для каждой реализации $\vec{x}$ случайной выборки $\vec{X}$ принимает значение, равное $n(x, \vec{x})$,

$n(x, \vec{x})$ - число элементов выборки $\vec{x}$ значения которых меньше чем x

2.2 Выборочная плотность распределения

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{n_i}{n \cdot \Delta}, & x \in J_i \\ 0, & x \notin [x_{(1)}, x_{(n)}] \end{cases} \tag{2.2}$$

где

n_i - число элементов выборки $\vec{x}$ попавших в J_i

$\Delta = \frac{x_{(n)} - x_{(1)}}{m}$

$m = \log_2 n + 1$

2.3 Гистограмма

График функции $f_x(x)$ называется гистограммой выборки $\vec{x}$.

3 Текст программы

Листинг 3.1 — Программа на языке MATLAB

```
close all;
x = csvread('../data/X.csv');

M_min = min(x);
M_max = max(x);
R = range(x);
mu = mean(x);
S2 = var(x);
S = sqrt(S2);
n = length(x);
m = floor(log2(n)) + 2;

fprintf('M_min = %.2f\n', M_min);
fprintf('M_max = %.2f\n', M_max);
fprintf('Range = %.2f\n', R);
fprintf('mu ^(MX) = %.2f\n', mu);
fprintf('S2 ^(DX) = %.2f\n', S2);

[y1, x1] = hist(x, m);

% Нормирование
y1 = y1 / (sum(y1) * (x1(2) - x1(1)));

step = S/100;
xnorm = (mu - R) : step : (mu + R);

% Функция плотности вероятности нормального распределения
ynormp = normpdf(xnorm, mu, S);

figure
hold on;
bar(x1, y1, 1, 'b');
plot(xnorm, ynormp, 'r');
hold off;

% Функция распределения вероятностей нормального закона
ynormc = normcdf(xnorm, mu, S);


xs = mu - .7 * R : R / 100 : mu + .7 * R;

figure
hold on;
```

```
% Эмпирическая функция распределения
plot(xs, arrayfun(@(X) sum(x < X)/n, xs), 'b');

% Функция распределения нормальной случайной величины с математическим ожиданием и дисперсией
plot(xnorm, ynormc, 'r');
hold off;
```

