Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов

Савицкий Илья Павлович

Построение многопроцессорного расписания с использованием жадных стратегий и ограниченного перебора

Курсовая работа

Научный руководитель:
Доцент, к.т.н
Костенко Валерий Алексеевич

Москва, 2022

Аннотация

Для построения расписаний можно использовать много всякой херни. вот одна из них.

Содержание

1 Введение

Классическая задача построения расписания хорошо изучена и досканально описана в [1]. Поскольку данная задача принадлежит к классу NP-hard, не существует алгоритма, который за полиномиальное время даст точный ответ, но существуют алгоритмы, которые дают аппроксимированные результаты. Большинство таких алгоритмов резделябтся на две категории: *конструктивные* и *итерационные*. Из основных примеров можно выделить (большинство из них упомянуты в [2]):

- Конструктивные алгоритмы
    1. Алгоритмы, основанные на поиске максимального потока в сети
    2. Алгоритмы, основанные на методах динамического программирования
    3. Алгоитмы, основанные на методе ветвей и границ
    4. Жадные алгоритмы
    5. Жадные алгоритмы с процедурой ограниченного перебора
- Итерационные алгоритмы
    1. Генетические алгоритмы
    2. Дифференциальная эволюция
    3. Алгоритм имитации отжига
    4. Алгоритм муравьиных колоний

В данной работе рассматриваются жадные алгоритмы с процедурой ограниченного перебора. Особенностью таких алгоритмов является баланс между двумя процессами построения расписания. Жадные стратегии строят расписание быстро, однако очень быстро могут зайти в тупик при построении расписания. В таком случае, если расписание строится си сильным отклонением от оптимального, процедура ограниченного перебора корректирует его.

2 Постановка задачи

Дано

1. Ориентированный граф работ G без циклов, в котором дуги - зависимости по данным, а вершины - задания. Вершин n, дуг m
2. Вычислительная система, состоящая из p различных процессоров
3. Матрица C_{ij} длительности выполнения работ на процессорах, $i = 1 \dots n, j = 1 \dots p$
4. Матрица D_{kl} передач данных между процессорами, $k = 1 \dots p, l = 1 \dots p, D_{kk} = 0$

Определение расписания

Расписание программы определено, если

1. Множества процессор и работ
2. Привязка - всюду определенная на множестве работ функция, которая задает распределение работ по процессорам
3. Порядок - заданные ограничения на последовательность выполнения работ и является отношением частичного порядка, удовлетворяющим условиям ацикличности и транзитивности. Отношение порядка на множестве работ, распределенных на один процессор, является отношением полного порядка.

Требуется

1. Построить расписание HP, то есть для i-й работы определить время начала ее выполнения s_i и процессор p_i на которм она будет выполняться
2. В расписании требуется минимизировать время выполнения набора работ, данных в графе G
3. В задаче так же присутствуют дополнительные ограничения, котрым расписание обязано удовлетворять.

Различные постановки задачи:

1. Задача с однородными процессорами (длительность выполнения работы не зависит от того, на каком процессоре она выполняется) и дополнительными ограничениями на количество передач:
   - $CR = \frac{m_{ip}}{m} < 0.4$, где m_{ip} - количество передач данных между работами на каждый процессор
   - $CR2 = \frac{m_{2edg}}{m} < 0.05$, где m_{2edg} - количество дуг, начальный и конечный узлы которых назначены на процессоры, не соединенных напрямую
2. Задача с однородными процессорами и дополнительным ограничением сбалансированности распределения работ:
   - $BF = \lceil 100 \cdot \left(\frac{a_{max} \cdot p}{n} - 1\right) \rceil < 10$, где a_{max} - наибольшее, по всем процессорам, количество работ на процессоре

3. Задача с неоднородными процессорами, но без дополнительных ограничений на расписание

3 Обзор предметной области

3.1 Жадные алгоритмы

Жадные алгоритмы подразумевают декомпозицию задачи на ряд более простых подзадач [2].

3.2 Жадные алгоритмы с процедурой ограниченного перебора

4 Алгоритм решения

4.1 Дополнительные обозначения

1. $D = (d_1, d_2, \ldots, d_l)$, где l - количество вершин, доступных для добавления(т.е. у которых нет предшественников в графе G) - множество вершин, доступных для добавления в расписание.

2. k - вектор длин критических путей от "головной" вершины до каждой вершины графа.

