奈良育英高　2022年

1【解き方】(1) 乾いた路面での摩擦係数は 0.7 だから，求める制動距離は，$50^2 \div (254 \times 0.7) = 2500 \div 177.8 = 14.06\cdots$(m)　小数第 2 位を四捨五入して，14.1m。

(2) 濡れた路面での摩擦係数は 0.5 だから，制動距離は，$50^2 \div (254 \times 0.5) = 2500 \div 127 = 19.68\cdots$(m)　時速 50km は，$50000 \div (60 \times 60) = \frac{125}{9}$ より，秒速 $\frac{125}{9}$m だから，空走距離は，$0.75 \times \frac{125}{9} = \frac{3}{4} \times \frac{125}{9} = \frac{125}{12} = 10.41\cdots$(m)　よって，停止距離は，$10.41\cdots + 19.68\cdots = 30.09\cdots$(m)　小数第 2 位を四捨五入して，30.1m。

【答】(1) 14.1 (m)　(2) 30.1 (m)

仁川学院高　2017年

2【解き方】$y = ax^2$ の x の値が -2 から 6 まで増加するときの変化の割合は，$\frac{a \times 6^2 - a \times (-2)^2}{6 - (-2)} = \frac{32a}{8} = 4a$　$y = -2x + 3$ の変化の割合は -2 なので，$4a = -2$ より，$a = -\frac{1}{2}$

【答】($a =$) $-\frac{1}{2}$

金光八尾高　2019年

3【解き方】x，y の変域から，$a < 0$ で，$x = 3$ のとき $y = -6$ であることがわかる。$y = ax^2$ にこれらの値を代入して，$-6 = a \times 3^2$ より，$a = -\frac{2}{3}$

【答】$-\frac{2}{3}$

奈良育英高　2016年

4【解き方】$y = ax^2$ に $(-1,\ 4)$ を代入して，$4 = a \times (-1)^2$ より，$a = 4$　$y = 4x^2$ に $(2,\ b)$ を代入して，$b = 4 \times 2^2 = 16$

【答】($b =$) 16

光泉カトリック高　2021年

5【解き方】(1) 放物線①の式に点 A の x 座標 $x = p$ を代入して y 座標を求めると，$y = ap^2$ で，放物線②の式に点 B の x 座標 $x = p$ を代入して y 座標を求めると，$y = bp^2$　3 点 A，B，P の x 座標は等しいので，y 座標の差より，$\mathrm{AP} = ap^2 - 0 = ap^2$ で，$\mathrm{AB} = bp^2 - ap^2 = p^2(b - a)$　AP = AB より，$ap^2 = p^2(b - a)$　$p \neq 0$ より両辺を p^2 でわって，$a = b - a$　よって，$b = 2a$

(2) (1)より，放物線②は関数 $y = 2ax^2$ のグラフで，$\mathrm{AB} = \mathrm{AP} = ap^2$　点 C の y 座標は，$y = a(p + 1)^2$，点 D の y 座標は，$y = 2a(p + 1)^2$ で，2 点 C，D の x 座標は等しいので，y 座標の差より，$\mathrm{CD} = 2a(p + 1)^2 - a(p + 1)^2 = (2a - a)(p + 1)^2 = a(p + 1)^2$　CD = 2AB より，$a(p + 1)^2 = 2ap^2$ だから，$(p + 1)^2 = 2p^2$　これを整理すると，$p^2 - 2p = 1$ より，$p^2 - 2p + 1 = 1 + 1$ だから，$(p - 1)^2 = 2$ より，$p - 1 = \pm\sqrt{2}$　よって，$p = 1 \pm \sqrt{2}$　$p > 0$ より，適するものは，$p = 1 + \sqrt{2}$

【答】(1) $b = 2a$　(2) $p = 1 + \sqrt{2}$

プール学院高　2018年

6【解き方】⑴ 点Qは，$y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点だから，$y = \frac{a}{x}$ に点Qの座標の値を代入すると，$16 = \frac{a}{3}$ より，$a = 48$

⑵ 直線PQの傾きが -4 だから，直線PQの式を，$y = -4x + c$ とおいて，点Qの座標の値を代入すると，$16 = -4 \times 3 + c$ より，$c = 28$　よって，$y = -4x + 28$

⑶ $y = \frac{48}{x}$ の両辺を x 倍すると，$xy = 48$　これより，x 座標が48の正の約数であれば，y 座標も整数(48の約数)になる。48の正の約数は，1，2，3，4，6，8，12，16，24，48だから，求める点の個数は10個。

⑷ 点Pは $xy = 48$……①と $y = -4x + 28$……③のグラフの交点だから，③を①に代入して，$x(-4x + 28) = 48$　$4x^2 - 28x + 48 = 0$ より，$x^2 - 7x + 12 = 0$　したがって，$(x-3)(x-4) = 0$ より，$x = 3, 4$　$x = 3$ は点Qだから，点Pの座標は(4，12)　よって，$y = bx^2$ に $x = 4$，$y = 12$ を代入して，$12 = b \times 4^2$ より，$b = \frac{3}{4}$

【答】⑴ $a = 48$　⑵ $y = -4x + 28$　⑶ 10個　⑷ $b = \frac{3}{4}$

仁川学院高　2015年

7【解き方】 交点の y 座標は，$y = \frac{1}{3} \times 6^2 = 12$　よって，$x = 6$，$y = 12$ を $y = ax + 4$ に代入して，$12 = 6a + 4$ より，$a = \frac{4}{3}$

【答】$(a =)\ \frac{4}{3}$

初芝橋本高　2014年

8【解き方】 y の値は $16a$ から $4a$ と変化するので，y の増加量は，$4a - 16a = -12a$　このとき，変化の割合は，$\frac{-12a}{(-2)-(-4)} = -6a$　よって，$-6a = -2$ より，$a = \frac{1}{3}$

【答】$a = \frac{1}{3}$

龍谷大付平安高　2018年

9【解き方】⑴ $y = bx + c$ の傾きが，$b > 0$ より，$x = -1$ のとき，$y = 0$　また，$x = 3$ のとき，$y = 6$ となる。よって，$y = bx + c$ に代入すると，$0 = -b + c$……(i)，$6 = 3b + c$……(ii)なので，(i)−(ii)より，$-4b = -6$　よって，$b = \frac{3}{2}$，$c = \frac{3}{2}$　$y = ax^2$ は，y の変域が正なので，$a > 0$ となるから，$x = 3$ のとき，$y = 6$ となる。したがって，$6 = a \times 3^2$ より，$a = \frac{2}{3}$

⑵ $x = t$ のとき，$y = \frac{2}{3}t^2$ なので，x の値が0から t まで変化するときの変化の割合は，$\frac{2}{3}t^2 \div t = \frac{2}{3}t$　よって，$\frac{2}{3}t = \frac{3}{2}$ より，$t = \frac{9}{4}$

【答】⑴ ①　⑵ ①

E126b0f7b5564

京都橘高　2017年

10【解き方】⑴ $y=x^2$ と $y=2x+3$ を連立して解くと，$x^2=2x+3$ より，$x^2-2x-3=0$　左辺を因数分解して，$(x+1)(x-3)=0$ より，$x=-1,\ 3$　よって，$x=-1$ のとき，$y=(-1)^2=1$，$x=3$ のとき，$y=3^2=9$ より，P $(-1,\ 1)$，Q $(3,\ 9)$

⑵ P，Q の x 座標をそれぞれ p，q とすると，p，q は，$ax^2=2x+3$ の 2 つの解であるから，$x=p$，$x=q$ を代入すると，それぞれ $ap^2=2p+3$……①　$aq^2=2q+3$……②が成り立つ。①－②より，$a(p^2-q^2)=2(p-q)$ なので，$a(p+q)(p-q)=2(p-q)$ となり，$p-q\neq 0$ より，両辺を $p-q$ で割って，$a(p+q)=2$　よって，$p+q=\dfrac{2}{a}$ となる。したがって，M の x 座標は，$\dfrac{p+q}{2}=\dfrac{1}{a}$　また，$y=2x+3$ に $x=\dfrac{1}{a}$ を代入して，$y=\dfrac{2}{a}+3$ より，$\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{a},\ \dfrac{2}{a}+3\right)$

⑶ $y=ax^2$ に $x=\dfrac{1}{a}$ を代入すると，$y=a\times\left(\dfrac{1}{a}\right)^2=\dfrac{1}{a}$ より，$\mathrm{MN}=\left(\dfrac{2}{a}+3\right)-\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{a}+3$　よって，$\dfrac{1}{a}+3=5$ より，$\dfrac{1}{a}=2$ だから，$a=\dfrac{1}{2}$

【答】⑴ P $(-1,\ 1)$　Q $(3,\ 9)$　⑵ $\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{a},\ \dfrac{2}{a}+3\right)$　⑶ $(a=)\ \dfrac{1}{2}$

金光八尾高　2017年

11【解き方】⑴ $y=ax^2$ に点 S の値を代入して，$16=a\times(-8)^2$ より，$a=\dfrac{1}{4}$

⑵ 点 P の y 座標は 16 なので，$16=x^2$ より，$x=\pm 4$　点 P の x 座標は正なので，$x=4$　よって，P $(4,\ 16)$

⑶ P $(t,\ t^2)$　$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $y=t^2$ を代入して，$t^2=\dfrac{1}{4}x^2$　$x^2=4t^2$ より，$x=\pm 2t$　$t>0$ で，点 Q の x 座標は負なので，Q $(-2t,\ t^2)$　よって，$\mathrm{PQ}=t-(-2t)=3t$

⑷ $\mathrm{R}\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$ より，$\mathrm{PR}=t^2-\dfrac{1}{4}t^2=\dfrac{3}{4}t^2$　したがって，$3t:\dfrac{3}{4}t^2=4:3$ より，$3t^2=9t$　$t^2-3t=0$ より，$t(t-3)=0$　よって，点 P の x 座標は 3 で，$y=x^2$ に $x=3$ を代入して，$y=3^2=9$ より，P $(3,\ 9)$

【答】⑴ $(a=)\ \dfrac{1}{4}$　⑵ $(4,\ 16)$　⑶ $3t$　⑷ $(3,\ 9)$

報徳学園高　2017年

12【解き方】(1) $y = ax^2$ が，A $(-2,\ 2)$ を通ることから，$2 = a \times (-2)^2$　よって，$a = \dfrac{1}{2}$

(2) $y = \dfrac{1}{2}x^2$ に，$y = 8$ を代入して，$8 = \dfrac{1}{2}x^2$ より，$x^2 = 16$ なので，$x = \pm 4$　点Bの x 座標は正だから4。

(3) 直線ABの傾きは，$\dfrac{8-2}{4-(-2)} = 1$ だから，直線の式を $y = x + b$ とおいて，$x = 4$，$y = 8$ を代入すると $8 = 4 + b$ より，$b = 4$　よって，直線ABと y 軸との交点をCとすると，C $(0,\ 4)$ だから，$\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle BOC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2 + \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4 + 8 = 12$

(4) x 軸について点Bと対称な点をB′とすると，点Pが x 軸上のどの位置にあっても，PB = PB′ だから，AP + PB = AP + PB′ となる。3点A，P，B′が一直線上に並ぶとき，AP + PB′ の長さが最短となるから，直線AB′と x 軸との交点がPとなる。B′ $(4,\ -8)$ だから，直線AB′の式は，$y = -\dfrac{5}{3}x - \dfrac{4}{3}$　この式に，$y = 0$ を代入して，$0 = -\dfrac{5}{3}x - \dfrac{4}{3}$ より，$x = -\dfrac{4}{5}$　よって，求める点Pの x 座標は $-\dfrac{4}{5}$

【答】(1) $(a =)\ \dfrac{1}{2}$　(2) 4　(3) 12　(4) $-\dfrac{4}{5}$

京都光華高　2016年

13【解き方】(1) $y = ax^2$ に $x = 6$，$y = \dfrac{4}{a}$ を代入して，$\dfrac{4}{a} = a \times 6^2$ より，$a^2 = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$　よって，$a = \pm\dfrac{1}{3}$　$a > 0$ より，$a = \dfrac{1}{3}$

(2) $y = \dfrac{1}{3}x^2$ に $x = 3$ を代入すると，$y = \dfrac{1}{3} \times 3^2 = 3$ より，A $(3,\ 3)$　また，$y = \dfrac{1}{3}x^2$ に $x = -4$ を代入すると，$y = \dfrac{1}{3} \times (-4)^2 = \dfrac{16}{3}$ より，$\mathrm{B}\left(-4,\ \dfrac{16}{3}\right)$　よって，直線 ℓ の傾きは，$\left(3 - \dfrac{16}{3}\right) \div \{3 - (-4)\} = -\dfrac{7}{3} \div 7 = -\dfrac{1}{3}$ より，直線 ℓ の式を $y = -\dfrac{1}{3}x + b$ とおいて，$x = 3$，$y = 3$ を代入して，$3 = -\dfrac{1}{3} \times 3 + b$ より，$b = 4$　よって，直線 ℓ の式は $y = -\dfrac{1}{3}x + 4$

(3) 直線BPの傾きは，$\left(12 - \dfrac{16}{3}\right) \div \{6 - (-4)\} = \dfrac{20}{3} \div 10 = \dfrac{2}{3}$　直線BPの式を $y = \dfrac{2}{3}x + q$ とおいて，$x = 6$，$y = 12$ を代入して，$12 = \dfrac{2}{3} \times 6 + q$ より，$q = 12 - 4 = 8$　直線APの傾きは，$\dfrac{12-3}{6-3} = 3$ より，直線 m の式は $y = 3x + 8$　よって，$y = 3x + 8$ と $y = -\dfrac{1}{3}x + 4$ を連立して解くと，$x = -\dfrac{6}{5}$，$y = \dfrac{22}{5}$ より，求める交点の座標は $\left(-\dfrac{6}{5},\ \dfrac{22}{5}\right)$

【答】(1) $(a =)\ \dfrac{1}{3}$　(2) $y = -\dfrac{1}{3}x + 4$　(3) $\left(-\dfrac{6}{5},\ \dfrac{22}{5}\right)$

初芝橋本高　2017年

14【解き方】$y = \dfrac{1}{2}x^2$ に $x = 3$ を代入すると，$y = \dfrac{9}{2}$ より，交点の座標は $\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$ なので，これを $y = x + b$ に代入して，$\dfrac{9}{2} = 3 + b$　よって，$b = \dfrac{3}{2}$

【答】$\dfrac{3}{2}$

平安女学院高　2013年

15【解き方】(1) $y = ax^2$ に $x = -3$ を代入して，$y = a \times (-3)^2 = 9a$ より，A $(-3,\ 9a)$　$x = 2$ を代入して，$y = a \times 2^2 = 4a$ より，B $(2,\ 4a)$　直線 AB の傾きは -1 なので，$\dfrac{4a - 9a}{2 - (-3)} = -1$　これを解いて，$a = 1$

(2) (1)より，A $(-3,\ 9)$，B $(2,\ 4)$　直線 AB の式を $y = -x + b$ とおいて，点 B の座標を代入すると，$4 = -2 + b$ より，$b = 6$　よって，直線 AB と y 軸の交点を C とすると，OC $= 6$ となるから，$\triangle$AOB $=$ $\triangle$AOC $+ \triangle$BOC $= \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3 + \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2 = 15$

(3) 線分 AB の中点を D とすると，D$\left(\dfrac{-3+2}{2},\ \dfrac{9+4}{2}\right)$ より，D$\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{13}{2}\right)$　よって，求める直線は原点 O を通り，傾きが，$\dfrac{13}{2} \div \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -13$ なので，その式は，$y = -13x$

(4) $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y = x^2$ の最小値は 0 で，最大値は点 A の y 座標より 9 だから，y の変域は $0 \leqq y \leqq 9$　求める 1 次関数を $y = px + q$ とおくと，$-3 \leqq x \leqq 2$ のとき $0 \leqq y \leqq 9$ となるのは，直線 $y = px + q$ が，2 点 $(-3,\ 0)$，$(2,\ 9)$ を通る場合(……㋐)と，2 点 $(-3,\ 9)$，$(2,\ 0)$ を通る場合(……㋑)。㋐の場合，$\begin{cases} 0 = -3p + q \\ 9 = 2p + q \end{cases}$ を解いて，$p = \dfrac{9}{5}$，$q = \dfrac{27}{5}$　㋑の場合，$\begin{cases} 9 = -3p + q \\ 0 = 2p + q \end{cases}$ を解いて，$p = -\dfrac{9}{5}$，$q = \dfrac{18}{5}$

よって，求める 1 次関数は，$y = \dfrac{9}{5}x + \dfrac{27}{5}$ と $y = -\dfrac{9}{5}x + \dfrac{18}{5}$

【答】(1) ($a =$) 1　(2) 15　(3) $y = -13x$　(4) $y = \dfrac{9}{5}x + \dfrac{27}{5}$，$y = -\dfrac{9}{5}x + \dfrac{18}{5}$