

Жадные алгоритмы для построения многопроцессорного списочного расписания

Савицкий Илья

Научный руководитель: к.т.н. доцент Костенко Валерий Алексеевич

27 апреля 2023 г.



Цели и задачи ВКР

Целью ВКР является разработка детерминированного алгоритма построения многопроцессорного расписания с дополнительными ограничениями.

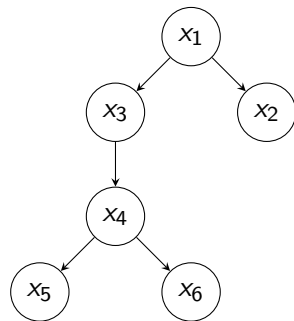
Для достижения указанной цели требуется:

- ❶ Провести аналитический обзор алгоритмов построения списочных расписаний с целью выявления алгоритмов, которые возможно модифицировать под поставленную задачу и имеют хорошую возможность масштабирования.
- ❷ Разработать и реализовать алгоритмы.
- ❸ Провести исследование качества решений и временной сложности алгоритмов.



Постановка задачи

- 1 Граф потока управления G без циклов, в котором дуги - зависимости по данным, а вершины - задания. Вершин n , дуг m
- 2 Вычислительная система, состоящая из p процессоров.
- 3 Матрица $C_{n \times p}$ времени выполнения работ на процессорах. Каждая строка этой матрицы - длины выполнения n -й задачи на p процессорах.
- 4 Время d , затрачиваемое на межпроцессорную передачу.



Граф потока данных



Постановка задачи

Требуется:

- 1 Построить расписание HP , то есть для i -й работы определить время начала ее выполнения s_i и процессор p_i на котором она будет выполняться;
- 2 Минимизируемый критерий: время завершения выполнения расписания.

$t = 0$	1	2	3	4	5
Pr1	T_1	T_{10}	T_4	T_6	
Pr2	T_2	T_5	T_8		
Pr3	T_3	\emptyset		T_9	



Ограничение на корректность расписания

Множество корректных расписаний HP задается набором ограничений:

- В расписании не допустимы прерывания;
- Интервалы выполнения работ не пересекаются;
- Каждая работа назначена на процессор;
- Любую работу обслуживает один процессор;
- Частичный порядок, заданный графом потока управления G , сохранен в HP .



Дополнительные ограничения

- ❶ Задача без дополнительных ограничений.
- ❷ Задача с дополнительным ограничением на количество передач:
 - $CR = \frac{m_{ip}}{m}$, где m_{ip} - количество межпроцессорных передач в расписании.



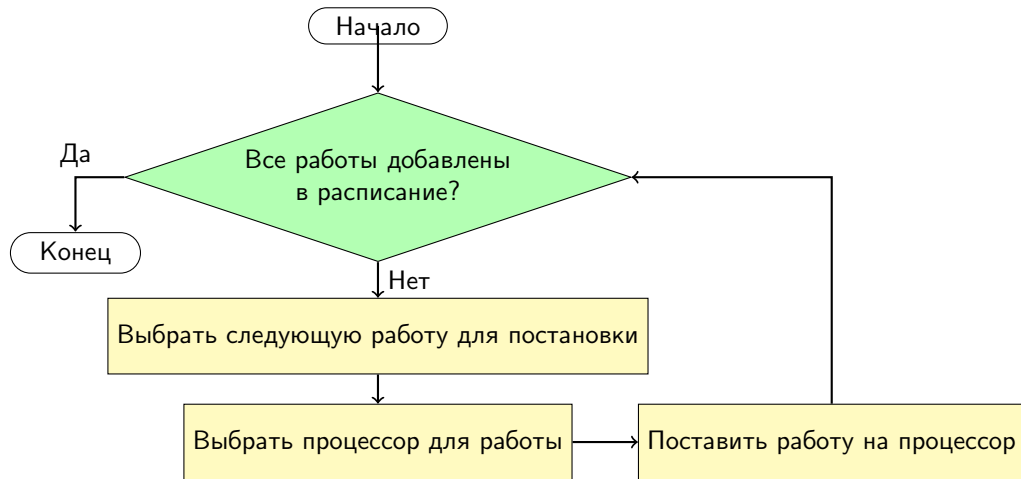
Обзор предметной области

Проведен обзор детерминированных алгоритмов, которые возможно модифицировать под поставленную задачу и имеют хорошую возможность масштабирования.

