

Justifica tus respuestas

Apellidos, nombre y DNI:

Ejercicio 1: [2 puntos] Considera el subespacio vectorial S de \mathbb{R}^4 generado por el siguiente conjunto de vectores $\{(1, 1, 0, 1), (2, 2, 0, 2), (1, 0, 1, 1), (0, 0, 0, 0), (-1, 0, -1, -1)\}$.

- a) Halla la dimensión y una base de S .
- b) Determina unas ecuaciones paramétricas de S .
- c) Determina unas ecuaciones cartesianas de S .

Ejercicio 2: [2 puntos] Considera el endomorfismo $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que verifica

$$f(2, 0, 0) = (2, 0, 0)$$

$$f(0, 3, 0) = (0, 3, 0)$$

$$f(0, 0, 1) = (1, -2, 2)$$

- a) Determina su matriz respecto la base canónica de \mathbb{R}^3 .
- b) Estudia si es diagonalizable.
- c) Halla tantos autovectores de f linealmente independientes como sea posible.

Ejercicio 3: [2 puntos] Para la función $f(x, y) = x^2 + y^2 - 9x - xy + 3$

- a) Estudia su comportamiento y tendencia en el punto $(8, 3)$ en la dirección $(1, 0)$.
- b) Optimiza la función.

Ejercicio 4: [2 puntos] Calcula las siguientes integrales:

a) $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$

b) $\int_1^2 \frac{1-x^3}{x^2} dx$

Ejercicio 5: [2 puntos] Calcula el área del siguiente recinto

$$S = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq \frac{x^2 - 2}{2}; y \leq \frac{6 - x^2}{2} \right\}.$$