

**Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"  
Фізико-технічний інститут**

**КРИПТОГРАФІЯ  
КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ № 4**

Виконала:  
студентка  
групи ФБ-13,  
Буєва Христина.

## Вивчення криптосистеми RSA та алгоритму електронного підпису; ознайомлення з методами генерації параметрів для асиметричних криптосистем

**Мета та основні завдання роботи.** Ознайомлення з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів для асиметричної криптосистеми типу RSA; практичне ознайомлення з системою захисту інформації на основі криптосхеми RSA, організація з використанням цієї системи засекреченого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів.

### Порядок і рекомендації щодо виконання роботи

1. Написати функцію пошуку випадкового простого числа з заданого інтервалу або заданої довжини, використовуючи датчик випадкових чисел та тести перевірки на простоту. В якості датчика випадкових чисел використовуйте вбудований генератор псевдовипадкових чисел вашої мови програмування. В якості тесту перевірки на простоту рекомендовано використовувати тест Міллера-Рабіна із попередніми пробними діленнями. Тести необхідно реалізовувати власноруч, використання готових реалізацій тестів не дозволяється.
2. За допомогою цієї функції згенерувати дві пари простих чисел  $p, q$  і  $1 < p, q$  довжини щонайменше 256 біт. При цьому пари чисел беруться так, щоб  $pq \leq p_1q_1$ ;  $p$  і  $q$  – прості числа для побудови ключів абонента А,  $1 < p$  і  $q_1$  – абонента В.
3. Написати функцію генерації ключових пар для RSA. Після генерування функція повинна повертати та/або зберігати секретний ключ  $(d, p, q)$  та відкритий ключ  $(n, e)$ . За допомогою цієї функції побудувати схеми RSA для абонентів А і В – тобто, створити та зберегти для подальшого використання відкриті ключі  $(e, n)$ ,  $(, )$  і  $n_1 e$  та секретні  $d$  і  $d_1$ .
4. Написати програму шифрування, розшифрування і створення повідомлення з цифровим підписом для абонентів А і В. Кожна з операцій (шифрування, розшифрування, створення цифрового підпису, перевірка цифрового підпису) повинна бути реалізована окремою процедурою, на вхід до якої повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для її виконання. За допомогою датчика випадкових чисел вибрати відкрите повідомлення  $M$  і знайти криптограму для абонентів А и В, перевірити правильність розшифрування. Скласти для А і В повідомлення з цифровим підписом і перевірити його.
5. За допомогою раніше написаних на попередніх етапах програм організувати роботу протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням справжності по відкритому каналу за допомогою алгоритму RSA. Протоколи роботи кожного учасника (відправника та приймаючого) повинні бути реалізовані у вигляді окремих процедур, на вхід до яких повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для виконання. Перевірити роботу програм для випадково обраного ключа  $0 < k < n$

### Хід роботи

#### Завдання 1.

Було реалізовано функції `goner()`, `miller_rabin()`, `get_random_prime_num()`.

#### Завдання 2.

Реалізовано функцію `get_pair_pq()`. Кандидатів, що не пройшли було дуже багато, тому вивела їх лише один раз і записала в текстовий файл.

Результат виконання :

```
p : 67337831522651165910261649599383299944654806434471370377422193230691678058249, q : 6205538930128478309597233526565092488061985532166655828712042833494075486003
p1 : 62007119184422721361928523568310568657234910333440875302478033757532463984609, q1 : 75674544839033307248636102616441376352103756689431335201949744576496498918051
```

### Завдання 3.

Реалізовано функцію `generate_rsa_keypair()`, яка приймає значення пари  $(p, q)$ , а повертає відкритий та секретний ключ.