Название алгоритма	Возможность модификации алгоритма	Возможность масштабирования алгоритма
Метод ветвей и границ	✓	✗
Метод динамического программирования	✓	✗
Алгоритм поиска максимального потока	✗	✓
Жадные алгоритмы	✓	✓



Общая схема жадных алгоритмов построения расписания



Жадный алгоритм с выбором по числу потомков

- 1 Выбор следующей работы на постановку - критерий GC1
- 2 Выбор процессора для работы
 - Для CR - из изначально заданного распределения
 - Для NO - по критерию GC2

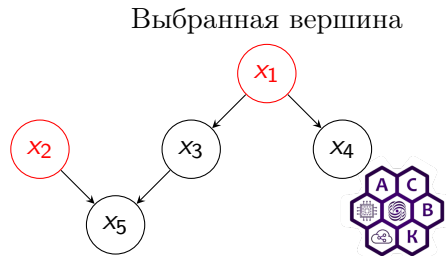
Зададим множество доступных для добавления вершин $D = (d_1, d_2, \dots, d_l)$, где l - количество вершин, доступных для добавления.

Критерий GC1:

Из множества D выбирается работа по критерию GC1 максимальности количества потомков у вершины.

Критерий GC2:

Работа ставится на процессор, на котором время завершения работы будет минимальным.



Алгоритм постановки работы на процессор

При постановке требуется найти такое минимальное время t , чтобы

- 1 Все передачи данных завершились до t ;
- 2 Существует интервал простоя длительности не меньший времени выполнения работы, начинающийся в t .

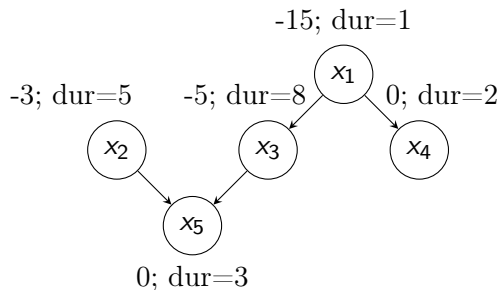
$t = 0$	1	2	3	4	5
Pr1	T_1	T_{10}	T_4	T_6	
Pr2	T_2	T_5	T_8		
Pr3	T_3	\emptyset		T_9	

$t = 0$	1	2	3	4	5
Pr1	T_1	T_{10}	T_4	T_6	
Pr2	T_2	T_5	T_8		
Pr3	T_3	\emptyset	T_7	T_9	



Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

- 1 Выбор следующей работы на постановку - в порядке возрастания фиктивных директивных сроков;
- 2 Выбор процессора для работы:
 - Для CR - из изначально заданного распределения
 - Для NO - по критерию $GC2$



Распространение директивных сроков по графу потока управления.
Все межпроцессорные передачи равны 2.
Только x_2 и x_5 находятся на разных процессорах.



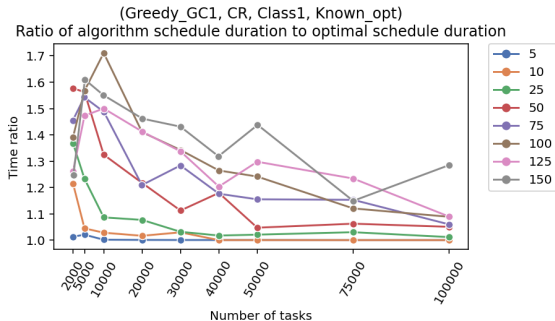
Наборы данных для исследования

Для исследования качества решений и временной сложности алгоритма были созданы следующие наборы данных:

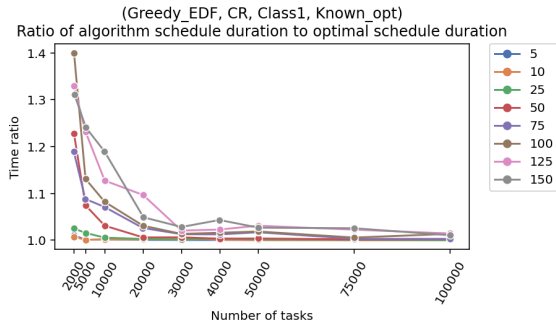
- 1 Набор данных с известным оптимумом.
- 2 Набор данных, основанных на слоистых данных.
- 3 Набор данных для построения расписания на неоднородных процессорах.