3. (s_i, p_i) - достаточное количество информации для размещения работы в расписании.

Жадные критерии

1. $GR1$ - критерий, используемый в выборе работы на постановку

2. $GR2$ - критерий, используемый в выборе места постановки работы

Процедуры ограниченного перебора

1. $H1$ - процедура перебора для создания места для постановки работы

2. $H2$ - процедура перебора для приближения времени старта работы к длине критического пути до нее

4.2 Словесное описание алгоритма

1. Сформировать множество вершин, у которых нет предшественников. Множество $D = (d_1, d_2 \ldots d_i)$ где d_i – номер работы, доступной для добавления в расписание (т.е. у которой нет предшественников в исходном графе)

2. В случае, если в множестве D одна вершина – обозначим ее за d, в противном случае – создадим фиктивную вершину с нулевой длительностью, у которой все потомки будут из множества D, и обозначим ее за d

3. Зададим вектор k – вектор длин критических путей до вершин от d. При помощи алгоритма Дейкстры этот вектор заполняется значениями k_i, где i – номер вершины. Поскольку алгоритм Дейкстры работает со взвешенными графами, каждое ребро получает вес минимального времени работы на вычислительной системе вершины, из которой исходит

4. По жадному критерию $GC1$ выбирается работа из множества D для размещения в расписании. Пусть выбранная работа – d_i

5. Производится пробное размещение работы d в расписании с учетом жадного критерия $GC2$ и дополнительных ограничений. В случае, если не получилось найти подходящее место для работы – запускается процедура ограниченного перебора $H1$ с проверяемым критерием возможности добавления работы в расписание. Становится известно s – время старта работы и p – процессор, на котором работа выполняется.

6. Если s_i больше длины критического пути (с точностью до Δ, где Δ – параметр алгоритма), то вызывается процедура ограниченного перебора $H2$ с проверяемым критерием $S = \sum s_k$, где s_k – времена начал всех перебираемых работ, в результате которой работа размещается в расписании. Если работу разместить не удалось – завершить алгоритм. Если s_i не превосходит длину критического пути (с точностью Δ), то работа размещается в расписании.

7. d_i удаляется из списка размещенных работ и в графе G удаляется соответствующая вершина и все дуги, исходящие из нее.

8. Обновляется множество D. Если D не пустое, то алгоритм переходит на пункт 4.

Жадный критерий выбора работы $GC1$

- Максимальное количество потомков у работы

Жадный критерий выбора места работы в расписании $GC2$

- Скорейшее завершение частично построенного расписания

Выбор места работы в расписании

- Взвешенная сумма.

$$crit = C_1 \cdot GC2 + C_2 \cdot CR + C_3 \cdot CR2$$

  где C_1, C_2 и C_3 - параметры алгоритма. Работа размещается на место с наибольшим значением параметра $crit$.

- Допускная система выбора

  1. Список мест размещения работ ранжируется по $GC2$, после чего отсекаются верхние $n\%$ работ, где n - параметр алгоритма
  2. Такие же действия повторяются для каждого дополнительного ограничения
  3. В конечном списке выбрать место по жадному критерию

При ранжировании задач по взвешенной сумме возможна ситуация, при которой будет выбрано место которое хорошо проходит по одному критерию, но очень плохо по другому и тогда расписание будет строиться в направлении ложного минимума. Поэтому в программной реализации было выбрано использование допускной системы выбора.

Ограниченный перебор

После неудачной пробной постановки работы в расписание алгоритм создает набор $K = (k_1, k_2, \ldots, k_t)$, состоящий из t последних добавленных работ (t – параметр алгоритма). Далее, процедурой полного перебора пробуются различные расписания до тех пор, пока не получится расписание, удовлетворяющее критерию критичности пути до последней поставленной работы и удовлетворяющее дополнительным ограничениям.

