Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана

Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра «Программное обеспечение ЭВМ
и информационные технологии»

Математическая статистика

Лабораторная работа №2
Оценка математического ожидания и дисперсии

Студент:	Петухов И.С.
Группа:	ИУ7-61
Вариант:	10
Преподаватель:	Власов П.А.

Москва, 2016

Содержание

1 Формулы

$$\gamma = 1 - \alpha - \beta$$

При $\alpha = \beta$,

$$\alpha = \beta = \frac{1-\gamma}{2}$$

1.1 γ - доверительный интервал для математического ожидания нормальной случайной величины

$$\underline{m}(\vec{X}) = \overline{X} - \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot S(\vec{X}) \cdot t_{1-\alpha}^{(n-1)}$$
$$\overline{m}(\vec{X}) = \overline{X} + \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot S(\vec{X}) \cdot t_{1-\alpha}^{(n-1)}$$

где $t_q^{(n-1)}$ - квантиль уровня q для распределения Стьюдента с $(n-1)$ степенями свободы.

1.2 γ - доверительный интервал для дисперсии нормальной случайной величины

$$\overline{\delta^2}(\vec{X}) = \frac{1}{h_{1-\alpha}^{(n-1)}} \cdot S(\vec{X}) \cdot (n-1)$$
$$\underline{\delta^2}(\vec{X}) = \frac{1}{h_{\alpha}^{(n-1)}} \cdot S(\vec{X}) \cdot (n-1)$$

где $h_q^{(n-1)}$ - квантиль уровня q для распределения χ^2 с $(n-1)$ степенями свободы.

2 Определения

2.1 γ - доверительный интервал для значения параметра распределения случайной величины

γ - интервальная оценка для параметра θ называется пара статистик $\underline{\theta}(\vec{X})$ и $\overline{\theta}(\vec{X})$ таких, что $P\{\theta \in (\underline{\theta}(\vec{X}), \overline{\theta}(\vec{X}))\} = \gamma$

γ - доверительный интервал для параметра θ называется интервал $(\underline{\theta}(\vec{x}), \overline{\theta}(\vec{x}))$

где $\vec{x}$ любая реализация случайной выборки $\vec{X}$

3 Текст программы

Листинг 3.1 — Программа на языке MATLAB

```
close all;
X = csvread('../data/X.csv');

n = length(X);
gamma = 0.9;
alpha = (1 - gamma) / 2;

mu = mean(X);
s2 = var(X);

fprintf('mu ^(MX) = %.2f\n', mu);
fprintf('s2 ^(DX) = %.2f\n', s2);

mu_up = mu - sqrt(s2 ./ n) .* tinv(1 - alpha, n - 1);
mu_down = mu + sqrt(s2 ./ n) .* tinv(1 - alpha, n - 1);

fprintf('mu up = %.2f\n', mu_up);
fprintf('mu down = %.2f\n', mu_down);

sigma2_up = s2 .* (n - 1) ./ chi2inv(alpha, n - 1);
sigma2_down = s2 .* (n - 1) ./ chi2inv(1 - alpha, n - 1);

fprintf('sigma2 up = %.2f\n', sigma2_up);
fprintf('sigma2 down = %.2f\n', sigma2_down);

N = 1 : n;

M = [];
S = [];
for i=N
    M = [M, mean(X(1:i))];
    S = [S, var(X(1:i))];
end;

M_up = M - sqrt(S ./ N) .* tinv(1 - alpha, N - 1);
M_down = M + sqrt(S ./ N) .* tinv(1 - alpha, N - 1);

S_up = S .* (N - 1) ./ chi2inv(alpha, N - 1);
S_down = S .* (N - 1) ./ chi2inv(1 - alpha, N - 1);

figure
hold on;
plot([N(1), N(end)], [mu, mu], 'm');
```

```
plot(N, M, 'g');
plot(N, M_up, 'b');
plot(N, M_down, 'r');
grid on;
hold off;

figure
hold on;
plot([N(1), N(end)], [s2, s2], 'm');
plot(N, S, 'g');
plot(N, S_down, 'b');
plot(N, S_up, 'r');
grid on;
hold off;
```