Точность полученного расписания. CR



(a) Жадный алгоритм с выбором по числу потомков

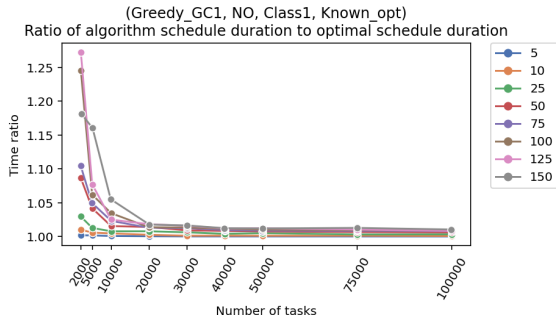


(b) Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

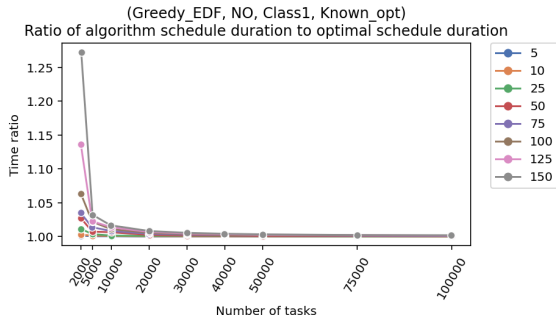
Качество решений алгоритмов на данных с известным оптимумом, постановка с дополнительным ограничением на межпроцессорные передачи



Точность полученного расписания. NO



(a) Жадный алгоритм с выбором по числу потомков

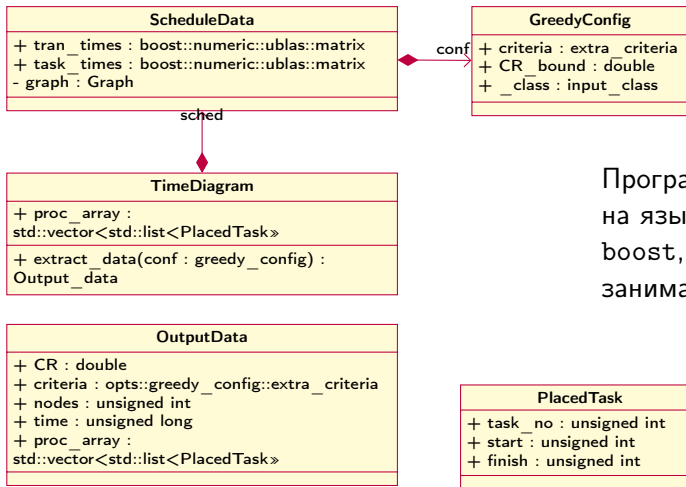


(b) Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

Качество решений алгоритмов на данных с известным оптимумом,
постановка без дополнительных ограничений



Программная реализация алгоритма



Программная реализация была выполнена на языке C++, с использованием библиотек boost, METIS, json и toml. Реализация занимает 1689 строк.



- 1 Проведен аналитический обзор алгоритмов построения списочных расписаний с целью выявления алгоритмов, которые возможно модифицировать под поставленную задачу и имеют хорошую возможность масштабирования, по результатам которого были выбраны жадные алгоритма.
- 2 Разработаны и релизованы алгоритмы, основанные на различных жадных критериях.
- 3 Проведено исследование свойств алгоритма, которое показало низкую вычислительную сложность и среднее отклонение от оптимума в 30% для жадного алгоритма с выбором по числу потомков и до 5-10% для жадного алгоритма с фиктивными директивными сроками.

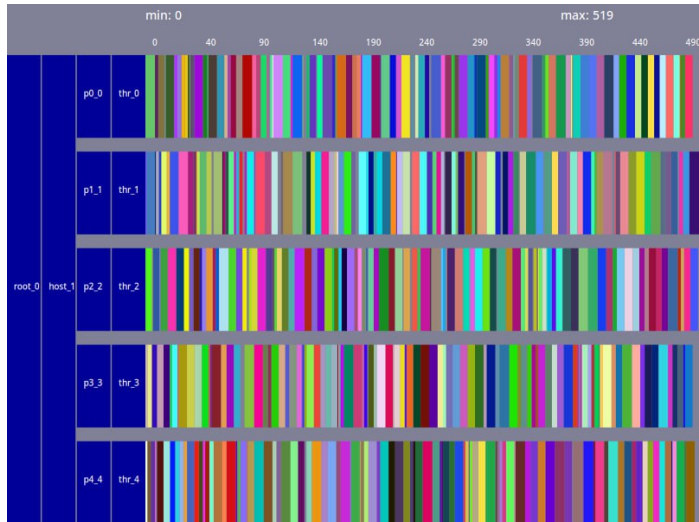


Критерии модификации алгоритма

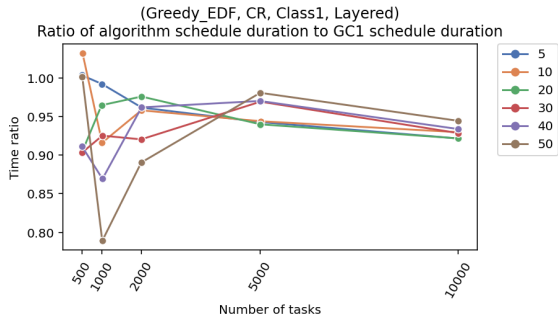
- 1 Возможность учета количества межпроцессорных передач.
- 2 Учет затрат на межпроцессорные передачи.