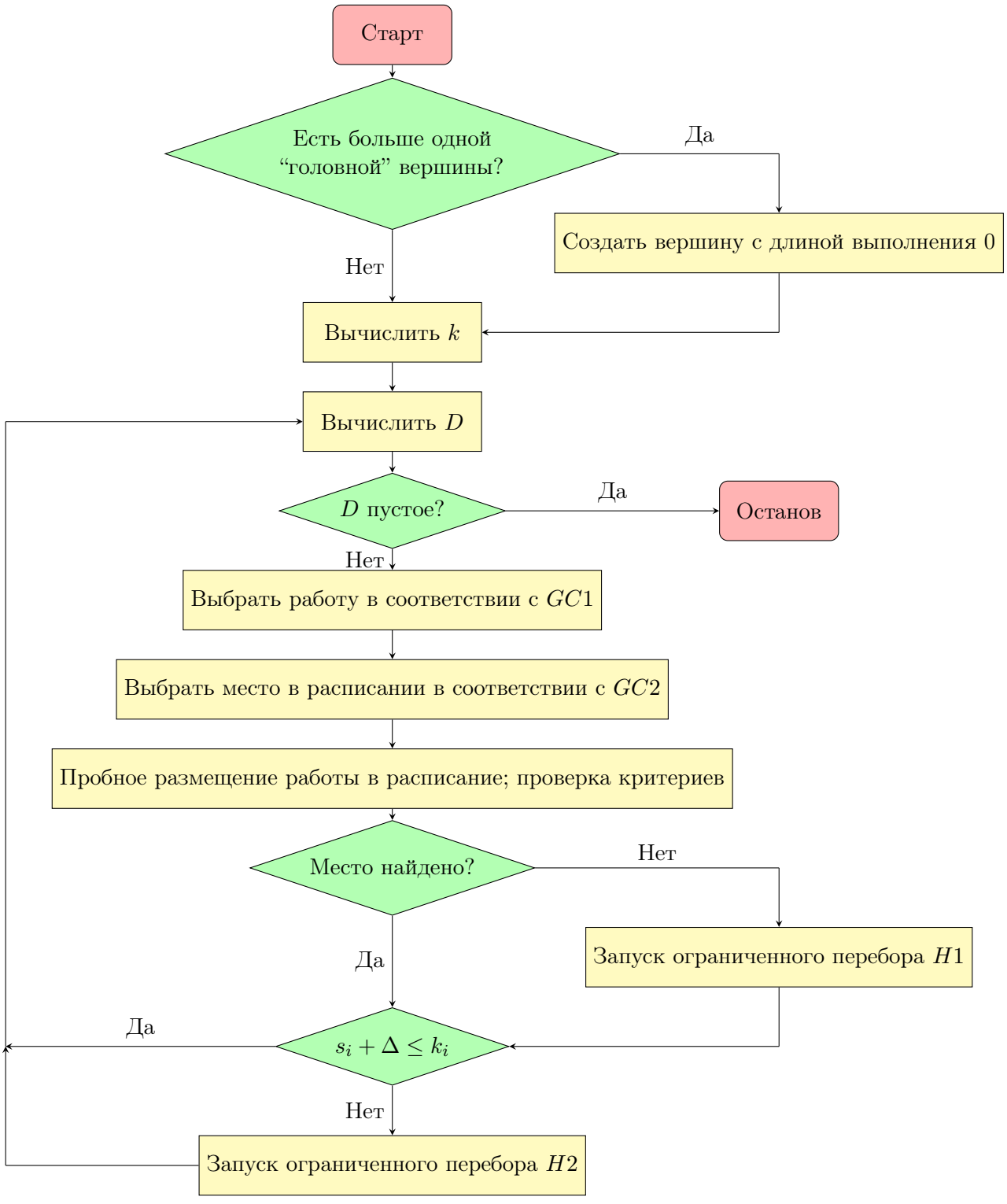
Расчет времени начала работы

Для того, чтобы рассчитать время начала для конкретной работы на процессоре p требуется:

1. Вычислить вектор $PJ_{k=1}^{L}$, где L – количество предшественников у работы. Элементами этого вектора будут являться суммы вида $s_k + C_{kr} + D_{rj}$, где r – номер процессора, на котором размещен предшественник.

2. Максимумом этого вектора и будет являться первое доступное начало выполнения работы на данном процессоре. $n_j = \max PJ$

4.3 Блок-схема алгоритма



5 Программная реализация алгоритма

6 Экспериментальное исследование алгоритма

7 Заключение

Список литературы

[1] Edward G Coffman. *Computer and job-shop scheduling theory*. en. Nashville, TN: John Wiley & Sons, февр. 1976. ISBN: 0471163198.

[2] Kostenko V. A. «Combinatorial Optimization Algorithms Combining Greedy Strategies with A Limited Search Procedure». B: *Journal of Computer and Systems Sciences International* 56.2 (2017).