Результат виконання :

```
Keys for abonent A :
Open key : (4178685425524312853728184218785097143635982791520788522186083596957546466392875611663824405853992857129264996756475519469644331978863724511893986818188747, 4718873277)
Keys for abonent B :
Open key : (469236852186879624569547228351626614080519994870613935446775136787884161157346769134846917843285381735661707917433893568447691854515467678658492816277859, 2929548321)
```

### Завдання 4.

Реалізовано такі функції :

```
#Task 4 -----
def encrypt(text, open_key):
    n, e = open_key
    encrypted_msg = pow(text, e, n)
    return encrypted_msg

def decrypt(encrypted_text, private_key):
    n = private_key[1]*private_key[2]
    d = private_key[0]
    decrypted_msg = pow(encrypted_text, d, n)
    return decrypted_msg

def sign(text, private_key):
    d, p, q = private_key
    sign = pow(text, d, p*q)
    return sign

def verify(d_text, open_key, sign):
    n, e = open_key
    m = pow(sign, e, n)
    if m == d_text:
        result = True
    else:
        result = False
    return result
```

Абонент А шифрує своє повідомлення та підписує. Також розшифруємо зашифроване повідомлення та перевіримо підпис (все теж саме зроблено для абонента Б):

```
#result task 4-----
print("Шифроване та розшифроване повідомлення абонента А :")
msg_A = int("294758203561385694620264389163")
enc_msg_abonent_A = encrypt(msg_A, key[0])
print(f"Encrypted message : {enc_msg_abonent_A}")
dec_msg_abonent_A = decrypt(enc_msg_abonent_A, key[1])
print(f"Decrypted message : {dec_msg_abonent_A}")
print("Абонент А підписав повідомлення :")
signed_msg_A = sign(msg_A, key[1])
print(f"Sign : {signed_msg_A}")
print(f"Перевірка підпису : {verify(dec_msg_abonent_A, key[0], signed_msg_A)}")

print("Шифроване та розшифроване повідомлення абонента Б :")
msg_B = int("12345678909478561234882261037")
enc_msg_abonent_B = encrypt(msg_B, key1[0])
print(f"Encrypted message : {enc_msg_abonent_B}")
dec_msg_abonent_B = decrypt(enc_msg_abonent_B, key1[1])
print(f"Decrypted message : {dec_msg_abonent_B}")
print("Абонент Б підписав повідомлення :")
signed_msg_B = sign(msg_B, key1[1])
print(f"Sign : {signed_msg_B}")
print(f"Перевірка підпису : {verify(dec_msg_abonent_B, key1[0], signed_msg_B)}")
```

```
Шифроване та розшифроване повідомлення абонента А :
Encrypted message : 2584567458390432731645693716267486958358230919093692823750379316452574389321356230564038527929312027135572128156187165422054629839472011983682923872343815
Decrypted message : 294758203561385694620264389163
Абонент А підписав повідомлення :
Sign : 1620761409121875779369312749208182129838124338635240642846516745123287919042771423604108646427584572493633022571485589351064895883059630561591603722500994
Перевірка підпису : True
Шифроване та розшифроване повідомлення абонента Б :
Encrypted message : 298032467232440105598267744660127518278804556301435048982496764720419453125868544488073307358311893707209125093663726253956564743394853983735998115097947
Decrypted message : 12345678909478561234882261037
Абонент Б підписав повідомлення :
Sign : 212219355460966474875108713506954915525086977431663909884162286356336295136893628180243814873765899595782445655266520366171551630307730739325457982900
Перевірка підпису : True
```

## Завдання 5.

Протокол конфіденційності розсилання ключів зроблено аналогічно до вказівок в методичці :

Абонету а відомі свої ключі та відкритий ключ абонента Б. Абонент а формує повідомлення ( $k_1$ ,  $S_1$ ), яке відправляє абоненту Б. Абонент Б своїм пиватним ключем розшифровує повідомлення, та перевіряє підпис, маючи відкритий ключ абонента А.

```
#Task 5
def send_key(msg, open_key, private_key):
    k1 = encrypt(msg, open_key)
    s = sign(msg, private_key)
    S1 = encrypt(s, open_key)
    return (k1, S1)

def receive_key(message, private_key, open_key):
    k1 = message[0]
    S1 = message[1]
    k = decrypt(k1, private_key)
    S = decrypt(S1, private_key)
    print(f"K : {k}")
    print(f"S : {S}")
    verification = verify(k, open_key, S)
    if verification:
        print("Verification passed")
    else:
        print("Verification failed")
    return k
```

```
Абонент А підписав повідомлення :
Sign : 1620761409121875779369312749208182129838124338635240642846516745123287919042771423604108646427584572493633022571485589351064895883059630561591603722500994
Перевірка підпису : True
Шифроване та розшифроване повідомлення абонента Б :
Encrypted message : 298032647232401055982677446012751827880455630143504898249676472041945312586854448840733073583118937072091250936637262539565647433394853983735998115097947
Decrypted message : 12345678909478561234882261037
Абонент Б підписав повідомлення :
Sign : 212219355460966447487510871350695491552508697743166390988416228635633629513689362818102438148737658995957824456552566520366171551630307730739325457982900
Перевірка підпису : True
Протокол конфіденційного розсилання ключів :
K : 294758203561385694620264389163
S : 1620761409121875779369312749208182129838124338635240642846516745123287919042771423604108646427584572493633022571485589351064895883059630561591603722500994
Verification passed
```