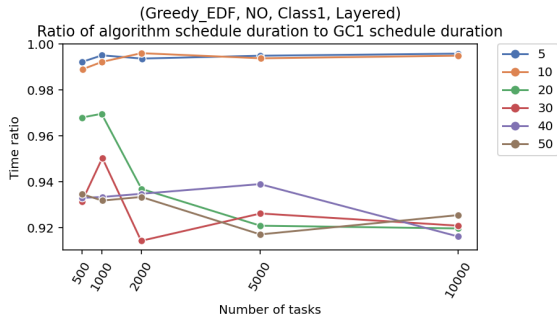
Проблема проверки алгоритма на данных с известным оптимумом



Точность полученного расписания. CR и NO



(a) При постановке CR

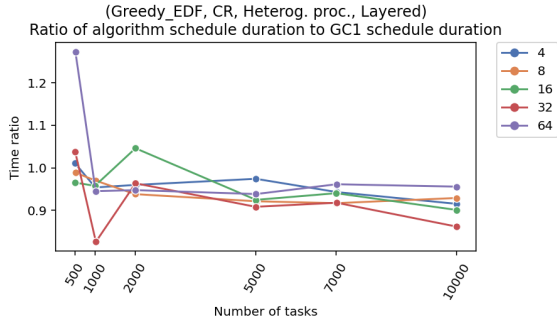


(b) При постановке NO

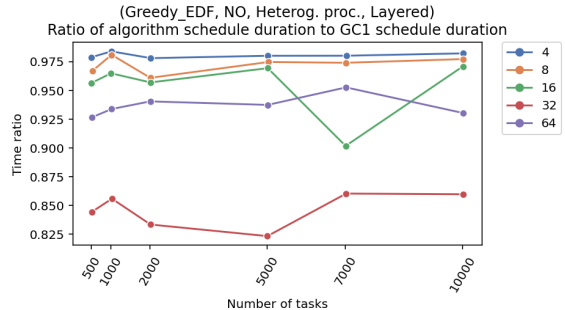
Отношение длительности работы алгоритма с фиктивными директивными сроками к длительности работы жадного алгоритма на данных, основанных на слоистых графах



Точность полученного расписания. CR и NO



(a) При постановке CR



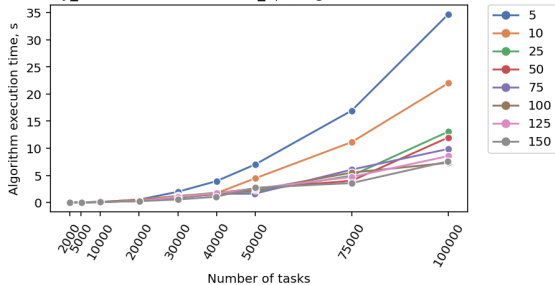
(b) При постановке NO

Отношение длительности работы алгоритма с фиктивными директивными сроками к длительности работы жадного алгоритма на данных, основанных на неоднородных процессорах



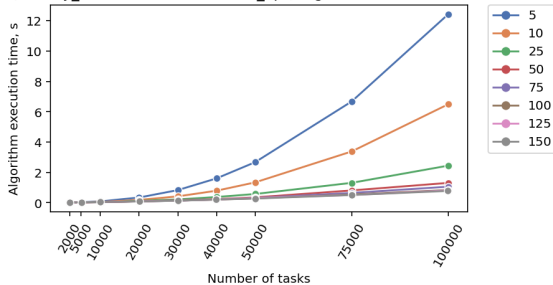
Время выполнения программы. CR и NO.

(Greedy_GC1, CR, Class1, Known_opt) Algorithm execution time, s



(a) Жадный алгоритм с выбором по числу потомков

(Greedy_EDF, CR, Class1, Known_opt) Algorithm execution time, s



(b) Жадный алгоритм с фиктивными директивными сроками

Время выполнения алгоритма на данных с известным оптимумом, в секундах