4 Результаты расчетов

$$\hat{\mu} = 1.84$$

$$S^2 = 1.15$$

$$\overline{\mu}(\vec{x}) = 2.00$$

$$\underline{\mu}(\vec{x}) = 1.67$$

$$\overline{\delta^2}(\vec{x}) = 1.45$$

$$\underline{\delta^2}(\vec{x}) = 0.94$$

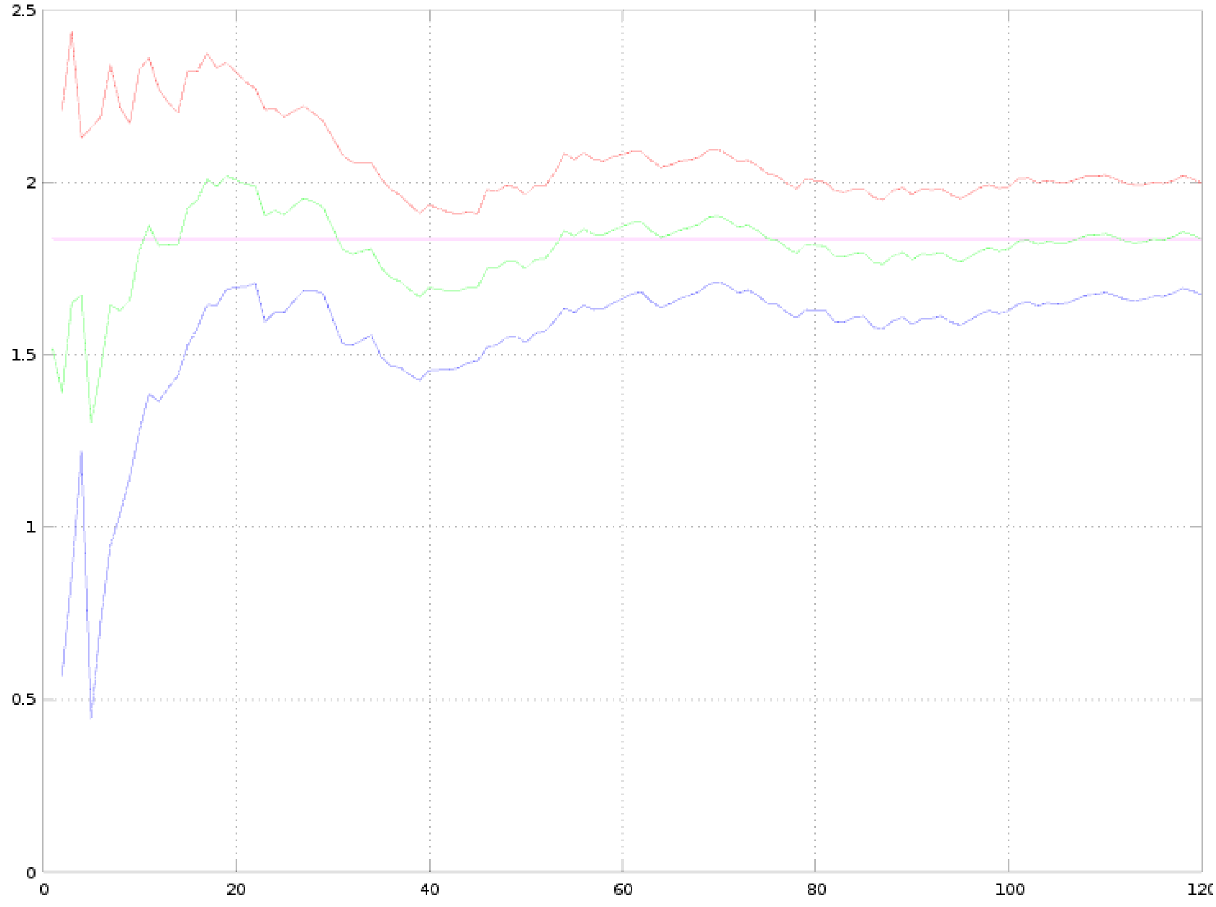

Рисунок 4.1 — Прямая $y = \hat{\mu}(\vec{x}_N)$ и графики функций $y = \hat{\mu}(\vec{x}_n)$, $y = \underline{\mu}(\vec{x}_n)$, $y = \overline{\mu}(\vec{x}_n)$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N

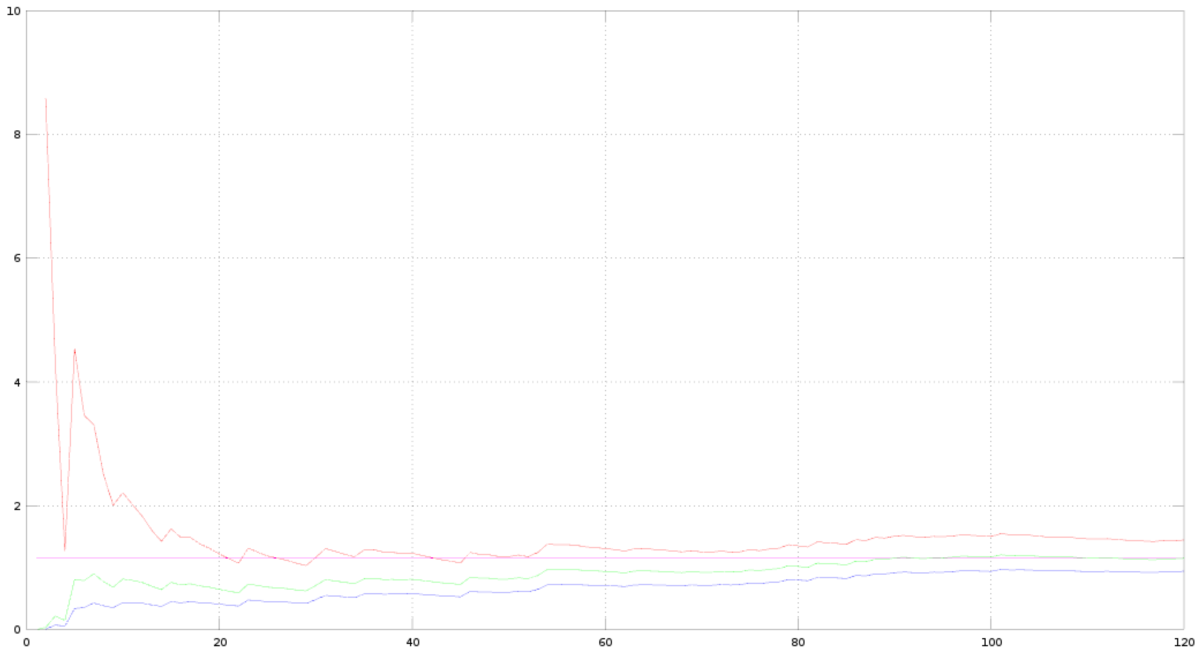

Рисунок 4.2 — Прямая $z = S^2(\vec{x}_N)$ и графики функций $z = S^2(\vec{x}_n)$, $z = \underline{\sigma^2}(\vec{x}_n)$, $z = \overline{\sigma^2}(\vec{x}_n)$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N