Далі наведений повний вивід, оскільки на скріншотах не все було видно, наприклад приватні ключі.

p :  
67337831522651165910261649599383299944654806434471370377422193230691678058249, q  
: 62055538930128478309597233526565092488061985532166655828712042833494075486003

p1 :  
62007119184422721361928523568310568657234910333440875302478033757532463984609,  
q1 :  
75674544839033307248636102616441376352103756689431335201949744576496498918051

Keys for abonent A :

Open key :  
(4178685425524312053720104210785097143635902791520708522186003596957546466392875  
611663024405853992857129264996756475519469644331978063724511893986018188747,  
47188732770409573358714355064473419752184245292288217414745132085970690584093244  
2230043315611930517517452027898849360083450965270415183985166781167392623) ,  
Private key :  
(3616869444164329807408472851411343271502636250971991184217426122063740468002733  
777571267052397686024250441499410201673209051208045434131191248059586090255,  
67337831522651165910261649599383299944654806434471370377422193230691678058249,  
62055538930128478309597233526565092488061985532166655828712042833494075486003)

Keys for abonent B :

Open key :  
(4692360521060879624569547220351626614000519994870613935446775136707884161157346  
769134846917843285301735661707917433093568447691854515467670650492816277059,  
29295403211530997713553426745955628557254410911420553710329509904436076671798427  
60017410381971343788694027569260029499513074603873387841059005610513594159) ,  
Private key :  
(7314852101891296635361789545273676720067519299200959964727830097447149255983991

02672374241755163190155882194305448833445704592202091266898155771780658639,  
62007119184422721361928523568310568657234910333440875302478033757532463984609,  
75674544839033307248636102616441376352103756689431335201949744576496498918051)

Шифроване та розшифроване повідомлення абонента А :

Encrypted message :

25845674583904327316456937162674869583582309190936928237503793164525743893213562  
30564038527929312027135572128156187165422054629839472011983602923872343815

Decrypted message : 294758203561385694620264389163

Абонент А підписав повідомлення :

Sign :

16207614091218757793693127492081821298381243386352406428465167451232879190427714  
23604108646427584572493633022571485589351064895883059630561591603722500994

Перевірка підпису : True

Шифроване та розшифроване повідомлення абонента В :

Encrypted message :

29803246723244010559826774460127518278804556301435048982496764720419453125868544  
48840733073583118937072091250936637262539565647433394853983735998115097947

Decrypted message : 123456789009478561234882261037

Абонент В підписав повідомлення :

Sign :

21221935546096664474875108713506954915525086977431663909884162286356336295136893  
62818102438148737658995957824456552566520366171551630307730739325457982900

Перевірка підпису : True

Протокол конфіденційного розсилання ключів :

к : 294758203561385694620264389163

S :

16207614091218757793693127492081821298381243386352406428465167451232879190427714  
23604108646427584572493633022571485589351064895883059630561591603722500994

Verification passed

**Перевірка на сайті :**

Encryption : бачимо, що зашифровані повідомлення збігаються

### Encryption

Clear

Modulus

4FC8FD2815B7D7842CD13518435F0D0354835585A6A89A8167496CC39D54FAA004C415079F6FD85B1465C

Public exponent

9028986A90FF4B6587990790043CB411E6445BE9BE7D9D1FDD409E4F6645687EC1D88D688290D8D64E0D9\*

Message

1234567890987654321

Text

Encrypt

Ciphertext

37761B95B8BD0C3AA31B927F35B79B9B5710E3A99464E9F44F9C8A6536A4E1E8B67036BBA9115E9E188E1f

```
"D:\KPI\5 семестр\labs_crypto\env\Scripts\python.exe" "D:\KPI\5 семестр\labs_crypto\lab4.py"
m : 4FC8FD2815B7D7842CD13518435F0D0354835585A6A89A8167496CC39D54FAA004C415079F6FD85B1465DCC22CFD563744871D985C28B29B8F6DAC17975DD0CB
e : 9028986A90FF4B6587990790043CB411E6445BE9BE7D9D1FDD409E4F6645687EC1D88D688290D8D64E0D9407C913083E7FFAC788F99355C6879C96127D8576F
enc= 37761B95B8BD0C3AA31B927F35B79B9B5710E3A99464E9F44F9C8A6536A4E1E8B67036BBA9115E9E188E18B8992B134AEC2CFB3F174F71EBF973EA91A75AD5B69
```

Зашифрувала у себе повідомлення ключем з серверу :

```
msg = "1234567890987654321"
```

```
Encrypted for server = 1650CD570E73764029A00ED3B00E086CE89708AB66742EB48E27D2C6296CC55F
```

## Get server key

Key size

256

Get key

Modulus

928E61C43B9A616D947929C5A498B3539870EA46C44B79EC33F0BB5735CFEC5

Public exponent

10001

Перевіримо decryption : розшифровано правильно

## Decryption

Ciphertext

1650CD570E73764029A00ED3B00E086CE89708AB66742EB48E27D2C6296CC5

Text

Decrypt

Message

1234567890987654321

Перевіримо підпис :

Підписуємо повідомлення на сервері та перевіримо в себе : результат перевірки True. Далі підпишемо повідомлення самі і перевіримо на сайті :

## Sign

Message

1234567890987654321

Text

Sign

Signature

6E4455FF669CEDF6BEDC382E94410CC3847764FF8B13DBC194CE44CDBF45AAD6

```
"D:\KPI\5 семестр\labs_crypto\venv\Scripts\python.exe" "D:\KPI\5 семестр\labs_crypto\lab4.py"
m : 4FC8FD2815B7D7842CD13518435F0D0354835585A6A89A8167496CC39D544FAA004C415079F6FDB5B1465DCC22CFD563744871D985C28B29B8F6DACC1797500CB
e : 9028986A90FF4B6587990790043CB411E6445BE9BE7D9D1FDD409E4F6645687EC1D88D688290D8D64E0D9407C913003E7FFAC7B8F99355C6879C96127DB576F
enc= 37761B95B8BD0C3AA31B927F35B79B9B5710E3A99464E9F44F9C8A6536A4E1E8B67036BBA9115E9E188E18B992B134AEC2CFB3F174F71EBF973EA91A75A05B69
Encrypted for server = 1650CD570E73764029A00ED3B00E086CE89708AB66742EB48E27D2C6296CC55F
True
My sign = 4DAC4D7B503AE70A8A4A4CB563ED93EA8D0F5C5EB6FC69ADCFB646452D45735E49B3339F85626F7B0E24C1CC54B3F35DC6A8054302B37996938C3C6A688ECD9
```

## Verify

Message

1234567890987654321

Text

Signature

4DAC4D7B503AE70A8A4A4CB563ED93EA8D0F5C5EB6FC69ADCFB646452D45735E49B3339F85626F7B0E

Modulus

4FC8FD2815B7D7842CD13518435F0D0354835585A6A89A8167496CC39D544FAA004C415079F6FDB5B1465

Public exponent

9028986A90FF4B6587990790043CB411E6445BE9BE7D9D1FDD409E4F6645687EC1D88D688290D8D64E0D9

Verify

Verification

true

✓

**Висновки :** під час виконання лабораторної роботи я ознайомилася з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів для асиметричної криптосистеми типу RSA; практично ознайомилася з системою захисту інформації на основі криптосхеми RSA, а також організувала з використанням цієї системи засекреченого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів.