

# Міністерство освіти і науки України Національний технічний університет України Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського Фізико-Технічний інститут

# Симетрична криптографія

Комп'ютерний практикум 1 Експериментальна оцінка ентропії на символ джерела відкритого тексту

Варіант 4

Виконав:

Волинець Сергій ФІ-03

# Зміст

	Вступ	3
	1.1 Мета роботи	3
	1.2 Порядок виконання роботи	3
<b>2</b>	Основна частина	3
	2.1 Хід роботи	3
	2.2 Таблиці частот букв:	3
	2.3 Таблиці частот біграм:	
	2.4 Обчислення ентропії	8
3	Висновки до роботи	10

#### 1 Вступ

#### 1.1 Мета роботи

Засвоєння понять ентропії на символ джерела та його надлишковості, вивчення та порівняння різних моделей джерела відкритого тексту для наближеного визначення ентропії, набуття практичних навичок щодо оцінки ентропії на символ джерела.

#### 1.2 Порядок виконання роботи

- 0. Уважно прочитати методичні вказівки до виконання комп'ютерного практикуму.
- 1. Написати програми для підрахунку частот букв і частот біграм в тексті, а також підрахунку  $H_1$  та  $H_2$  за безпосереднім означенням. Підрахувати частоти букв та біграм, а також значення  $H_1$  та  $H_2$  на довільно обраному тексті російською мовою достатньої довжини (щонайменше 1Мб), де імовірності замінити відповідними частотами. Також одержати значення  $H_1$  та  $H_2$  на тому ж тексті, в якому вилучено всі пробіли.
- 2. За допомогою програми CoolPinkProgram оцінити значення  $H^{(10)}, H^{(20)}, H^{(30)}$ .
- 3. Використовуючи отримані значення ентропії, оцінити надлишковість російської мови в різних моделях джерела.

#### 2 Основна частина

#### 2.1 Хід роботи

Дану лабораторну роботу я буду виконувати за допомогою мови програмування Python. Вибрав її через те, що в ній багато готових рішень, які легко імплементувати і використовувати на ходу, наприклад пакети «math» чи «collections». Основну частину лабораторної роботи, а саме ітерацію по всіх буквах і біграмах, було виконано за допомоги пакету «itertools». Для обчислень ентропії був створений текст. Я взяв якусь випадкову книгу про російську прозу, видалив усі коми, крапки, тире, пробіли та зменшив великі літери. Таким чином, я отримав одне 1 292 718 буквинне слово. Мій файловий провідник, говорить, що цей файл займає 2.6MB.

Власне самі обчислення, я виконував прямолінійно. Зробив два словники. Один рахує усі входження літер чи біграм у тексті, для кожної окремо. Це потрібно мені для таблиць, які будуть наведені нижче. Другий словник, за допомоги вбудованої функції, рахує кількість входжень літери чи біграми в тексті, але як ключ, записує кількість входжень, а значення збільшує на один, тобто значення — це кількість літер чи біграм, які згадуються в тексті рівно «ключ» разів. Даний словник використовується для виконання обчислення ентропії.

#### 2.2 Таблиці частот букв:

Усього в моєму російському алфавіті 32 букви.

```
498
ъ:
    498
               ъ:
                                  1274
                                            ф:
                                                2059
                                                         щ:
                                                              4811
                                                                            5131
    9013
                   9013
                                  11076
                                                12855
                                                                            13171
ш:
              ш:
                             ю:
                                            й:
                                                          x:
                                                              12965
                                                                       ж.
                   19790
    19790
                                  20341
                                                22262
                                                          б:
                                                              22455
                                                                            22471
3:
               3:
                             ч:
                                            ы:
                                                                       \Gamma:
    22662
                   22662
                                  29157
                                                34096
                                                              36810
                                                                            40870
                                            y:
ь:
               ь:
                             я:
                                                                       д:
```

к: 41444 к: 41444 м: 42150 л: 52502 р: 55552 в: 61492

c: 73655 c: 73655 т: 79650 н: 82364 a: 93128 и: 98750

e: 115468 e: 115468 o: 144561

## 2.3 Таблиці частот біграм:

Усього існує 1024 біграми на 32 буквах ( $1024 = 32 \times 32$ ).

щщ:	0	щщ:	0	щц:	0	:куш	0	щб:	0	щл:	0
щф:	0	щф:	0	щъ:	0	щж:	0	:еш	0	щг:	0
щю:	0	щю:	0	щз:	0	цц:	0	цй:	0	цъ:	0
кы:	0	кы:	0	яы:	0	яъ:	0	зак	0	хы:	0
хъ:	0	хъ:	0	XP:	0	мъ:	0	бй:	0	йъ:	0
йь:	0	йь:	0	шщ:	0	шэ:	0	ыы:	0	ыъ:	0
ыь:	0	ыь:	0	фщ:	0	фх:	0	фй:	0	фш:	0
фъ:	0	фъ:	0	ъщ:	0	ъц:	0	ъа:	0	ъй:	0
ъш:	0	ъш:	0	ъы:	0	ъф:	0	ъъ:	0	ЪЧ:	0
ъь:	0	ъь:	0	ъз:	0	жщ:	0	жй:	0	:єж	0
: жж	0	жю:	0	пй:	0	пъ:	0	пю:	0	уы:	0
уъ:	0	уъ:	0	уь:	0	чй:	0	чы:	0	:ше	0
эц:	0	:µє	0	:RE	0	эб:	0	эи:	0	эы:	0
эф:	0	эф:	0	эъ:	0	эж:	0	эу:	0	ээ:	0
эь:	0	эь:	0	эо:	0	эю:	0	эе:	0	ьъ:	0
ьь:	0	ьь:	0	гщ:	0	гй:	0	гъ:	0	гь:	0
оъ:	0	оъ:	0	юы:	0	юъ:	0	юь:	0	еъ:	0
щх:	1	щх:	1	щй:	1	щд:	1	щт:	1	цщ:	1
цэ:	1	:ед	1	хй:	1	аъ:	1	аь:	1	иъ:	1
иь:	1	иь:	1	йы:	1	шх:	1	шй:	1	шф:	1
дй:	1	дй:	1	фц:	1	фж:	1	фч:	1	фг:	1
фю:	1	фю:	1	ъх:	1	ъл:	1	:еъ	1	ъг:	1
ър:	1	ър:	1	жх:	1	жы:	1	жъ:	1	пф:	1
пж:	1	пж:	1	чщ:	1	чц:	1	:ЄР	1	эв:	1
эш:	1	эш:	1	:РЕ	1	ьы:	1	тй:	1	гы:	1
оы:	1	оы:	1	оь:	1	еь:	1	щк:	2	щп:	2
кй:	2	кй:	2	кь:	2	бф:	2	нй:	2	йй:	2
шъ:	2	шъ:	2	фк:	2	фф:	2	ъд:	2	ъю:	2
жф:	2	жф:	2	сщ:	2	сй:	2	пэ:	2	:хР	2
чф:	2	чф:	2	эд:	2	ьй:	2	ръ:	2	зщ:	2
зй:	2	зй:	2	щш:	3	щы:	3	ще:	3	:РШ	3
цш:	3	щш:	3	къ:	3	хю:	3	нъ:	3	лй:	3
фя:	3	фя:	3	фз:	3	ъж:	3	ъо:	3	жш:	3
пх:	3	пх:	3	чб:	3	чъ:	3	:ПР	3	чз:	3
эр:	3	эр:	3	гю:	3	юй:	3	щм:	4	цф:	4
мй:	4	мй:	4	аы:	4	:кш	4	шж:	4	ыю:	4
фб:	4	фб:	4	фд:	4	ъм:	4	ъв:	4	ъп:	4
ът:	4	ът:	4	пд:	4	:жР	4	эа:	4	эг:	4
рй:	4	рй:	4	рэ:	4	зю:	4	еы:	4	цх:	5
цж:	5	цж:	5	кю:	5	вй:	5	вю:	5	дэ:	5
фэ:	5	фэ:	5	ък:	5	ъб:	5	$\Pi M$ :	5	пб:	5
пг:	5	пг:	5	пз:	5	ΓX:	5	гэ:	5	цю:	6

бю:	6	бю:	6	лщ:	6	йю:	6	шш:	6	шю:	6
дщ:	6	дщ:	6	фв:	6	ъу:	6	чд:	6	эх:	6
эй:	6	эй:	6	щв:	7	мю:	7	:РШ	7	ъс:	7
цз:	8	цз:	8	хщ:	8	шы:	8	шр:	8	фн:	8
фь:	8	фь:	8	:RР	8	гц:	8	цл:	9	иы:	9
йщ:	9	йщ:	9	дф:	9	ън:	9	жг:	9	цг:	10
бж:	10	бж:	10	ъи:	10	:кж	10	пв:	10	чм:	10
шм:	11	шм:	11	шб:	11	чп:	11	шд:	12	шз:	12
пщ:	12	пщ:	12	пш:	12	чч:	12	: Р	12	гф:	12
бг:	13	бг:	13	шг:	13	жз:	13	39:	13	гш:	14
зх:	14	зх:	14	цб:	15	бч:	15	лц:	15	чс:	15
чю:	15	: ЭНР	15	фы:	16	зш:	16	бз:	17	дъ:	17
жм:	17	жм:	17	кщ:	18	хэ:	18	бш:	18	фп:	18
бц:	19	бц:	19	жц:	19	жр:	19	эн:	19	въ:	20
жт:	20	жт:	20	цр:	21	лъ:	21	ыц:	21	фм:	21
щр:	22	щр:	22	хц:	22	нэ:	22	чв:	22	:кд	23
кэ:	23	кэ:	23	ыф:	23	сэ:	23	эз:	23	цд:	24
шс:	24	шс:	24	дю:	24	рщ:	24	кш:	25	ыэ:	25
фс:	25	фс:	25	гж:	25	нф:	26	лш:	26	лф:	26
шц:	26	шц:	26	жж:	26	вщ:	27	лэ:	27	дх:	27
пч:	28	пч:	28	ьз:	28	рф:	28	хш:	29	бэ:	29
эм:	29	эм:	29	эс:	29	ьщ:	29	юэ:	30	кф:	31
дж:	31	дж:	31	ыщ:	31	эл:	31	вф:	32	жв:	32
бд:	33	бд:	33	фт:	33	$\Gamma T$ :	33	тф:	34	щь:	35
ць:	35	ць:	35	жп:	35	уэ:	36	юф:	37	бт:	38
лх:	38	лх:	38	юю:	38	тэ:	39	цм:	40	мщ:	40
съ:	40	съ:	40	$\Gamma\Gamma$ :	40	KX:	41	мш:	41	бб:	41
дг:	41	дг:	41	зц:	41	пп:	42	тщ:	42	тш:	42
мэ:	44	мэ:	44	уц:	44	зф:	44	:шк	45	ьф:	45
цс:	46	цс:	46	цт:	46	pp:	47	жь:	49	сз:	50
сж:	51	сж:	51	ьэ:	51	юх:	51	щн:	52	HX:	52
xx:	53	xx:	53	цн:	54	фу:	54	жл:	54	гб:	54
сф:	56	сф:	56	яй:	57	хф:	57	бь:	57	чл:	58
йэ:	59	йэ:	59	:РЖ	60	яф:	61	эк:	61	тъ:	61
нл:	62	нл:	62	шв:	62	жс:	62	бп:	63	пь:	63
пц:	64	пц:	64	:кх	65	нж:	65	дб:	66	мц:	70
йц:	70	йц:	70	сш:	70	цч:	72	шп:	72	пс:	72
уф:	72	уф:	72	цп:	73	мь:	73	ыж:	73	мф:	75
нш:	76	нш:	76	эп:	76	гч:	76	кц:	77	$\Gamma M$ :	77
рл:	79	рл:	79	бк:	80	уй:	81	ЗЧ:	81	лр:	82
шт:	82	шт:	82	жо:	82	:ОР	82	дз:	84	гк:	85
$c_{\Gamma}$ :	86	сг:	86	TX:	86	кя:	88	:ЄВ	89	юш:	89
юу:	90	юу:	90	йх:	92	рц:	95	жк:	97	ыа:	98
тю:	98	тю:	98	зъ:	98	пт:	101	цк:	102	фл:	103
юц:	104	юц:	104	йя:	105	тж:	105	кг:	106	BX:	106
:ко	106	: ко	106	бх:	109	ьц:	109	иэ:	110	гп:	110
зж:	111	зж:	111	зь:	111	ьх:	112	цв:	113	йф:	115
яц:	116	яц:	116	лз:	117	MX:	118	дш:	120	пк:	120
жб:	121	жб:	121	ьж:	123	аэ:	124	вэ:	124	юл:	126
33:	126	33:	126	юе:	127	еф:	127	еэ:	127	нз:	128

хж:	130	хж:	130	що:	132	гв:	132	гс:	132	бм:	133
бв:	133	бв:	133	ЮГ:	133	нщ:	134	юа:	134	рз:	135
вц:	139	вц:	139	:жы	141	рч:	143	HM:	145	ъе:	148
ЗТ:	151	ЗТ:	151	уу:	153	кз:	156	xe:	157	дм:	157
щу:	158	щу:	158	пн:	163	:РХ	167	ыу:	168	рю:	169
кч:	173	кч:	173	чк:	176	вж:	177	йе:	177	сц:	178
лл:	179	лл:	179	йа:	181	ЮЗ:	183	ыз:	188	дд:	190
ню:	192	ню:	192	ыг:	194	вь:	197	йу:	197	хз:	198
тц:	198	тц:	198	ія:	200	сю:	200	XΓ:	204	кж:	209
:ШР	210	чш:	210	кд:	211	сб:	212	рб:	212	нг:	213
йз:	214	йз:	214	тз:	215	лб:	217	ьл:	218	TT:	221
дт:	224	дт:	224	ьа:	224	бъ:	225	мж:	233	йл:	235
оэ:	235	ю:	235	дч:	236	чр:	237	яа:	240	ya:	240
чь:	240	чь:	240	юр:	241	уя:	242	шо:	244	йж:	245
юм:	248	юм:	248	оц:	249	хб:	250	ьр:	251	лм:	254
лг:	258	лг:	258	px:	259	ац:	262	фе:	263	вб:	267
рш:	267	рш:	267	зп:	267	вч:	268	лд:	268	ьу:	270
:ка	274	:ка	274	цо:	275	фа:	275	кб:	276	рм:	284
фи:	286	фи:	286	мз:	288	пы:	290	нр:	292	:ВП	292
рп:	292	рп:	292	KM:	299	нб:	304	$\mathrm{M}\Gamma$ :	306	ыр:	306
ыч:	307	ыч:	307	аф:	313	oa:	315	лт:	316	ЗГ:	318
XT:	322	XT:	322	KK:	323	:РН	324	aa:	326	бс:	327
ью:	329	ью:	329	cp:	332	иф:	333	йг:	334	ощ:	336
:жк	337	яж:	337	XM:	340	зк:	342	цы:	344	:кк	348
гн:	350	гн:	350	ю:	350	:шк	355	йч:	359	мр:	367
ьг:	367	ьг:	367	рк:	367	дц:	371	тб:	373	зб:	377
фр:	378	фр:	378	: ЭК	379	йр:	379	дп:	380	шу:	381
йб:	385	йб:	385	cx:	388	HK:	392	рг:	394	цу:	398
тл:	401	тл:	401	лч:	402	xp:	410	йш:	411	шл:	412
яу:	414	яу:	414	юк:	416	зс:	417	ыб:	425	ге:	433
TM:	434	TM:	434	вг:	435	yx:	436	ущ:	439	дк:	440
:яЕ	440	:RE	440	шь:	448	бщ:	451	ащ:	453	MT:	454
фо:	456	фо:	456	ea:	459	ыд:	460	шк:	467	ыш:	468
оф:	469	оф:	469	мб:	474	xy:	475	ищ:	477	хл:	483
лп:	483	лп:	483	зр:	486	ыо:	491	йм:	496	зл:	497
вя:	501	вя:	501	мч:	502	XK:	505	хд:	509	жу:	520
сд:	525	сд:	525	нд:	527	нп:	527	ye:	529	yo:	532
юн:	532	юн:	532	лв:	536	:РЧ	538	сч:	542	юв:	542
яг:	549	:ПR	549	MM:	550	рж:	553	:РӨ	553	яр:	554
BM:	567	BM:	567	йо:	569	ьз:	569	ях:	578	лж:	589
кп:	590	кп:	590	лы:	598	ьд:	598	сы:	605	юи:	605
мл:	609	мл:	609	BB:	610	тд:	612	йт:	615	зм:	616
шн:	632	шн:	632	ея:	634	иа:	635	мд:	637	MK:	643
дь:	644	дь:	644	юп:	646	ке:	647	XH:	651	ьб:	653
рв:	657	рв:	657	ьш:	661	рь:	661	вз:	665	ща:	666
йк:	668	йк:	668	зе:	668	дя:	669	нв:	673	зу:	676
бн:	680	бн:	680	бя:	682	рд:	686	кв:	687	уз:	688
ющ:	699	ющ:	699	йд:	705	чу:	706	лк:	708	TT:	710
ык:	713	ык:	713	вш:	718	ею:	718	нц:	723	лн:	742
йи:	742	йи:	742	тч:	748	гу:	749	ay:	756	иш:	759

ыи:	761	ыи:	761	ып:	776	уи:	777	pt:	781	ды:	784
иж:	785	иж:	785	ец:	786	иу:	787	яб:	788	HT:	789
ьт:	794	ьт:	794	XB:	799	зи:	803	йв:	805	KC:	814
юс:	814	юс:	814	ье:	823	ия:	831	:ЕR	850	ьо:	851
уш:	862	уш:	862	яе:	863	ба:	863	дс:	863	ци:	867
xc:	869	xc:	869	ай:	876	ул:	878	пл:	898	pc:	906
яч:	917	яч:	917	:RT	921	ox:	927	ey:	927	вд:	935
ял:	946	ял:	946	xa:	955	зы:	956	ош:	962	эт:	967
кл:	968	кл:	968	хп:	999	хи:	1001	MB:	1009	уб:	1020
ша:	1022	ша:	1022	ца:	1024	BK:	1028	oy:	1034	$T\Pi$ :	1059
юб:	1071	юб:	1071	TK:	1079	чн:	1100	гр:	1112	гл:	1115
30:	1126	30:	1126	би:	1133	OR:	1137	йп:	1145	BT:	1172
ещ:	1177	ещ:	1177	KH:	1179	ья:	1184	CM:	1185	ьп:	1202
KT:	1205	KT:	1205	ыт:	1207	яд:	1213	yp:	1214	нь:	1219
ын:	1222	ын:	1222	юд:	1228	еш:	1230	рн:	1243	иг:	1249
ao:	1257	ao:	1257	иц:	1257	ьи:	1266	ун:	1283	пу:	1298
ьв:	1302	ьв:	1302	ук:	1307	ги:	1330	ex:	1344	це:	1357
ию:	1363	ию:	1363	вп:	1367	ву:	1372	мы:	1378	ыс:	1379
жн:	1402	жн:	1402	ям:	1440	щи:	1445	га:	1453	вр:	1457
дв:	1469	дв:	1469	йн:	1470	лс:	1506	MC:	1526	ую:	1554
ты:	1558	ты:	1558	дл:	1559	ьм:	1560	ою:	1593	:RO	1605
$M\Pi$ :	1610	$M\Pi$ :	1610	гд:	1611	яи:	1621	зд:	1624	зв:	1627
сн:	1628	сн:	1628	па:	1629	жа:	1642	др:	1646	аж:	1655
yB:	1662	ув:	1662	ря:	1666	як:	1667	аг:	1676	ют:	1694
ax:	1704	ax:	1704	HC:	1705	жд:	1734	уг:	1743	аш:	1772
бл:	1775	бл:	1775	бу:	1779	ач:	1832	вл:	1835	аи:	1866
яп:	1868	яп:	1868	ый:	1868	аю:	1902	аб:	1941	ту:	1995
ши:	2000	ши:	2000	йс:	2001	ум:	2011	ыв:	2014	ий:	2029
еж:	2035	еж:	2035	ир:	2038	бр:	2042	иб:	2043	яс:	2070
ку:	2095	ку:	2095	eo:	2115	ьк:	2119	ым:	2127	ры:	2141
ыл:	2181	ыл:	2181	ых:	2185	ио:	2208	cy:	2209	уж:	2233
ще:	2262	ще:	2262	жи:	2268	ые:	2290	cc:	2297	уч:	2297
ну:	2298	ну:	2298	ee:	2339	лу:	2353	еи:	2370	ня:	2379
00:	2380	00:	2380	лю:	2382	уп:	2433	03:	2449	яв:	2476
пи:	2529	пи:	2529	ду:	2539	ЗН:	2631	еч:	2640	yt:	2681
yc:	2696	yc:	2696	ая:	2709	вы:	2744	ез:	2744	BH:	2767
TH:	2790	TH:	2790	ca:	2825	ae:	2888	кр:	2960	дн:	2988
сь:	2990	сь:	2990	ше:	2994	сп:	2995	ич:	2996	ьс:	3002
пе:	3089	пе:	3089	бе:	3149	ля:	3157	TC:	3160	ид:	3175
ож:	3175	ож:	3175	ап:	3191	xo:	3211	еб:	3213	си:	3236
ят:	3283	ят:	3283	ьн:	3283	ча:	3355	py:	3362	ек:	3362
ад:	3369	ад:	3369	ей:	3466	MH:	3553	ии:	3654	св:	3662
ма:	3684	ма:	3684	ип:	3764	ян:	3792	чи:	3803	му:	3851
уд:	3870	уд:	3870	ок:	3870	ди:	3909	оч:	3966	бо:	4007
Tp:	4064	Tp:	4064	их:	4169	ой:	4203	ap:	4292	ия:	4314
сл:	4332	сл:	4332	бы:	4478	ои:	4491	из:	4539	нн:	4650
чт:	4764	чт:	4764	же:	4841	еп:	4890	аз:	4907	co:	4927
ки:	4994	ки:	4994	за:	5054	oe:	5093	ам:	5247	ев:	5312
ег:	5379	ег:	5379	ми:	5407	че:	5454	BC:	5576	ся:	5599
оп:	5616	оп:	5616	ил:	5690	ви:	5740	ик:	5898	ce:	5933
	-		-	-			-			-	

до:	5979	до:	5979	ль:	6003	ед:	6092	ие:	6184	ив:	6208
ны:	6332	ны:	6332	ле:	6442	ме:	6521	им:	6649	ck:	6700
TB:	6710	TB:	6710	да:	6824	ab:	6996	ти:	7064	MO:	7085
ло:	7152	ло:	7152	ac:	7268	ла:	7343	ри:	7445	об:	7563
ак:	7620	ак:	7620	ис:	7991	ог:	8047	ем:	8150	ал:	8274
ан:	8308	ан:	8308	ол:	8403	де:	8455	та:	8491	ep:	8491
ит:	8531	ит:	8531	ин:	8547	ка:	8555	те:	8595	ва:	8721
ве:	8752	ве:	8752	om:	8891	ет:	9028	at:	9064	OH:	9308
од:	9581	од:	9581	op:	9606	ть:	9823	ел:	9879	pe:	9907
ли:	10050	ли:	10050	po:	10676	OT:	10680	ec:	11227	pa:	11912
пр:	12048	пр:	12048	BO:	12715	го:	13384	на:	13897	по:	13938
не:	13999	не:	13999	oc:	14454	ко:	14584	OB:	14745	HO:	14890
ни:	14974	ни:	14974	ен:	15006	TO:	17621	ct:	19552		

#### 2.4 Обчислення ентропії

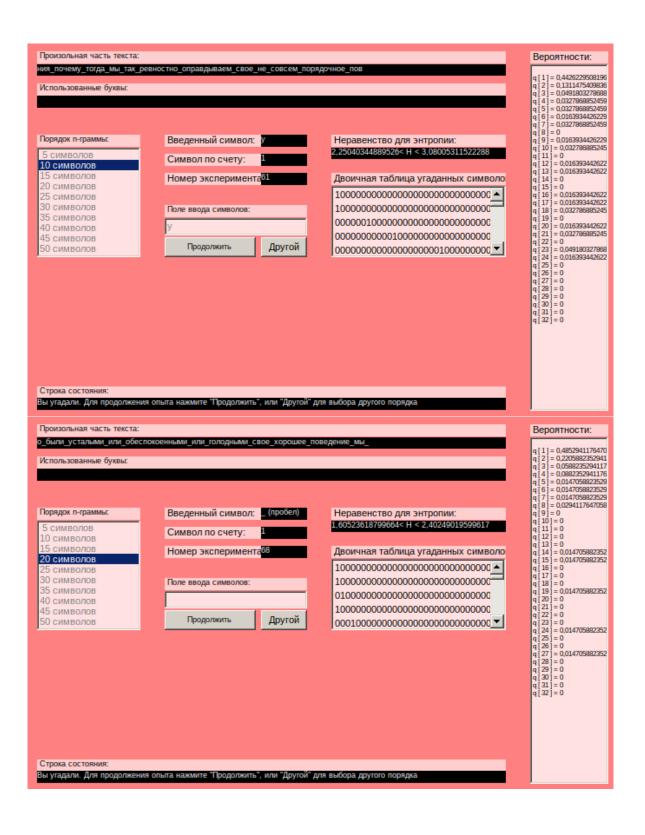
Для обчислення ентропії, а саме ймовірності, я обчислюю спочатку величину «sum \_of \_ symbols», яка рівна кількості входжень усіх символів. ЇЇ я обчислюю як суму добутків ключа на значення в другому словнику. Для літер, можливо, це зайве, але для біграм іншого способу я не придумав. Ймовірність, власне, я обчислюю як значення ключа (кількість входжень символу), поділене на кількість усіх символів. Далі я множу це значення на логарифм цієї імовірності і домножую на значення словника по даному ключу, що виключає потребу додавати одне і те саме «значення словника по даному ключу» разів.

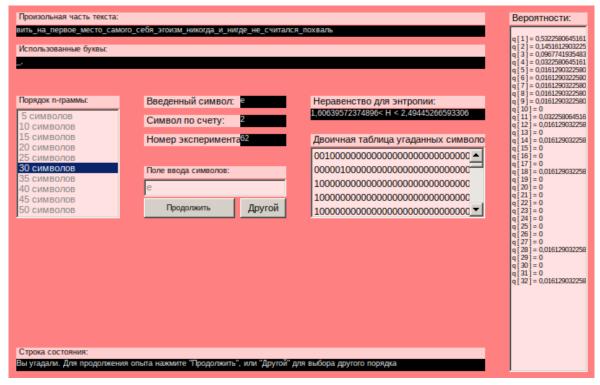
При обчисленні ентропії, я отримав наступні результати

$$\begin{array}{rcl} \log_2(32) & = & 5 \\ H_1 & = & 4.45 \\ \hline \log_2(32^2) & = & 10 \\ H_2 & = & 8.25 \end{array}$$

Значення логарифму наведені для відчуття правильності обчислень, бо значення ентропії повинне бути меньшим за відповідий логарифм.

Для обчислення інших ентропій я скористувався наданою програмою.





Отже:

$$H^{(10)} \approx 2.6$$
$$H^{(20)} \approx 2.0$$

 $H^{(30)} \approx 2.0$ 

Тобто:

$$H_{\infty} = \lim_{n \to \infty} H^{(n)} \approx 2$$

А отже надлишковість російської мови:

$$R = 1 - \frac{H_{\infty}}{H_0} = 1 - \frac{2}{\log_2(32)} = 0.6$$

## 3 Висновки до роботи

Як ми бачимо, російська мова не надто надлишкова. Ми можимо скоротити повідомлення цією мовою, лише в 0.6 разів без втрати сенсу.