

# Жадные алгоритмы для построения многопроцессорного списочного расписания

Савицкий Илья

Научный руководитель: к.т.н. доцент Костенко Валерий Алексеевич

27 апреля 2023 г.



# Цели и задачи дипломной работы

Целью дипломной работы является разработка алгоритма построения многопроцессорного расписания с дополнительными ограничениями на основе жадных стратегий.

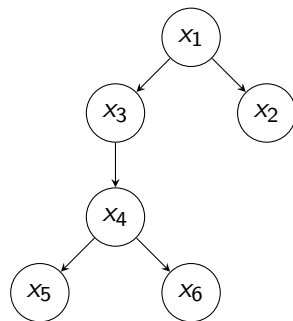
Для достижения указанной цели требуется:

- ❶ Провести обзор алгоритмов построения списочных расписаний с целью выявления жадных критериев, которые могут быть модифицированы для решения данной задачи.
- ❷ Разработать и реализовать алгоритмы.
- ❸ Провести исследование свойств алгоритмов.



# Постановка задачи

- 1 Ориентированный граф работ  $G$  без циклов, в котором дуги - зависимости по данным, а вершины - задания. Вершин  $n$ , дуг  $m$
- 2 Вычислительная система, состоящая из  $p$  различных процессоров.
- 3 Матрица  $C_{ij}$  длительности выполнения работ на процессорах,  $i = 1 \dots n, j = 1 \dots p$ . Каждая строка этой матрицы - длины выполнения  $n$ -й задачи на  $p$  процессорах.
- 4 Матрица  $D_{kl}$  передач данных между процессорами,  $k = 1 \dots p, l = 1 \dots p, D_{kk} = 0$ .  $D_{ij}$ -й элемент этой матрицы - время передачи данных между процессорами  $i$  и  $j$ .



Граф потока данных



Расписание программы определено, если определены

- 1 Множества процессоров и работ
- 2 Привязка
- 3 Порядок

**Привязка** - всюду определенная на множестве работ функция, которая задает распределение работ по процессорам.

**Порядок** задает ограничения на последовательность выполнения работ и является отношением частичного порядка, удовлетворяющим условиям ацикличности и транзитивности. Отношение порядка на множестве работ, распределенных на один процессор, является отношением полного порядка.



# Постановка задачи

Требуется:

- 1 Построить расписание  $HP$ , то есть для  $i$ -й работы определить время начала ее выполнения  $s_i$  и процессор  $p_i$  на котором она будет выполняться;
- 2 Минимизируемый критерий: время завершения выполнения расписания.

$t = 0$	1	2	3	4	5
Pr1	$T_1$	$T_{10}$	$T_4$	$T_6$	
Pr2	$T_2$	$T_5$	$T_8$		
Pr3	$T_3$	$\emptyset$	$T_9$		

Представление расписания в виде временной диаграммы



Множество корректных расписаний  $HP$  задается набором ограничений:

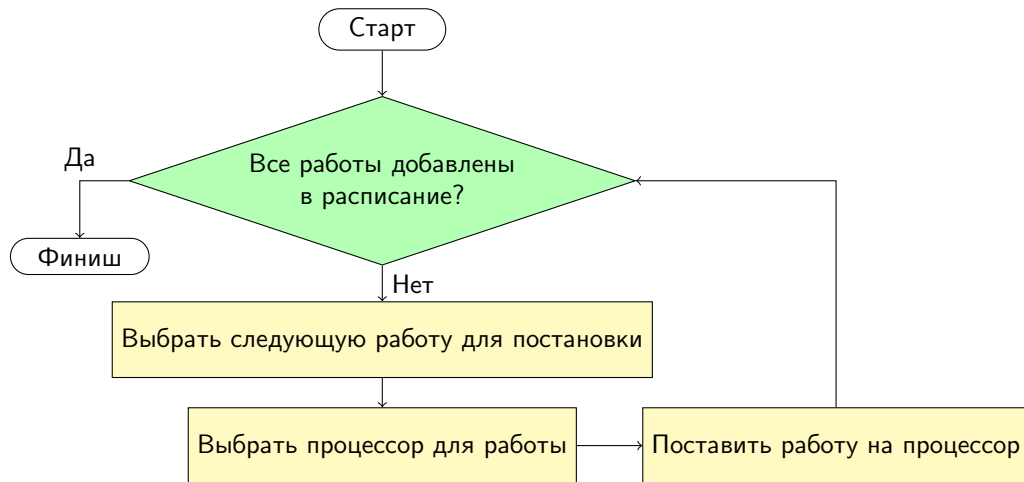
- В расписании не допустимы прерывания;
- Интервалы выполнения работ не пересекаются;
- Каждая работа назначена на процессор;
- Любую работу обслуживает один процессор;
- Частичный порядок, заданный графом зависимостей  $G$ , сохранен в  $HP$  :  $G \subset G_{HP}^T$ , где  $G_{HP}^T$  - транзитивное замыкание отношения  $G_{HP}$ .



- ❶ Задача с однородными процессорами (длительность выполнения работы не зависит от того, на каком процессоре она выполняется) и дополнительными ограничениями на количество передач:
  - $CR = \frac{m_{ip}}{m}$ , где  $m_{ip}$  - количество передач данных между работами на каждый процессор
- ❷ Задача без дополнительных ограничений.



# Общая схема жадных алгоритмов





# Жадный алгоритм

- 1 Выбор следующей работы на постановку - критерий GC1
- 2 Выбор процессора для работы
  - Для  $CR$  - из изначально заданного разбиения
  - Для  $NO$  - по критерию GC2

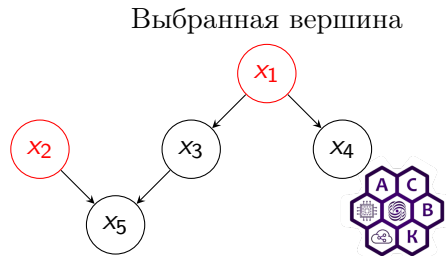
Зададим множество доступных для добавления вершин  $D = (d_1, d_2, \dots, d_l)$ , где  $l$  - количество вершин, доступных для добавления.

## Критерий GC1:

Из множества  $D$  выбирается работа по критерию GC1 максимальности количества потомков у вершины.

## Критерий GC2:

Работа ставится на процессор, на котором время завершения работы будет минимальным.



# Алгоритм постановки работы на процессор

При постановке требуется найти такое минимальное время  $t$ , чтобы

- 1 Все передачи данных завершились до  $t$ ;
- 2 Существует интервал простоя времени не меньший времени выполнения работы, начинающийся в  $t$ .

$t = 0$	1	2	3	4	5
Pr1	$T_1$	$T_{10}$	$T_4$	$T_6$	
Pr2	$T_2$	$T_5$	$T_8$		
Pr3	$T_3$	$\emptyset$		$T_9$	

$t = 0$	1	2	3	4	5
Pr1	$T_1$	$T_{10}$	$T_4$	$T_6$	
Pr2	$T_2$	$T_5$	$T_8$		
Pr3	$T_3$	$\emptyset$	$T_7$	$T_9$	



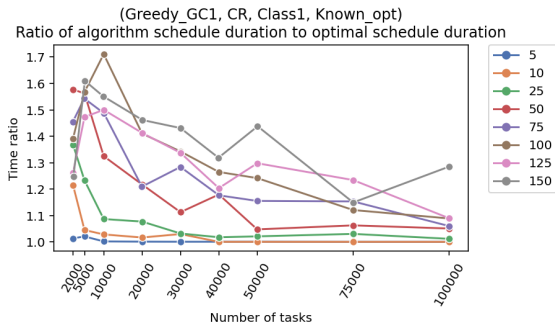
# Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

- 1 Выбор следующей работы на постановку - в соответствии с EDF эвристикой;
- 2 Выбор процессора для работы:
  - Для  $CR$  - из изначально заданного разбиения
  - Для  $NO$  - по критерию  $GC2$

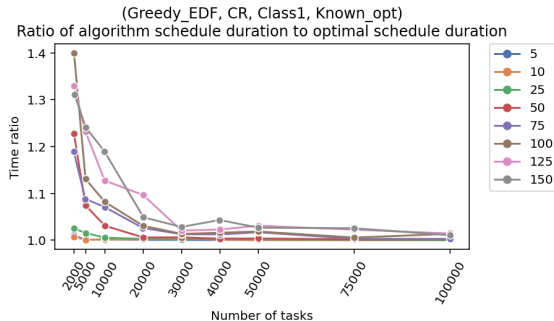
Пусть **длина пути** - сумма всех задержек передач данных и времен выполнения работ на процессорах. Пусть директивный срок всего расписания  $d$ , а  $p_A$  - длина длиннейшего пути от работы  $A$  до работы  $S$  такой, что у  $S$  нет потомков. Тогда директивный срок  $d_A$  вершины  $A$  равен  $d_A = p$ .



# Точность полученного расписания. CR



(a) Жадный алгоритм

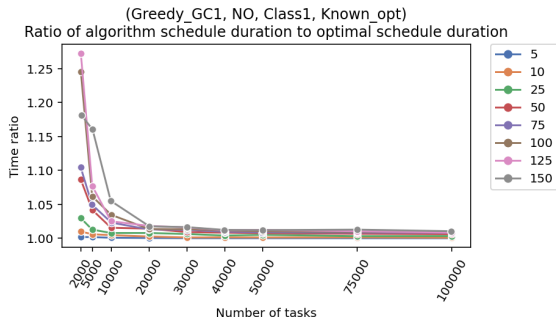


(b) Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

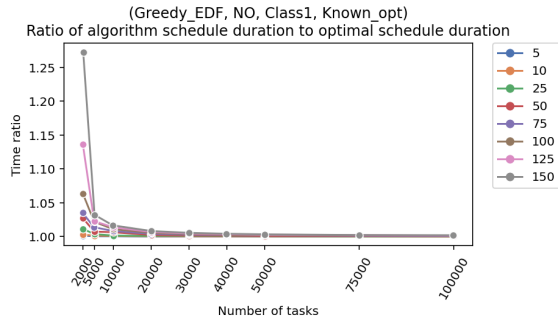
Качество решений алгоритмов на данных с известным оптимумом,  
дополнительная постановка CR



# Точность полученного расписания. NO



(a) Жадный алгоритм

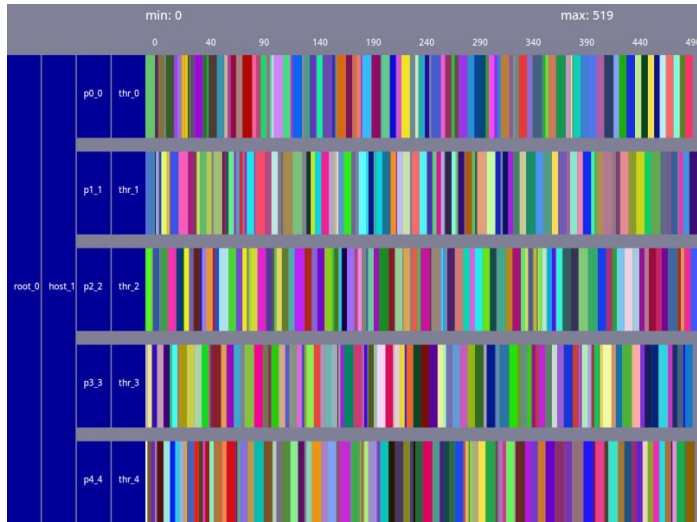


(b) Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

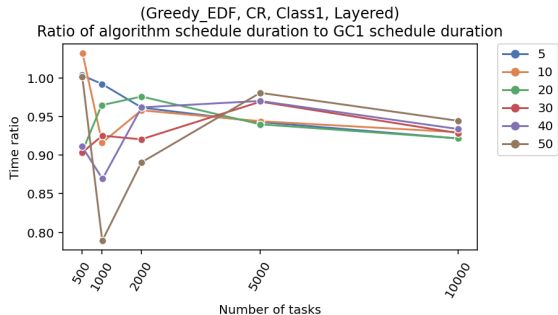
Качество решений алгоритмов на данных с известным оптимумом,  
дополнительная постановка NO



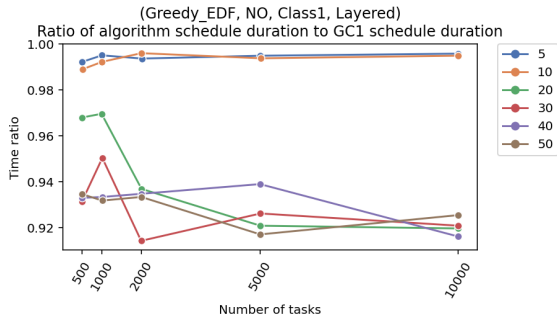
# Проблема проверки алгоритма на данных с известным оптимумом



# Точность полученного расписания. CR и NO



(a) При постановке CR

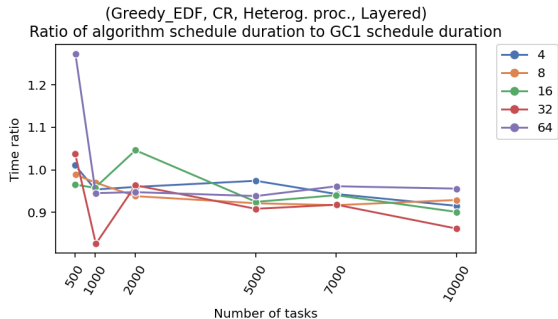


(b) При постановке NO

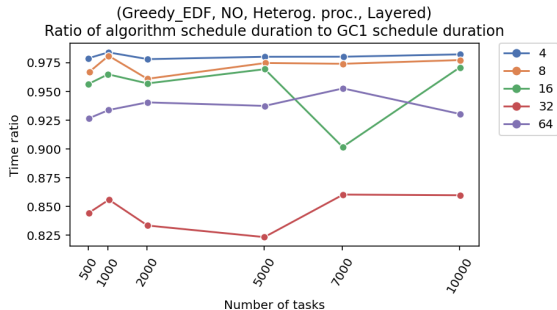
Отношение длительности работы алгоритма с фиктивными директивными сроками к длительности работы жадного алгоритма на данных, основанных на слоистых графах



# Точность полученного расписания. CR и NO



(a) При постановке CR



(b) При постановке NO

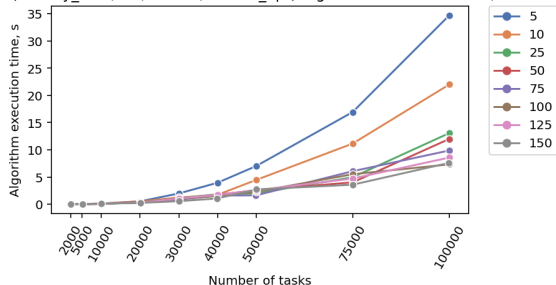
Отношение длительности работы алгоритма с фиктивными директивными сроками к длительности работы жадного алгоритма на данных, основанных на неоднородных процессорах





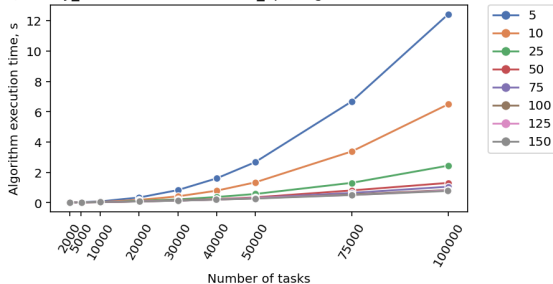
# Время выполнения программы. CR и NO.

(Greedy\_GC1, CR, Class1, Known\_opt) Algorithm execution time, s



(a) Жадный алгоритм

(Greedy\_EDF, CR, Class1, Known\_opt) Algorithm execution time, s



(b) Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

Время выполнения алгоритма на данных с известным оптимумом, в секундах



Реализовано:

- 1 Проведен обзор алгоритмов построения списочных расписаний. Цель обзора: выявление жадных критериев и схем ограниченного перебора, которые могут быть модифицированы для решения данной задачи.
- 2 Разработан и реверлизован алгоритм, основанный на сочетании жадных стратегий и ограниченного перебора.
- 3 Подобраны оптимальные параметры алгоритма.
- 4 Проведено детальное исследование свойств алгоритма.