4 Результаты расчетов

$$M_{min} = -0.73$$

$$M_{max} = 4.30$$

$$Range = 5.03$$

$$\hat{\mu} = 1.84$$

$$S^2 = 1.15$$

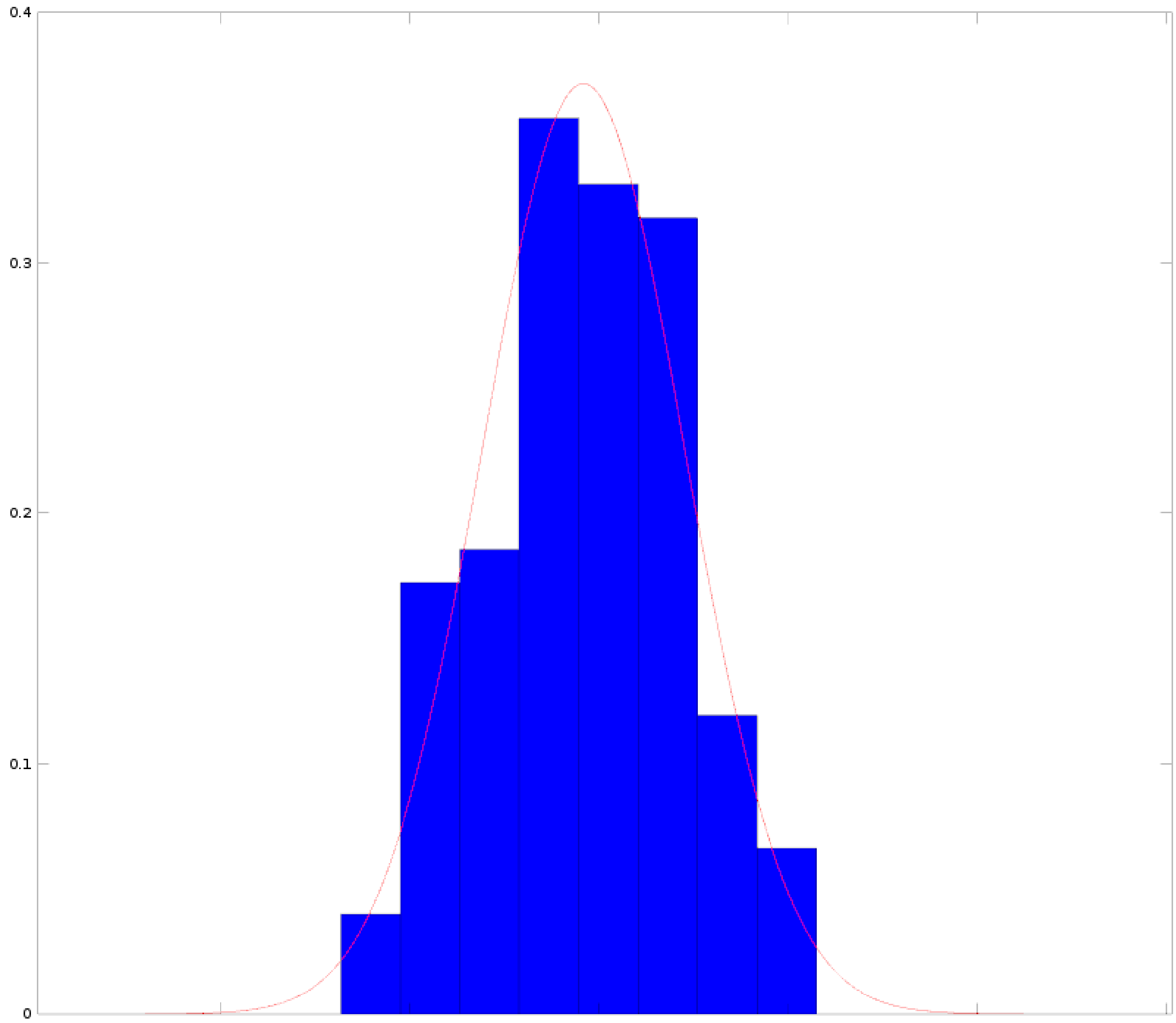

Рисунок 4.1 — Гистограмма и график функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины

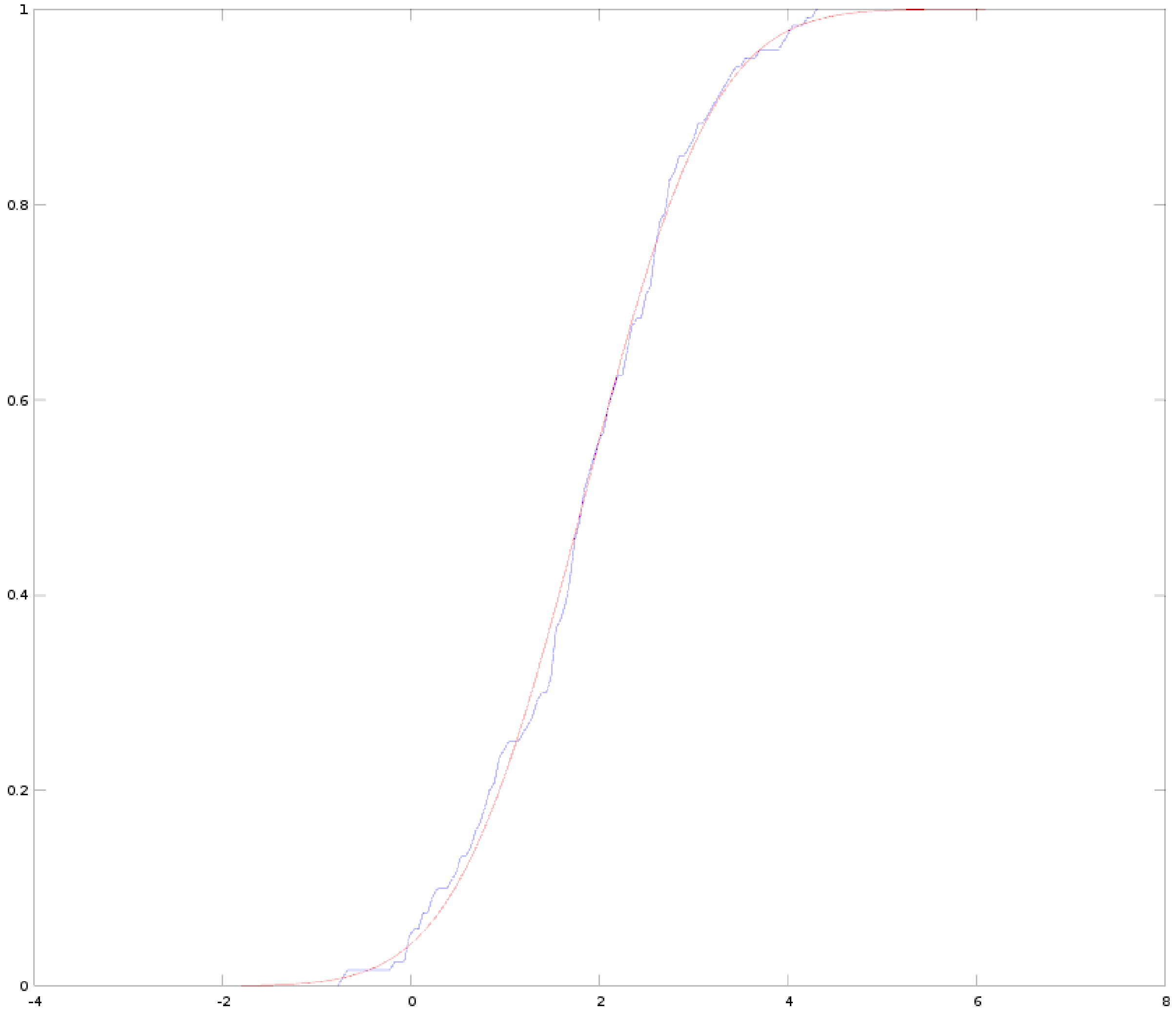

Рисунок 4.2 — График выборочной функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины