

Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут»

Фізико технічний інститут

Кафедра математичних методів захисту інформації МЕТОДИ
РЕАЛІЗАЦІЇ КРИПТОГРАФІЧНИХ МЕХАНІЗМІВ

Лабораторна робота №1

Тема: “Вибір та реалізація базових фреймворків та бібліотек”

Виконали:

Морозюк Анастасія,

Гетьман Дмитро,

Мітрофанова Еліна

Перевірила:

Селюх П.В.

Київ – 2021

Мета роботи:

Вибір базових бібліотек/сервісів для подальшої реалізації криптосистеми.

Завдання: дослідження алгоритмів реалізації арифметичних операцій над великими (багато розрядними) числами над скінченими полями та групами з точки зору їх ефективності за часом та пам'яттю для різних програмно-апаратних середовищ.

Бібліотеки багаторозрядної арифметики, вбудовані в програмні платформи C++/C# (BigInteger), Java (BigInt) та Python (обрати одну з них) для процесорів із 32-розрядною архітектурою та обсягом оперативної пам'яті до 8 ГБ (робочі станції)

Конструктори:

BigInteger(Byte[])	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи значення у масиві типу byte.
BigInteger(Decimal)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи значення Decimal.
BigInteger(Double)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи значення з плаваючою комою подвійної точності.
BigInteger(Int32)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи 32-розрядне ціле число.
BigInteger(Int64)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи 64-розрядне ціле число зі знаком.
BigInteger(Single)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи значення з плаваючою комою одиночної точності.
BigInteger(UInt32)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger за допомогою 32-розрядного цілого числа без знака.
BigInteger(UInt64)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи 64-розрядне ціле без знака.
BigInteger(ReadOnlySpan<Byte>, Boolean, Boolean)	Ініціалізує новий екземпляр структури BigInteger, використовуючи значення в

	діапазоні байтів, доступному тільки для читання, і при необхідності вказуючи кодування підпису та порядок байтів.
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Властивості:

IsEven	Вказує, чи значення поточного об'єкта BigInteger дорівнює парному числу.
IsOne	Вказує, чи значення поточного об'єкта BigInteger має значення One.
IsPowerOfTwo	Вказує, чи значення поточного об'єкта BigInteger ступеня двох.
IsZero	Вказує, чи значення поточного об'єкта BigInteger значення Zero.
MinusOne	Отримує значення, яке становить мінус одиницю (-1).
One	Отримує значення, що становить одиницю (1)..
Sign	Отримує число, що вказує на знак (мінус, плюс або нуль) поточного об'єкта BigInteger.
Zero	Отримує значення, що становить 0 (нуль).

Методи:

Abs(BigInteger)	Отримує повне значення об'єкта BigInteger.
Add(BigInteger, BigInteger)	Складає два значення BigInteger та повертає результат.
Compare(BigInteger, BigInteger)	Порівнює два значення BigInteger і повертає ціле значення, яке показує, більше або менше перше значення порівняно з другим або дорівнює йому.
CompareTo(BigInteger)	Порівнює даний екземпляр з іншим екземпляром BigInteger і повертає ціле число, яке показує, чи значення даного

	екземпляра є меншим, більшим або рівним значенню зазначеного об'єкта.
CompareTo(Int64)	Порівнює даний екземпляр з 64-розрядним знаковим цілим числом і повертає ціле число, яке показує, чи значення даного екземпляра є меншим, більшим або рівним значенню 64-бітового знакового цілого числа.
CompareTo(Object)	Порівнює даний екземпляр із зазначеним об'єктом і повертає ціле число, яке показує, чи є значення даного екземпляра менше, більше або дорівнює значенню заданого об'єкта.
CompareTo(UInt64)	Порівнює даний екземпляр з 64-розрядним цілим числом без знака і повертає ціле число, яке показує, чи значення даного екземпляра є меншим або більшим у порівнянні зі значенням 64-бітового цілого числа без знака або рівним йому.
Divide(BigInteger, BigInteger)	Поділяє одне значення BigInteger на інше і повертає результат.
DivRem(BigInteger, BigInteger, BigInteger)	Поділяє одне значення BigInteger на інше, повертає результат, а також повертає залишок у вигляді параметра виводу.
Equals(BigInteger)	Повертає значення, що визначає чи поточний екземпляр і вказаний об'єкт BigInteger.
Equals(Int64)	Повертає значення, що визначає, чи рівні поточний екземпляр та 64-розрядне ціле число зі знаком.
Equals(Object)	Повертає значення, яке визначає, чи рівні поточний екземпляр та вказаний об'єкт.
Equals(UInt64)	Повертає значення, що визначає, чи рівні поточний екземпляр та 64-розрядне ціле число без знака.

GetBitLength()	Повертає число біт, необхідних для найкоротшого представлення поточного екземпляра додатковому коді без знакового біта.
GetHashCode()	Повертає хеш-код для поточного об'єкта BigInteger.
GetByteCount(Boolean)	Повертає число байтів, яке буде виводитися ToByteArray(Boolean, Boolean) та TryWriteBytes(Span<Byte>, Int32, Boolean, Boolean).
GreatestCommonDivisor(BigInteger, BigInteger)	Знаходить найбільший спільний дільник двох значень BigInteger.
Log(BigInteger)	Повертає натуральний логарифм (з основою e) вказаного числа.
Log(BigInteger, Double)	Повертає логарифм зазначеного числа у системі числення із зазначеною основою.
Max(BigInteger, BigInteger)	Повертає найбільше із двох значень BigInteger.
Min(BigInteger, BigInteger)	Повертає найменше із двох значень BigInteger.
ModPow (BigInteger, BigInteger, BigInteger)	Виконує модульний розподіл числа, зведеного в міру іншого числа.
Multiply(BigInteger, BigInteger)	Повертає добуток двох значень BigInteger.
Negate(BigInteger)	Змінює знак вказаного BigInteger.
Parse(ReadOnlySpan<Char>, NumberStyles, IFormatProvider)	Перетворює представлення числа, що міститься у вказаному діапазоні символів тільки для читання у вказаному стилі на його еквівалент BigInteger.
Pow(BigInteger, Int32)	Зводить значення BigInteger у заданий рівень.
Remainder (BigInteger, BigInteger)	Виконує цілий поділ двох значень BigInteger і повертає залишок.

Subtract(BigInteger, BigInteger)	Віднімає одне значення BigInteger з іншого та повертає результат.
ToByteArray()	Перетворює значення BigInteger на масив байтів
ToString()	Перетворює числове значення поточного об'єкта BigInteger на еквівалентне йому рядкове уявлення.
TryFormat(Span<Char>, Int32, ReadOnlySpan<Char>, IFormatProvider)	Форматує цей екземпляр довгого цілого числа діапазон символів.
TryParse(ReadOnlySpan<Char>, BigInteger)	Намагається перетворити уявлення числа, що міститься у вказаному діапазоні символів тільки для читання, в його еквівалент типу BigInteger і повертає значення, що визначає, успішно виконано перетворення.

Більше методі можна знайти в офіційній документації.

Оператори:

Addition(BigInteger, BigInteger)	Складає значення двох зазначених об'єктів BigInteger.
BitwiseAnd(BigInteger, BigInteger)	Виконує бітову операцію And для двох значень BigInteger.
BitwiseOr(BigInteger, BigInteger)	Виконує бітову операцію Or для двох значень BigInteger.
Decrement(BigInteger)	Зменшує значення BigInteger на 1.
Division(BigInteger, BigInteger)	Поділяє вказане значення BigInteger на інше вказане значення BigInteger, використовуючи цілісний поділ.
Equality(BigInteger, BigInteger)	Повертає значення, яке вказує, чи рівні значення двох об'єктів BigInteger.

Equality(BigInteger, Int64)	Повертає значення, яке вказує, чи рівні значення BigInteger і довге ціле число знакового
ExclusiveOr(BigInteger, BigInteger)	Виконує бітову операцію виключає Or (XOr) для двох значень BigInteger.
Explicit(BigInteger to Byte)	Визначає явне перетворення об'єкта BigInteger на байтове значення без знака.
GreaterThan(BigInteger, BigInteger)	Повертає значення, що визначає, чи значення типу BigInteger дійсно більше іншого значення типу BigInteger.
Implicit(Byte to BigInteger)	Визначає неявне перетворення значення типу byte без знака значення BigInteger.
Increment(BigInteger)	Збільшує значення BigInteger на 1.
Inequality(BigInteger, BigInteger)	Повертає значення, яке вказує, чи мають два об'єкти BigInteger різні значення.
LeftShift(BigInteger, Int32)	Зсуває значення BigInteger на вказану кількість бітів вліво
LessThan(BigInteger, BigInteger)	Повертає значення, що визначає, чи значення типу BigInteger дійсно менше іншого значення типу BigInteger.
LessThanOrEqual(BigInteger, BigInteger)	Повертає значення, що визначає, чи значення типу BigInteger дійсно менше або дорівнює іншому значенню типу BigInteger.
Modulus (BigInteger, BigInteger)	Повертає залишок від поділу двох заданих значень BigInteger.
Multiply(BigInteger, BigInteger)	Помножує два задані значення BigInteger.
OnesComplement(BigInteger)	Повертає результат бітової операції доповнення до одиниці значення BigInteger.
RightShift(BigInteger, Int32)	Зсуває значення BigInteger на вказану кількість бітів праворуч.

Subtraction(BigInteger, BigInteger)	Віднімає значення BigInteger з іншого значення BigInteger.
UnaryNegation(BigInteger)	Змінює знак вказаного BigInteger.
UnaryPlus(BigInteger)	Повертає значення операнда BigInteger. (Знак операнда не змінюється.)

Більше операторів можна знайти в офіційній документації.

Хід роботи

В ході роботи ми розглядали різні методи, конструктори та оператори з класу `BigInteger`. Ми генерували великі числа шляхом генерування випадкового масиву байтів та за допомогою конструктора `BigInteger(Byte[])` створювався `BigInteger`. З утвореними великими числами було проведено різні операції та її порівняння.

Великі числа `C#` можна створювати за допомогою методу `Parse` - перетворює рядкове представлення числа його еквівалент типу `BigInteger`. Що ми також зробили, але в цьому випадку можуть виникати додаткові труднощі.

Дуже часто великі числа для подальшої роботи з ними знаходять у форматі `Hex` саме тому ми написали метод `ParseHex`, який приймає на вхід стрінг у форматі `Hex`, та повертає у десятковому аби продовжувати роботу з ним.

Оскільки при роботі зі стандартним методом `Parse(String, IFormatProvider)` ми зіткнулися з певними труднощами, а саме дуже великі числа поверталися негативними використовуючи цей метод. Ось приклад роботи: Було задано однакові числа в вигляді `Hex` та з них створено нові екземпляри класу `BigInteger`, але результат вийшов різний:

```
input: A12497B017796C126D89EAE27D6A7A752123FFF2167A676DDCBE67EE67A12497B017796C126D89EAE27D6A7A752123FFF2167A676DDCBE67EE67
number1: 7675899322597785684355881948137148667328188876173978080013647575659820130102393062380706383334014337754537729082568091443685992133391429398119
number2: -4518430952074058969478482230742407214502275938664097596464394473935379391526146889248438283198232052218080833588596571592232669367670259847577
```

Така поведінка може значно вплинути на результат роботи, наприклад якщо ми захочемо піднести одне велике число у степінь іншого великого числа, то ми отрумаємо виключення якщо показних степеню буде від'ємним.

Також ми самостійно написали функцію генерування масиву байтів заданої довжини `GenerateRandomByteSeed` та створюємо за допомогою масивів нові великі числа `BigInteger` для подальшої роботи.

Таким чином для різної байтової довжини, в нашому випадку 64, 128 та 256 було створено пару чисел та виконано різні арифметичні операції, а саме додавання, віднімання, множення та ділення за допомогою відповідних операторів та методів класу `BigInteger`.

Нижче наведено скріншоти з прикладом виконання, як і очукувалось результат виконання арифметичної операції за допомогою методу та оператора однаковий, проте час виконання різний. Нижче наведено таблицю часу роботи операції для різної довжини.

	64 байта	128 байтів	256 байтів
Додавання метод	00:00:00.0046867	00:00:00.0000100	00:00:00.0000510
Додавання оператор	00:00:00.0000052	00:00:00.0000502	00:00:00.0000173
Віднімання метод	00:00:00.0000316	00:00:00.0000106	00:00:00.0000104
Віднімання оператор	00:00:00.0000173	00:00:00.0000292	00:00:00.0000120
Множення метод	00:00:00.0001584	00:00:00.0007510	00:00:00.0000416
Множення оператор	00:00:00.0000133	00:00:00.0001731	00:00:00.0000261
Ділення метод	00:00:00.0001075	00:00:00.0000143	00:00:00.0000116
Ділення оператор	00:00:00.0000130	00:00:00.0000122	00:00:00.0002398
Піднесення до степеня метод	00:00:00.0002630	00:00:00.0000305	00:00:00.0000707

Піднесення до степеня оператор	00:00:00.0000410	00:00:00.0000168	00:00:00.0000397
-----------------------------------	------------------	------------------	------------------

Результати роботи програми:

```
input: A12497B017796C126D89EAE27D6A7A752123FFF2167A6767DDCBE67EE67A12497B017796C126D89EAE27D6A7A752123FFF2167A6767DDCBE67EE67
number1: 7675899322597785684355881948137148667328188876173978080013647575659820130102393062380706383334014337754537729082568091
443685992133391429398119
number2: -451843095207405896947848223074240721450227593866409759646439447393537939152614688924843828319823205221808083358859657
1592232669367670259847577
=====
=====

Numbers creation:
Byte length: 64
number1: 0D104CEA2474F4115BEFD21AB1F502060A187D1CEF4CEF74187DAE9F562385D9CAA58E6EAD858663FD77572952B8AC68A7655ABBF7A885EB7EEA7F
AAD8E198A
number2: 0B8563529CAEE17CAF88ECB9F063612959536A3D76FD0C9D483A7B22EA7AEE8DF560AED715A68F811066628CDE3EF333E91F275F35348E662D4BD
05A702731

-----

Sum of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Sum: 1895B03CC123D58E0B78BED4A258632F636BE75A664A303DED01565184CB34C2A9FB995C1EDFEF5C0E7DBD52209C9B9BE5F74D31EAFBCED1E1BF3CB07F
E40BB
Time: 00:00:00.0046867
Operator:
Sum: 1895B03CC123D58E0B78BED4A258632F636BE75A664A303DED01565184CB34C2A9FB995C1EDFEF5C0E7DBD52209C9B9BE5F74D31EAFBCED1E1BF3CB07F
E40BB
Time: 00:00:00.0000052

-----

Subtraction of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Subtraction: 1895B03CC123D58E0B78BED4A258632F636BE75A664A303DED01565184CB34C2A9FB995C1EDFEF5C0E7DBD52209C9B9BE5F74D31EAFBCED1E1
BF3CB07FE40BB
Time: 00:00:00.0000316
Operator:
Subtraction: 1895B03CC123D58E0B78BED4A258632F636BE75A664A303DED01565184CB34C2A9FB995C1EDFEF5C0E7DBD52209C9B9BE5F74D31EAFBCED1E1
BF3CB07FE40BB
Time: 00:00:00.0000173

-----

Division of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Division: 1
Time: 00:00:00.0001075
Operator:
Division: 1
Time: 00:00:00.0000130
```

Multiplication of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Multiplication: 09681D78A2C01CD19A12EBAD8D4D026ACDEA22AF796AE8003BA4E319B8EF35DFCFA1980D5403D487B9FF0609109C8974F6BD4A25C64CD05E1CF353F718843AC2740D806C86685CE341A6BAD547795B7CE5DC7DF967A639416300CADA2BC718C5CD51F5286F369D135C4D45C72CCC443BFBE8AAE3F26D74D2768B18E76E96A
Time: 00:00:00.0001584
Operator:
Multiplication: 09681D78A2C01CD19A12EBAD8D4D026ACDEA22AF796AE8003BA4E319B8EF35DFCFA1980D5403D487B9FF0609109C8974F6BD4A25C64CD05E1CF353F718843AC2740D806C86685CE341A6BAD547795B7CE5DC7DF967A639416300CADA2BC718C5CD51F5286F369D135C4D45C72CCC443BFBE8AAE3F26D74D2768B18E76E96A
Time: 00:00:00.0000133

Power of number using method vs operator:
Method:
Power: 08B570DF1BFE6D9999B4A959B6681AC38E2515A22D63FE83CE60A4E3F1B333D199858A36E5FB05FC2FECA291C7FB7D7028FB03117BC7838A52736317D4F5CBA40B0882D21941E8531FCD9DC5F39CEFAE35CD2A8147AB3217D5D391271AA795AE49BF4C07C153288465237A3D41F0D58162B04AFAD5170F0B3F6CBCF4D18D8B0E11B9613BE3364D706E1858ADAEB080234FEB407BF8BC188D6BEB5EDE5832C7AF9485998997F3BCCDF672BEB652E48FB58C4AC935624DFB820DA01965E8
Time: 00:00:00.0002630
Operator:
Power: 08B570DF1BFE6D9999B4A959B6681AC38E2515A22D63FE83CE60A4E3F1B333D199858A36E5FB05FC2FECA291C7FB7D7028FB03117BC7838A52736317D4F5CBA40B0882D21941E8531FCD9DC5F39CEFAE35CD2A8147AB3217D5D391271AA795AE49BF4C07C153288465237A3D41F0D58162B04AFAD5170F0B3F6CBCF4D18D8B0E11B9613BE3364D706E1858ADAEB080234FEB407BF8BC188D6BEB5EDE5832C7AF9485998997F3BCCDF672BEB652E48FB58C4AC935624DFB820DA01965E8
Time: 00:00:00.0000410

Numbers creation:
Byte length: 128
number1: 0EB0AA1C8638AC058A20C4E436805B4C8C0E0117380ADF5D683F15342583B4C20725CE23427814925740B2BF8013D00C16E070EB66EF570CE3FC84AADB03564CD05508068C722D0CE977F69F07C359ECE9E0378BC095270F2C5AA57F74FE1A5DEFCA72D9F0B9EC5E6C41708DEE8357997BF9A8E5513607532EF8C078D0994E5
number2: 0C1457C4ECBFA633FCCFE36DBE43C23A9323E0A1B1731A0E399BF136CF9A044AE013B89E9F8F44406A1C43D95E57FD7B10994FDE07DADCE4A2E75420F01050409941B5ABBE2C3D2F1E87C9E67CCF58DCCF1472FDAAD9CA5CF677163624638D6BAAB9653D5BA6C67B91A7BA4709C5C145AC66738F70AFC3F959B661B4A8CFD7

Sum of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Sum: 1AC501E172F8523986F0A851F4C41D871F31E1B8E97DF96BA1DB066AF51DB90CE73986C1E20758D2C15CF698DE6BCD872779C0C96ECA33F186E3D8CBCB13A68D6996BDB24B54F0DFDB60733D6F904F7AB6D17EBB9B42C3B4FBC216E2D7445334AA76092DC67458C6255BEC325F1FB3ADD6C0101E48410392C49426941B264BC
Time: 00:00:00.0000100
Operator:
Sum: 1AC501E172F8523986F0A851F4C41D871F31E1B8E97DF96BA1DB066AF51DB90CE73986C1E20758D2C15CF698DE6BCD872779C0C96ECA33F186E3D8CBCB13A68D6996BDB24B54F0DFDB60733D6F904F7AB6D17EBB9B42C3B4FBC216E2D7445334AA76092DC67458C6255BEC325F1FB3ADD6C0101E48410392C49426941B264BC
Time: 00:00:00.0000502

Subtraction of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Subtraction: 1AC501E172F8523986F0A851F4C41D871F31E1B8E97DF96BA1DB066AF51DB90CE73986C1E20758D2C15CF698DE6BCD872779C0C96ECA33F186E3D8CBCB13A68D6996BDB24B54F0DFDB60733D6F904F7AB6D17EBB9B42C3B4FBC216E2D7445334AA76092DC67458C6255BEC325F1FB3ADD6C0101E48410392C49426941B264BC
Time: 00:00:00.0000106
Operator:
Subtraction: 1AC501E172F8523986F0A851F4C41D871F31E1B8E97DF96BA1DB066AF51DB90CE73986C1E20758D2C15CF698DE6BCD872779C0C96ECA33F186E3D8CBCB13A68D6996BDB24B54F0DFDB60733D6F904F7AB6D17EBB9B42C3B4FBC216E2D7445334AA76092DC67458C6255BEC325F1FB3ADD6C0101E48410392C49426941B264BC
Time: 00:00:00.0000292

Division of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Division: 1
Time: 00:00:00.0000143
Operator:
Division: 1
Time: 00:00:00.0000122

```

    Multiplication of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Multiplication: 08172CFF72CF01C79C884E87CDB0C0240022A9A4A486AFD6762C868CF4AD86E2D5D718A74CAFED52C6CA913DDE89862D985121F6CD99E6C
63245C78EBF08CD24F06AF7121D22689470E5D9AD659BF16969A362604E8144668169874337B527EF355CD91B642E9EA120AC94E5819DA1A0800B4EA5A4B988
B3D8C02BADEBF312A1E03C55DA343A88A2B83562C85D1200BF4E9E5A7654426F5953C0C752232F616343D81CA16D68F3FC7663FE2ACA514BA74F6998638B69E
BEE4675FC1BE045C2A43D9905063F29A9F1CFAAFC9C26A37B0D7A4E06F67F2DA7369A2C0D73ABA944660E4DF34F54CF02FE4659610E3B201E6315EE5D7E635EF
E6EA13921ECB93753
Time: 00:00:00.0007510
Operator:
Multiplication: 08172CFF72CF01C79C884E87CDB0C0240022A9A4A486AFD6762C868CF4AD86E2D5D718A74CAFED52C6CA913DDE89862D985121F6CD99E6C
63245C78EBF08CD24F06AF7121D22689470E5D9AD659BF16969A362604E8144668169874337B527EF355CD91B642E9EA120AC94E5819DA1A0800B4EA5A4B988
B3D8C02BADEBF312A1E03C55DA343A88A2B83562C85D1200BF4E9E5A7654426F5953C0C752232F616343D81CA16D68F3FC7663FE2ACA514BA74F6998638B69E
BEE4675FC1BE045C2A43D9905063F29A9F1CFAAFC9C26A37B0D7A4E06F67F2DA7369A2C0D73ABA944660E4DF34F54CF02FE4659610E3B201E6315EE5D7E635EF
E6EA13921ECB93753
Time: 00:00:00.0001731

-----

    Power of number using method vs operator:
Method:
Power: 0C621B4E1F12F1306820F3A40DF6013D701D5777E3AE1C9EA0828E2745FE33D70C9A27A25E8CEBD519AB825DD98B80F357CDF49C67F48BA6261ABC8
B33CA9737F8717EB8DB7BD22F1FCB3E596280F2C52DF3D32D89BB8A8B1EF2671321C72AD7BECDACB7265C2F374C1606BB95BFA2A8329D46CCBB2A342A7241D63
A28833A4777F0CE46E8748635CCA27BDFC9EC5E7985AC270F6C154506A9FE06607FC44DCED03E03305563DB03884DC526BF0C0B69C101AC7A7D7E140BB53F2D
B818AE7A45C74F0241A03E73C604DCE4608AC1F1C917DDB5AF1BDDDFE6C5C6B3DE7BAB6B352A58480D373829DC8BD8F702BA1AE146F9879AF0861A02738B6B6
CACB9BA9ED8FB68968311C63F8338C1D5B56639BB88784E192660EE54BDC40629E0EC5740AA62696AB8F6D0F2CF77640EAAE24061601E172E2BA52A4D0CF09
D80C77521B1A7F4A54485A709071517D030BB229CFE18D137CA5CDC4BE8FC7173BAC413F697E43CC0473E3607B906D3E3E9ADA5CE904827941FA46943359EAF
83529A1D
Time: 00:00:00.0000305
Operator:
Power: 0C621B4E1F12F1306820F3A40DF6013D701D5777E3AE1C9EA0828E2745FE33D70C9A27A25E8CEBD519AB825DD98B80F357CDF49C67F48BA6261ABC8
B33CA9737F8717EB8DB7BD22F1FCB3E596280F2C52DF3D32D89BB8A8B1EF2671321C72AD7BECDACB7265C2F374C1606BB95BFA2A8329D46CCBB2A342A7241D63
A28833A4777F0CE46E8748635CCA27BDFC9EC5E7985AC270F6C154506A9FE06607FC44DCED03E03305563DB03884DC526BF0C0B69C101AC7A7D7E140BB53F2D
B818AE7A45C74F0241A03E73C604DCE4608AC1F1C917DDB5AF1BDDDFE6C5C6B3DE7BAB6B352A58480D373829DC8BD8F702BA1AE146F9879AF0861A02738B6B6
CACB9BA9ED8FB68968311C63F8338C1D5B56639BB88784E192660EE54BDC40629E0EC5740AA62696AB8F6D0F2CF77640EAAE24061601E172E2BA52A4D0CF09
D80C77521B1A7F4A54485A709071517D030BB229CFE18D137CA5CDC4BE8FC7173BAC413F697E43CC0473E3607B906D3E3E9ADA5CE904827941FA46943359EAF
83529A1D
Time: 00:00:00.0000168
=====
```

```

    Numbers creation:
Byte length: 256
number1: 5B7FCADF267AC164E97F28FD4651A009A078B9182F8746A2B1D46051E87E14A3F3C8BA1EC24B611A47F95EBA9806E19E0D3534FEB3754E169E8D49
8895085D4739C00428F0AE3ED4766C8D7D9EE42FFA5CF65946C64E64F7F1ABCC0020D87D577FC9EC7013E946778FA4C176C3FC16A8D069601CDD0544D888056
68415B9CFC383FABD5F4FB064BD12371B0A26ECDF5730E2BAF09B0AC345CED8565FB479F960573046A97F14D4859FC27AD009A0C50D6B622CB450D537876454
519C05BD893AE424AAECFA68B95C970AC5D2923388AD898A22B4E184BBB060FED2514EE4531ECFBAE0924E4F988D160E380C85978637A5A08058DC88F4C5B7F
93B92F6D06A
number2: 1789CB2594D6727A39AB3FA2AEF51FC1C5C67EF5890BF320D053B2956F5EFD65A4BC6A4F4C58B3EE15044E56AD5E1980D905F955580624F701A
5AD9A5D4CA7D90AA77908E2A807CF1BD6FB8E0304D67DEE1FE21738080D1D854CF81417DFB510B2415B73DC07A08B2D215D6513EA43F9C9C56A125D6A2A661B
45009363F4E0793C1F9846FE904358223F71526E2862B5E05C190848E1204A985A141F5FD2FAAE83CB8D86902445D2DDA3037DB4C2B02F6450665E937434C9A
6287B4463110B25BD36152E47D70646BAAC8C7DBAC673039E77305AF8B7D498E9D56DA66AF08F5A20BE4437C64EA694AB6F16681D1E9F03DE634F26B2BE401
6DEB6CFE7BB

-----

    Sum of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Sum: 73099622BAC8295763B8D43CE90095269C9515801EDFD761E3E1658D11D50A93CA2305E5674026A586DAAEFF7D71B77FA542C55E48CACE78EDF063E36E
AE3211B750AEA0813C6961F35E4AED5AC46047C4D53B44E7C1E578C38720CFA21A05D0C907C2DCB87C54E187AD1E2D4291000ECD05FC737EFB1B7B2E671AD41
EF00F118B8E7F58D42D4DC147B93F013C13DFDD5C40C0B22B8F5D4661970B073D9D9CC5B05B4123705A4F8CB72A01DD417C11386E5871BAB6BE6ECA0EEB423
BA03EA4B96807E4E4D436CCFB76709B5A0F3514B9C40A27E734472DAA8D6FA8294B0227C55CEC7691CBFD777F58EEFDEC19582195DE6EBC2BAFA783F8101A4
9C6B825
Time: 00:00:00.0000510
Operator:
Sum: 73099622BAC8295763B8D43CE90095269C9515801EDFD761E3E1658D11D50A93CA2305E5674026A586DAAEFF7D71B77FA542C55E48CACE78EDF063E36E
AE3211B750AEA0813C6961F35E4AED5AC46047C4D53B44E7C1E578C38720CFA21A05D0C907C2DCB87C54E187AD1E2D4291000ECD05FC737EFB1B7B2E671AD41
EF00F118B8E7F58D42D4DC147B93F013C13DFDD5C40C0B22B8F5D4661970B073D9D9CC5B05B4123705A4F8CB72A01DD417C11386E5871BAB6BE6ECA0EEB423
BA03EA4B96807E4E4D436CCFB76709B5A0F3514B9C40A27E734472DAA8D6FA8294B0227C55CEC7691CBFD777F58EEFDEC19582195DE6EBC2BAFA783F8101A4
9C6B825
Time: 00:00:00.0000173

-----

    Subtraction of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Subtraction: 73099622BAC8295763B8D43CE90095269C9515801EDFD761E3E1658D11D50A93CA2305E5674026A586DAAEFF7D71B77FA542C55E48CACE78ED
FD63E36EAE3211B750AEA0813C6961F35E4AED5AC46047C4D53B44E7C1E578C38720CFA21A05D0C907C2DCB87C54E187AD1E2D4291000ECD05FC737EFB1B7B2
E671AD41EF00F118B8E7F58D42D4DC147B93F013C13DFDD5C40C0B22B8F5D4661970B073D9D9CC5B05B4123705A4F8CB72A01DD417C11386E5871BAB6BE6ECA
B0EEB423BA03EA4B96807E4E4D436CCFB76709B5A0F3514B9C40A27E734472DAA8D6FA8294B0227C55CEC7691CBFD777F58EEFDEC19582195DE6EBC2BAFA78
3F8101A49C6B825
Time: 00:00:00.0000104
Operator:
Subtraction: 73099622BAC8295763B8D43CE90095269C9515801EDFD761E3E1658D11D50A93CA2305E5674026A586DAAEFF7D71B77FA542C55E48CACE78ED
FD63E36EAE3211B750AEA0813C6961F35E4AED5AC46047C4D53B44E7C1E578C38720CFA21A05D0C907C2DCB87C54E187AD1E2D4291000ECD05FC737EFB1B7B2
E671AD41EF00F118B8E7F58D42D4DC147B93F013C13DFDD5C40C0B22B8F5D4661970B073D9D9CC5B05B4123705A4F8CB72A01DD417C11386E5871BAB6BE6ECA
B0EEB423BA03EA4B96807E4E4D436CCFB76709B5A0F3514B9C40A27E734472DAA8D6FA8294B0227C55CEC7691CBFD777F58EEFDEC19582195DE6EBC2BAFA78
3F8101A49C6B825
Time: 00:00:00.0000120
```



```
Division of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Division: 3
Time: 00:00:00.0000116
Operator:
Division: 3
Time: 00:00:00.0002398

-----

Multiplication of 2 numbers using method vs operator:
Method:
Multiplication: 0869BB3C245F3F1CF4A126637DD36A217CB44F77DC921E2C527A26CA81D3D96C324DD90F2F178F9B6F33A151EF4805A3C2BA6971FBCA56A
D44B37F05012239AF52E8B7EB9F961E38D5DCFD88AF04A6BE05138C642F75DB1A72E01DE2DE730E0A77BCE4B18DA602FE06D767BF024AED92FD4E7CC2CE5803
1C8AB92E267BF6CB7C9FA11238CAC162EDB990D094F3B5A4AC78BB2D30998CF294320186DD4BE1D8B4644FFCEB09AC9EF192F8B82ED08E10D9DFC94E5E1E7C59
F0BC075A2BD995932F713F125DD614EAAAC4A0AD93052D611EF3B415E11C54BF38A9FB9F6508B05CAF161C235547E7C318A5BE057E26F08AEADA0C2693C06978
A8902D8CC7EAE80AE81977842B0C99C138E41EEE752CF355398F23E475E3BA97835CCAD6C27E1A3C1A9E0C8B085FA267CA5A3C5D0773AAF18FBE804A818B1EC
D81747DFED1BCA7E5F48E6EED2F8FC2DAC795A6F31B78FB1D24D4F442CF8E5A6D074F529633D1F37E60EA99227EE04480F3F994228D550B2368D1CBD4FF8DC
6EF39B48DEE712D34631BDE153941C91260C5790129C03E477723924AE176398D2BDCF0BF1745015C408013387284586CFE001C7CB4678B8F7E76790EF700BB
72D5A1146DEC10176291A224DE9A87F7074791A42EF865B847F7D8C7FA3C9406D3C4CB196485BA13368F854098871837D42A201DCB9AA5241B916596C669759
6689BF60F5CAF20FE36E
Time: 00:00:00.0000416
Operator:
Multiplication: 0869BB3C245F3F1CF4A126637DD36A217CB44F77DC921E2C527A26CA81D3D96C324DD90F2F178F9B6F33A151EF4805A3C2BA6971FBCA56A
D44B37F05012239AF52E8B7EB9F961E38D5DCFD88AF04A6BE05138C642F75DB1A72E01DE2DE730E0A77BCE4B18DA602FE06D767BF024AED92FD4E7CC2CE5803
1C8AB92E267BF6CB7C9FA11238CAC162EDB990D094F3B5A4AC78BB2D30998CF294320186DD4BE1D8B4644FFCEB09AC9EF192F8B82ED08E10D9DFC94E5E1E7C59
F0BC075A2BD995932F713F125DD614EAAAC4A0AD93052D611EF3B415E11C54BF38A9FB9F6508B05CAF161C235547E7C318A5BE057E26F08AEADA0C2693C06978
A8902D8CC7EAE80AE81977842B0C99C138E41EEE752CF355398F23E475E3BA97835CCAD6C27E1A3C1A9E0C8B085FA267CA5A3C5D0773AAF18FBE804A818B1EC
D81747DFED1BCA7E5F48E6EED2F8FC2DAC795A6F31B78FB1D24D4F442CF8E5A6D074F529633D1F37E60EA99227EE04480F3F994228D550B2368D1CBD4FF8DC
6EF39B48DEE712D34631BDE153941C91260C5790129C03E477723924AE176398D2BDCF0BF1745015C408013387284586CFE001C7CB4678B8F7E76790EF700BB
72D5A1146DEC10176291A224DE9A87F7074791A42EF865B847F7D8C7FA3C9406D3C4CB196485BA13368F854098871837D42A201DCB9AA5241B916596C669759
6689BF60F5CAF20FE36E
Time: 00:00:00.0000261
```

```
Power of number using method vs operator:
Method:
Power: 0BB0588F006E507A0D613A1E1BD95763114CF68D3B7F1CC28FF88C05A75C213A1F640C0BC75DABFA2D8B0E26C532CC85968DDB29C73945512A6528E
BAE8D53C9E1117F539C74A4BF49D53FD768DF715A640D3293851A7C1610D9157F0EA4DDA15D40CA47075469DD1AD8D9DCD02BD0D45F7F8D6EA0036F2E8ABC74
32F463FD05A89D8AC727DFFB89F799C11BBFC63F45D76E7A5A967AB0F07761796BA36DEF3836AF4E579D89B64F6E439252A5B98961884D808FDAE90CC644815
36FB6385462901D4F3253C6B6DA2B419AF93B354869303899FCDD2E18E79B67519E9F38618BEDB8F67711983D4CB1AD6BF272747A3E3AF69A79F60D6C3B71A
009A7546295A62FC4837FA74ED491529CA74A022867F80FE3BBA652F8D161087D8FD4F9A3DD7F05154BD6D639009B2F32612658C6AC9C436E8FB5388455468F
CB9AEC31766D8A4ED548CAA69900943FE9AAB87FE84D446FB8FC367503E5292ED7C53E75A4C0A3EE931F3B4DB548B5418557AF8CD517EF06FF8482D6E54DD8
B5163FA1AFC4BF27084DF4543315C3BEC5467618B5E90AB9C42E629CFD32D02B48C5F906FADB94BDA2BAAEAA1F7699209EB4CC032CF143FBD3682B820509CD5
948E8F77040CC2595ED6EC4414A603A9F30F457E5133A211C4DA386A2D5220F41DAB905FB6D4B7DE8A6585E1D76389C152A922111896203C0C970FD2B2C605
3DDB3D8107DCD99B81919B2EAD10D036E6FAE38D582842E2661AAD6480FE53EC8BE8326A5BF26E4A849ED65B14DEB0823D24A4F88B5D0848B652E4D1CCF7286
10D35BFCB239E9CCAA648CE441167E55A68A84AEB1FE4FD6F63278451E68B6D4B26F60B161D0F688EACE8598FFFD101ED8F157339F8F63356957D92BB63276A
4AB6618267AB58EBBF99FF7DEA29BE46378425EB612321375615893C42B9EC328564EB7ABDDCE252FB15C5237B6D80ACA62461A802B9AFD19D23EA2C3591340
186C8E8E33A37EFA14247D22B5060B0043D686DAE8684498045E85B7AE1CE5828D975F7ED68C3AD54E5004403EA16598EA5B8A593E4823C7ED879A95C5FF386
1C6A57855EC68
Time: 00:00:00.0000707
Operator:
Power: 0BB0588F006E507A0D613A1E1BD95763114CF68D3B7F1CC28FF88C05A75C213A1F640C0BC75DABFA2D8B0E26C532CC85968DDB29C73945512A6528E
BAE8D53C9E1117F539C74A4BF49D53FD768DF715A640D3293851A7C1610D9157F0EA4DDA15D40CA47075469DD1AD8D9DCD02BD0D45F7F8D6EA0036F2E8ABC74
32F463FD05A89D8AC727DFFB89F799C11BBFC63F45D76E7A5A967AB0F07761796BA36DEF3836AF4E579D89B64F6E439252A5B98961884D808FDAE90CC644815
36FB6385462901D4F3253C6B6DA2B419AF93B354869303899FCDD2E18E79B67519E9F38618BEDB8F67711983D4CB1AD6BF272747A3E3AF69A79F60D6C3B71A
009A7546295A62FC4837FA74ED491529CA74A022867F80FE3BBA652F8D161087D8FD4F9A3DD7F05154BD6D639009B2F32612658C6AC9C436E8FB5388455468F
CB9AEC31766D8A4ED548CAA69900943FE9AAB87FE84D446FB8FC367503E5292ED7C53E75A4C0A3EE931F3B4DB548B5418557AF8CD517EF06FF8482D6E54DD8
B5163FA1AFC4BF27084DF4543315C3BEC5467618B5E90AB9C42E629CFD32D02B48C5F906FADB94BDA2BAAEAA1F7699209EB4CC032CF143FBD3682B820509CD5
948E8F77040CC2595ED6EC4414A603A9F30F457E5133A211C4DA386A2D5220F41DAB905FB6D4B7DE8A6585E1D76389C152A922111896203C0C970FD2B2C605
3DDB3D8107DCD99B81919B2EAD10D036E6FAE38D582842E2661AAD6480FE53EC8BE8326A5BF26E4A849ED65B14DEB0823D24A4F88B5D0848B652E4D1CCF7286
10D35BFCB239E9CCAA648CE441167E55A68A84AEB1FE4FD6F63278451E68B6D4B26F60B161D0F688EACE8598FFFD101ED8F157339F8F63356957D92BB63276A
4AB6618267AB58EBBF99FF7DEA29BE46378425EB612321375615893C42B9EC328564EB7ABDDCE252FB15C5237B6D80ACA62461A802B9AFD19D23EA2C3591340
186C8E8E33A37EFA14247D22B5060B0043D686DAE8684498045E85B7AE1CE5828D975F7ED68C3AD54E5004403EA16598EA5B8A593E4823C7ED879A95C5FF386
1C6A57855EC68
Time: 00:00:00.0000397
```

Висновок:

Було досліджено алгоритми реалізації арифметичних операцій над великими (багато розрядними) числами над скінченими полями та групами з точки зору їх ефективності за часом на мові C#. Ми навчилися працювати з класом `BigInteger`, його методами, конструкторами та операторами, створили свої власні методи для зручної роботи з цим класом. Також порівняли виконання однакових арифметичних операцій використовуючи методи та оператори цього класу на однакових числах, можемо зробити висновок, що оператори в середньому працюють швидше.