МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Навчально-науковий фізико-технічний інститут Кафедра інформаційної безпеки

Дисципліна «Криптографія»

Комп'ютерний практикум Робота №1

Експериментальна оцінка ентропії на символ джерела відкритого тексту

Виконали: студенти гр. ФБ-12 Головко М. С. і Марчук І. С.

Мета роботи: Засвоєння понять ентропії на символ джерела та його надлишковості, вивчення та порівняння різних моделей джерела відкритого тексту для наближеного визначення ентропії, набуття практичних навичок щодо оцінки ентропії на символ джерела.

Порядок виконання роботи:

- 0. Уважно прочитати методичні вказівки до виконання комп'ютерного практикуму.
- 1. Написати програми для підрахунку частот букв і частот біграм в тексті, а також підрахунку Н1 та Н2 за безпосереднім означенням. Підрахувати частоти букв та біграм, а також значення Н1 та Н2 на довільно обраному тексті російською мовою достатньої довжини (щонайменше 1Мб), де імовірності замінити відповідними частотами. Також одержати значення Н1 та Н2 на тому ж тексті, в якому вилучено всі пробіли.
- 2. За допомогою програми CoolPinkProgram оцінити значення (10) H, (20) H, (30) H.
- 3. Використовуючи отримані значення ентропії, оцінити надлишковість російської мови в різних моделях джерела.

Хід роботи:

1. Спочатку ми зайнялися створенням текстового файлу російською мовою, який важить щонайменше 1 МБ (взяли «Мертві душі» Гоголя, тому що чому б і ні). Для того, щоб працювати з цим файлом і витягувати з нього потрібну інформацію, треба спочатку його відфільтрувати за наступними вимогами: всі символи, окрім текстових, повинні вилучатись або замінюватись на пробіли; прописні літери — замінюватись на відповідні стрічні; послідовність пробілів (або інших розділових знаків, наприклад, символів кінця рядку) повинна трактуватись як один пробіл або вилучатись, якщо пробіл не входить до алфавіту.

Для цього написали на Python (з яким будемо працювати і далі) такий скрипт:

```
def clean text(text):
    text = ' '.join(text.split())
    text = ''.join(char for char in text if char.isalpha() or char.isspace() or
(char \geq 'a' and char \leq '\pi' or char \geq 'A' and char \leq '\pi'))
    text = text.lower()
    text=text.replace(" "," ")
    text=text.replace(" "," ")
    text=text.replace(" "," ")
    return text
input file path = 'D:\\uni year 3\\crypto labs\\tasks\\cp1\\test.txt'
with open(input file path, 'r', encoding='utf-8') as file:
    text = file.read()
output with spaces = clean text(text)
output_with_spaces_path = 'D:\\uni year 3\\crypto labs\\tasks\\cp1\\output with
spaces.txt'
with open(output with spaces path, 'w', encoding='utf-8') as file:
    file.write(output with spaces)
```

```
output_without_spaces = output_with_spaces.replace(' ', '')
output_without_spaces_path = 'D:\\uni year 3\\crypto labs\\tasks\\cp1\\output
without spaces.txt'
with open(output_without_spaces_path, 'w', encoding='utf-8') as file:
    file.write(output_without_spaces)
print("Formatted text with spaces has been written to 'output with spaces.txt'")
print("Formatted text without spaces has been written to 'output without spaces.txt'")
```

Після цього в нас вийшло два файли з текстом: один з пробілами, інший без пробілів:

Файл Правка Формат Вид Справка мертвые души уникальный роман ставший для русской литературы своеобразным эталоном иронической прозы книга раздерганная на цитаты еще ишком молод въезд его не произвел в городе совершенно никакого шума и не был сопровожден ничем особенным только два русские мужика стс рассмотреть какое у него было лицо он выбежал проворно с салфеткой в руке весь длинный и в длинном демикотонном сюртуке со спинкою чут и и баранками в угольной из этих лавочек или лучше в окне помещался сбитенщик с самоваром из красной меди и лицом так же красным как с вместе с нею какойто свой собственный запах который был сообщен и принесенному вслед за тем мешку с разным лакейским туалетом в этой к ные масляными красками словом все то же что и везде только и разницы что на одной картине изображена была нимфа с такими огромными гру амест ему все это подавалось и разогретое и просто холодное он заставил слугу или полового рассказывать всякий вздор о том кто содержа спы и тому подобного и все так обстоятельно и с такою точностию которая показывала более чем одно простое любопытство в приемах своих ник павел иванович чичиков помещик по своим надобностям когда половой все еще разбирал по складам записку сам павел иванович чичиков с несколько вывороченными назад руками и косыми ногами только что сделавшими на воздухе антраша под всем этим было написано и вот заведє одину градоначальнику расспросивши подробно будочника куда можно пройти ближе если понадобится к собору к присутственным местам к губє афии губернского правления потом переворотил на другую сторону узнать нет ли там чегонибудь но не нашедши ничего протер глаза свернул идетельствовать почтение инспектору врачебной управы и городскому архитектору и потом еще долго сидел в бричке придумывая кому го в таких случаях принимал несколько книжные обороты что он не значащий червь мира сего и не достоин того чтобы много о нем заботилис ркалом манишку выщипнул вылезшие из носу два волоска и непосредственно за тем очутился во фраке брусничного цвета с искрой таким образ . ее обсыпают лакомые куски где вразбитную где густыми кучами насыщенные богатым летом и без того на всяком шагу расставляющим лакомые (е которые всё увивались около дам некоторые из них были такого рода что с трудом можно было отличить их от петербургских имели так же ыше по особенным поручениям или только числятся и виляют туда и сюда их существование както слишком легко воздушно и совсем ненадежно время когда он рассматривал общество и следствием этого было то что он наконец присоединился к толстым где встретил почти всё знакомыє был очень речист но и тот взявши в руки карты тот же час выразил на лице своем мыслящую физиономию покрыл нижнею губою верхнюю и сохра которой заметили две фиалки положенные туда для запаха внимание приезжего особенно заняли помещики манилов и собакевич о которых было г собакевич тоже сказал несколько лаконически и ко мне прошу шаркнувши ногою обутою в сапог такого исполинского размера которому вряд прочем стоил большого на закуске после обедни данной городским главою которая тоже стоила обеда словом ни одного часа не приходилось є себя говорил ни громко ни тихо а совершенно так как следует словом куда ни повороти был очень порядочный человек все чиновники были дс оворят в провинциях пассаж о котором читатель скоро узнает не привело в совершенное недоумение почти всего города глава вторая уже бо е или даже третьестепенные хотя главные ходы и пружины поэмы не на них утверждены и разве коегде касаются и легко зацепляют их но автс знает что и значит это чтение совершалось более в лежачем положении в передней на кровати и на тюфяке сделавшемся от такого обстоятє прибирал чтонибудь что думал он в то время когда молчал может быть он говорил про себя и ты однако ж хорош не надоело тебе сорок раз г может быть пройдут убийственным для автора невниманием но как ни прискорбно то и другое а все однако ж нужно возвратиться к герою из и еще несколько раз ударившись довольно крепко головою в кузов чичиков понесся наконец по мягкой земле едва только ушел назад город ка далеко ли деревня заманиловка мужики сняли шляпы и один из них бывший поумнее и носивший бороду клином отвечал маниловка может быть а юру то есть на возвышении открытом всем ветрам каким только вздумается подуть покатость горы на которой он стоял была одета подстрижен иеся рака и блестела попавшаяся плотва бабы казалось были между собою в ссоре и за чтото перебранивались поодаль в стороне темнел каки

📕 output without spaces.txt – Блокнот пертвыедушиуникальныйроманставшийдлярусскойлитературысвоеобразнымэталономироническойпрозыкнигараздерганна аликоекакиезамечанияотносившиесявпрочемболеекэкипажучемксидевшемувнемвишьтысказалодиндругомувонкакоеколесочтотыдумаешьдоедеттоколесоеслибс ютгостиницывгубернскихгородахгдезадварублявсуткипроезжающиеполучаютпокойнуюкомнатустараканамивыглядывающимикакчерносливизвсехугловидверьюв сюртукекаквидносбарскогоплечамалыйнемногосуровыйнавзглядсоченькрупнымигубамииносомвследзачемоданомвнесенбылнебольшойларчиккрасногодеревасш копченныйпотолоктажекопченаялюстрасомножествомвисящихстеклышеккоторыепрыгалиизвенеливсякийразкогдаполовойбегалпоистертымклеенкампомахиваяб тойпуляркажаренаяогурецсоленыйивечныйслоеныйсладкийпирожоквсегдаготовыйкуслугампокаместемувсеэтоподавалосьиразогретоеипростохолодноеонзаст простоелюбопытствовприемахсвоихгосподинимелчтотосолидноеивысмаркивалсячрезвычайногромконеизвестнокаконэтоделалнотольконосегозвучалкактруба желтаякрасканакаменныхдомахискромнотемнеласераянадеревянныхдомабыливодиндваиполтораэтажасвечныммезониномоченькрасивымпомнениюгубернскихар вгородскойсадкоторыйсостоялизтоненькихдеревдурнопринявшихсясподпоркамивнизуввидетреугольниковоченькрасивовыкрашенныхзеленоюмасляноюкраскою япередстоломвелелподатьсебесвечувынулизкарманаафишуподнесеексвечеисталчитатьпришурянемногоправыйглазвпрочемзамечательногонемногобыловафиш начальниканадказеннымифабрикамижальчтонесколькотрудноупомнитьвсехсильныхмирасегонодовольносказатьчтоприезжийоказалнеобыкновеннуюдеятельнос ностиюиразговореговтакихслучаяхпринималнесколькокнижныеоборотычтооннезначащийчервьмирасегоинедостоинтогочтобымногоонемзаботилисьчтоиспытал кипажепобесконечноширокимулицамозареннымтощимосвещениемизкоегдемелькавшихоконвпрочемгубернаторскийдомбылтакосвещенхотьбыидлябалаколяскасфо кипотеретьимиусебянадголовоюповернутьсяиопятьулететьиопятьприлететьсновымидокучнымиэскадронаминеуспелчичиковосмотретьсякакужебылсхваченпод наторскийслугазеленогостоладлявисталицаунихбылиполныеикруглыенаиныхдажебылибородавкикоектобылирябоватволосонинаголовененосилинихохламинибу тсяпомещикомславнымрусскимбариномхлебосоломиживетихорошоживетапосленегоопятьтоненькиенаследникиспускаютпорусскомуобычаюнакурьерскихвсеотцо сегдакогданаконецпредаютсязанятиюдельномухотяпочтмейстербылоченьречистноитотвзявшиврукикартытотжечасвыразилналицесвоеммыслящуюфизионс нутовышеонтотчасжеосведомилсяонихотозвавшитутженескольковсторонупредседателяипочтмейстеранескольковопросовимсделанныхпоказаливгостенетольк аселиввистиигралидодвухчасовночитаммеждупрочимонпознакомилсяспомещикомноздревымчеловекомлеттридцатира збитныммалымкоторыйемупослетрехчетыре зенноюпалатоюонпоказалчтоемунебезызвестныисудейскиепроделкибылолирассуждениеобильярднойигреивбильярднойигренедавалонпромахаговорилилиодобр ейстераобедалипознакомилсясколлежскимсоветникомпавломивановичемчичиковымпреприятныйчеловекначтосупругаотвечалагмитолкнулаегоногоютакоемне итьсяссимидвумякрепостнымилюдьминашегогерояхотяконечноонилицанетакзаметныеиточтоназываютвторостепенныеилидажетретьестепенныехотяглавныеход ооватиинатюфякесделавшемсяоттакогообстоятельстваубитымитоненькимкаклепешкакроместрастикчтениюонимелещедваобыкновениясоставлявшиедведругиее эзможносказатьопетрушкекучерселифанбылсовершеннодругойчеловекноавторвесьмасовеститсязаниматьтакдолгочитателейлюдьминизкогоклассазнаяпоопыт льшихмедведяхонсошелслестницыподдерживаемыйподрукутосоднойтосдругойсторонытрактирнымслугоюиселябричкусгромомвыехалабричкаизподворотгостини хнихоконизнижнихгляделтеленокиливысовываласлепуюмордусвоюсвиньясловомвидыизвестныепроехавшипятнадцатуюверстуонвспомнилчтоздесьпословамман атьверсттозначитчтокнейестьверныхтридцатьдеревняманиловканемногихмоглазаманитьсвоимместоположениемдомгосподскийстоялодиночкойнаюрутоестьна плотвабабыказалосьбылимеждусобоювссореизачтотоперебранивалисьпоодальвсторонетемнелкакимтоскучносиневатымцветомсосновыйлесдажесамаяпогодав нипереднююистоловуюнесколькокоротковатонопопробуемнеуспеемликакнибудьимвоспользоватьсяисказатькоечтоохозяинедоманотутавтордолженпризнаться ищеерасположенияизнакомстваонулыбалсязаманчивобылбелокурсголубымиглазамивпервуюминутуразговораснимнеможешьнесказатькакойприятныйидобрыйчел qомаонговорилоченьмалоибольшеючастиюразмышлялидумалноочемондумалтожеразвебогубылоизвестнохозяйствомнельзясказатьчтобыонзанималсяондаженико тоянночиталужедвагодавдомеегочегонибудьвечнонедоставаловгостинойстоялапрекраснаямебельобтянутаящегольскойшелковойматериейкотораяверностоил учень грациозноколню рождения приготов двемыбыли сморовизыка койнибульби серный чехольчик назубочистку и весьмачастос и двналиван

Тепер треба підрахувати частоти букв, які зустрічаються в тексті. Для цього спочатку підрахуємо, скільки разів кожна буква зустрічається у тексті, а потім поділимо це число на загальну кількість букв у тексті. Ми спробували зробити це через словник у Python і під час виконання коду виявилося, що в тексті все ж таки залишилося декілька латинських літер (напевно в тексті були якісь англійські/французькі слова), тому треба було це якось виправити:

```
a: 8
b: 3
c: 6
d: 1
e: 23
f: 4
g: 2
h: 4
i: 12
l: 10
m: 9
```

Тому вирішили скористатися функцією ord(), яка отримує ID символа, і ми зробили так, щоб в текст, який ми форматували, записувалися тільки букви російського алфавіту, в яких ID в проміжку:

```
Type "help", "copyr:

>>> ord("a")

1072

>>> ord("я")

1103

>>>
```

Тобто в минулому коді, який вже було показано, рядки

```
text = ''.join(char for char in text if char.isalpha() or char.isspace() or (char >= 'a' and char <= 'я' or char >= 'A' and char <= 'Я'))

text = text.lower()

замінили на

text = text.lower()

text = ''.join(char for char in text if (char.isalpha() and ord(char)>1071 and ord(char)<1106) or char.isspace())
```

За допомогою наступного коду порахували, скільки разів зустрічається кожна буква в тексті:

```
for litera in output_without_spaces:
    if litera in letter_frequency:
        letter_frequency[litera] += 1
    else:
```

```
letter_frequency.update({litera: 1})
for letter, frequency in sorted(letter_frequency.items(), key=lambda x:x[1],
reverse=True):
    print(f"{letter}: {frequency}")
```

Текст без пробілів:

```
o no laint Asai Slaks Tan
o: 67964
e: 51416
a: 46290
и: 41319
н: 37320
T: 37010
c: 30826
в: 28236
л: 27009
p: 24990
k: 24904
д: 18840
y: 18242
м: 17904
п: 16799
ь: 12589
6: 11565
я: 11550
ч: 11480
ы: 11428
г: 10624
з: 10192
ж: 6706
й: 6320
x: 5908
ш: 5782
ю: 3633
ц: 1932
щ: 1798
э: 1337
ф: 738
ь: 197
ë: 85
```

I потім рахуємо частоту кожної букви, поділивши кількість зустрічань однієї букви на загальну кількість букв у тексті (для того, щоб гарно було, вивели у відсотках):

```
print("загальна "," відсоток від ")
print("кількість"," загального")
for letter, frequency in sorted(letter_frequency.items(), key=lambda x:x[1], reverse=True):
```

```
print(f"{letter}: {frequency},
{round(int(frequency)/len(output with spaces)*100,3)}")
o: 67964,%= 11.272
 e: 51416,%= 8.528
a: 46290,%= 7.677
 и: 41319,%= 6.853
 н: 37320,%= 6.19
T: 37010,%= 6.138
c: 30826,%= 5.113
 B: 28236,%= 4.683
л: 27009,%= 4.48
 p: 24990,%= 4.145
 κ: 24904,%= 4.13
д: 18840,%= 3.125
 y: 18242,%= 3.026
 m: 17904,%= 2.969
 п: 16799,%= 2.786
 ь: 12589,%= 2.088
 6: 11565,%= 1.918
я: 11550,%= 1.916
 ч: 11480,%= 1.904
 ы: 11428,%= 1.895
 r: 10624,%= 1.762
 з: 10192,%= 1.69
ж: 6706,%= 1.112
 й: 6320,%= 1.048
x: 5908,%= 0.98
ш: 5782,%= 0.959
ю: 3633,%= 0.603
```

І ось з пробілом:

ц: 1932,%= 0.32 щ: 1798,%= 0.298 э: 1337,%= 0.222 ф: 738,%= 0.122 ь: 197,%= 0.033 ё: 85,%= 0.014

```
загальна
          відсоток від
кількість загального
: 115910,
             %= 16.125
o: 67964,
            %= 9.455
            %= 7.153
e: 51416,
a: 46290,
            %= 6.44
и: 41319,
            %= 5.748
н: 37320,
            %= 5.192
T: 37010,
            %= 5.149
            %= 4.288
c: 30826,
в: 28236,
            %= 3.928
            %= 3.757
л: 27009,
p: 24990,
            %= 3.476
k: 24904,
            %= 3.464
            %= 2.621
д: 18840,
y: 18242,
            %= 2.538
m: 17904,
            %=2.491
п: 16799,
            %= 2.337
ь: 12589,
            %= 1.751
6: 11565,
            %= 1.609
            %= 1.607
я: 11550,
ч: 11480,
            %= 1.597
ы: 11428,
            %= 1.59
            %= 1.478
г: 10624,
з: 10192,
            %= 1.418
ж: 6706,
           %= 0.933
й: 6320,
          %= 0.879
x: 5908,
           %= 0.822
ш: 5782,
          %= 0.804
ю: 3633,
          %= 0.505
ц: 1932,
           %= 0.269
щ: 1798,
           %= 0.25
э: 1337,
          %= 0.186
ф: 738,
          %= 0.103
          %= 0.027
ъ: 197,
```

Тепер обрахуємо значення ентропії H_1 монограм тексту. Скористаємось формулою з методичних вказівок:

$$H(x_1, x_2, ..., x_n) = -\sum_{z_1, z_2, ..., z_n} P(x_1 = z_1, ..., x_n = z_n) \cdot \log_2 P(x_1 = z_1, ..., x_n = z_n).$$

Тобто для того, щоб знайти ентропію H_1 , треба знайти суму ентропій кожної букви. Код для цього (скористалися бібліотекою math для обчислення логарифму):

```
entropy=float(0)
for chastota in letter_frequency.values():
entropy+=(chastota/len(WITH_SPACES_OR_NOT))*math.log2(chastota/len(WITH_SPACES_OR_NOT))
print(-entropy, "= entropy")
```

(масив WITH_SPACES_OR_NOT може бути як масивом букв з пробілом, так і без, дивлячись який файл ми відкриваємо)

Значення ентропій, які в нас вийшли:

- з пробілами:

```
4.388077550681038 = entropy
```

без пробілів:

```
ъ: 19/, %= 0.033
ë: 85, %= 0.014
4.471864048360621 = entropy
```

Значення ентропії літер з пробілами вийшло менше, ніж значення ентропії без пробілів, що звучить логічно, адже текст з пробілами (слова відокремлені) дійсно легше передбачити аніж текст без пробілів (слова написані суцільним текстом).

На цьому етапі ми також вирішили зробити обчислення ентропії і частот функціями в Python, адже нам потрібно буде ще далі рахувати частоти і ентропії, і взагалі так код виглядає набагато приємніше (показую весь код):

```
def entropy(original_text,letter_freq):
    entropy=float(0)
    for chastota in letter_freq.values():
entropy+=(chastota/len(original_text))*math.log2(chastota/len(original_text))
    return -entropy
def find_freq(formated_text):
    letter_frequency = {}
    for litera in formated_text:
        if litera in letter_frequency:
            letter_frequency[litera] += 1
        else:
        letter_frequency.update({litera: 1})
```

```
return letter_frequency

def print_freq(let_freq, formated_text):
    print("загальна "," відсоток від ")
    print("кількість"," загального")
    for letter, frequency in sorted(let_freq.items(), key=lambda x:x[1],
reverse=True):
        print(f"{letter}: {frequency}, %=
{round(int(frequency)/len(formated_text)*100,3)}")
        return None

output_with_spaces_freq=find_freq(output_with_spaces)

output_without_spaces_freq=find_freq(output_without_spaces)

print(entropy(output_with_spaces,output_without_spaces_freq))

print(entropy(output_without_spaces,output_without_spaces_freq))

print(print_freq(output_without_spaces_freq,output_without_spaces))
```

Виводить він те ж саме, що й раніше, але працювати з ним зручніше.

Тепер знайдемо частоти біграм. Спочатку вирішили знайти частоти для пар букв, які перетинаються (тобто з кроком 1). Ось код для цього:

```
def find_freq_2(formatted_text):
    letter_frequency = {}

for i in range(len(formatted_text) - 1):
    pair = formatted_text[i:i+2]
    if len(pair) == 2:
        if pair in letter_frequency:
            letter_frequency[pair] += 1
        else:
        letter_frequency[pair] = 1

return letter frequency
```

Частоти без пробілів:

```
загальна
           відсоток від
кількість
           загального
то: 9712,
             %= 1.611
ов: 7873,
             %= 1.306
             %= 1.292
ко: 7787,
ст: 7659,
             %= 1.27
но: 7049,
             %= 1.169
по: 6932,
             %= 1.15
не: 6798,
             %= 1.127
на: 6364,
             %= 1.056
             %= 1.05
ка: 6332,
го: 5859,
             %= 0.972
ен: 5822,
             %= 0.966
oc: 5694,
             %= 0.944
ак: 5672,
             %= 0.941
ни: 5409,
             %= 0.897
от: 5371,
             %= 0.891
ал: 5134,
             %= 0.852
po: 5118,
             %= 0.849
он: 5078,
             %= 0.842
пр: 5014,
             %= 0.832
во: 4938,
             %= 0.819
ло: 4919,
             %= 0.816
ли: 4755,
             %= 0.789
pa: 4646,
             %= 0.771
ел: 4617,
             %= 0.766
ec: 4592,
             %= 0.762
op: 4577,
             %= 0.759
ть: 4490,
             %= 0.745
ет: 4360,
             %=0.723
од: 4314,
             %= 0.716
ep: 4186,
             %= 0.694
та: 4136,
             %= 0.686
ом: 4082,
             %= 0.677
pe: 4074,
             %= 0.676
ол: 4043,
             %= 0.671
те: 4022,
             %= 0.667
ва: 3945,
             %= 0.654
```

Частоти з пробілами:

```
відсоток від
загальна
кількість загального
o: 15355,
              %= 2.136
             %= 1.85
и: 13297,
             %= 1.848
e: 13285,
             %= 1.683
 п: 12101,
             %= 1.588
 н: 11414,
 в: 11058,
             %= 1.538
             %= 1.489
 c: 10702,
a: 10249,
             %= 1.426
то: 9490,
             %= 1.32
ко: 7610,
             %= 1.059
             %= 1.058
ь: 7608,
             %= 1.056
 и: 7589,
            %= 1.042
ст: 7489,
 κ: 6958,
            %= 0.968
по: 6928,
            %= 0.964
но: 6895,
            %= 0.959
не: 6761,
            %= 0.941
я: 6707,
            %= 0.933
 o: 6557,
            %= 0.912
на: 6329,
             %= 0.88
ка: 6288,
            %= 0.875
ов: 6187,
            %= 0.861
 д: 6048,
            %= 0.841
 т: 5924.
            %= 0.824
ro: 5831,
            %= 0.811
M: 5522,
            %= 0.768
 6: 5362,
           %= 0.746
ни: 5233,
            %= 0.728
 ч: 5099,
            %= 0.709
po: 5080,
            %= 0.707
пр: 5014,
            %= 0.698
ал: 4982,
            %= 0.693
ак: 4969,
            %= 0.691
в: 4890,
            %= 0.68
й: 4865,
             %= 0.677
```

I потім знайшли значення ентропій H_2 для цих біграм так само, як знаходили значення ентропій для букв (тобто скористалися вже існуючою функцією, яку ми раніше написали 'entropy'):

```
print("entropy without spaces
bigram",entropy(output without spaces,output without spaces bi freq))
```

```
print("entropy with spaces
bigram",entropy(output with spaces,output with spaces bi freq))
```

Вийшли такі ентропії:

```
n6: 1, %= 0.0
entropy without spaces bigram 8.271067881026687
entropy with spaces bigram 7.932268359359433
```

Знову ентропія тексту без пробілів більша, ніж з пробілами.

I тепер роздивимось випадок, коли пари літер не перетинаються (тобто йдемо по тексту з кроком 2):

```
def find_freq_3(formatted_text):
    letter_frequency = {}

# Iterate through the text, taking every pair of non-overlapping letters
for i in range(0, len(formatted_text) - 1, 2):
    pair = formatted_text[i:i+2]
    if len(pair) == 2:
        if pair in letter_frequency:
            letter_frequency[pair] += 1
        else:
            letter_frequency[pair] = 1
```

Кількості зустрічань біграм зменшилися майже вдвічі:

- без пробілів:

```
відсоток від
загальна
кількість
           загального
то: 4800,
             %= 0.796
ст: 3890,
             %= 0.645
ко: 3875,
             %= 0.643
ов: 3873,
            %=0.642
по: 3534,
             %= 0.586
но: 3456,
             %= 0.573
не: 3306,
             %= 0.548
на: 3212,
            %= 0.533
ка: 3181,
             %= 0.528
го: 2952,
             %= 0.49
ен: 2928,
             %= 0.486
oc: 2832,
            %= 0.47
             %= 0.463
ни: 2789,
ak: 2773,
             %= 0.46
от: 2669,
             %= 0.443
он: 2604,
             %= 0.432
po: 2572,
            %=0.427
            %= 0.424
ал: 2559,
во: 2541,
             %= 0.421
пр: 2515,
             %= 0.417
ло: 2483,
             %= 0.412
ли: 2379,
             %= 0.395
pa: 2334,
             %= 0.387
             %= 0.386
ec: 2330,
op: 2303,
             %= 0.382
ел: 2285,
             %= 0.379
ть: 2246,
             %= 0.373
ет: 2223,
             %= 0.369
од: 2127,
             %= 0.353
ep: 2082,
             %= 0.345
та: 2052,
            %= 0.34
om: 2033,
            %=0.337
те: 2021,
             %= 0.335
pe: 2020,
             %= 0.335
             %= 0.335
ва: 2018,
```

- з пробілами:

```
відсоток від
загальна
кількість
           загального
o: 7601,
             %= 1.057
e: 6762,
             %= 0.941
и: 6586,
            %= 0.916
 п: 5988,
             %= 0.833
н: 5710,
            %= 0.794
 в: 5482,
            %= 0.763
 c: 5378,
             %= 0.748
a: 5202,
            %= 0.724
то: 4772,
            %= 0.664
ко: 3835,
            %= 0.533
ь: 3828,
            %= 0.533
 и: 3821,
            %= 0.532
ст: 3768,
            %= 0.524
по: 3489,
            %= 0.485
не: 3415,
            %= 0.475
но: 3412,
            %= 0.475
k: 3407,
            %= 0.474
я: 3394,
            %= 0.472
o: 3291,
            %= 0.458
ка: 3168,
            %= 0.441
на: 3124,
            %= 0.435
ов: 3090,
            %= 0.43
д: 3045,
            %= 0.424
т: 2937,
            %= 0.409
го: 2898,
            %= 0.403
M: 2785,
            %= 0.387
6: 2669,
            %= 0.371
ни: 2639,
            %= 0.367
po: 2572,
            %= 0.358
ч: 2537,
            %= 0.353
пр: 2533,
             %= 0.352
ал: 2507,
             %= 0.349
```

I знову ж знаходимо ентропії H_2 тепер вже для біграм без перетину:

```
n6: 1, %= 0.0
entropy without spaces bigram without overlap 4.635602402867155
entropy with spaces bigram without overlap 4.4658002818063105
```

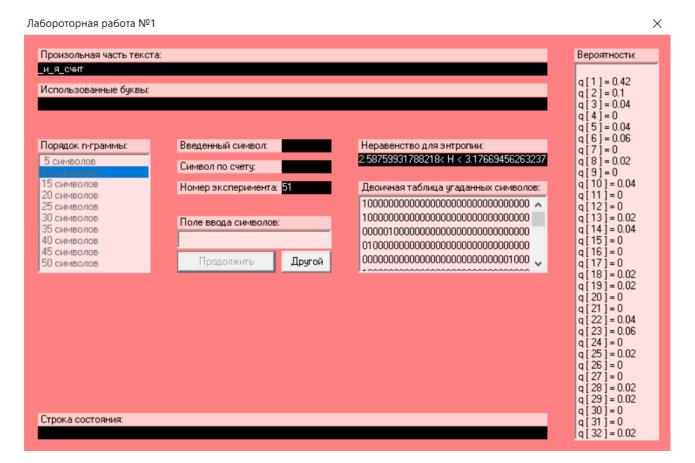
Знову значення ентропії тексту без пробілів більша, ніж тексту з пробілами.

Щоб було зручніше, запишемо всі значення ентропій, які ми знайшли, у табличку:

H_n	Текст з пробілами	Текст без пробілів
H_1	4,388077550681038	4,471864048360621
<i>H</i> ₂ (з перетинами)	7,932268359359433	8,271067881026687
H_2 (без перетинів)	4,4658002818063105	4,635602402867155

Таблиця 1. Значення ентропій монограм і біграм

- 2. Тепер перейдемо до завдання з CoolPinkProgram, за допомогою цієї програми можна дізнатися значення $H^{(10)}$, $H^{(20)}$ і $H^{(30)}$. Для цього треба провести не менш ніж 50 експериментів.
- $H^{(10)}$



Нерівність ентропії:

Неравенство для энтропии: 2.58759931788218< Н < 3.17669456263237

 $- H^{(20)}$

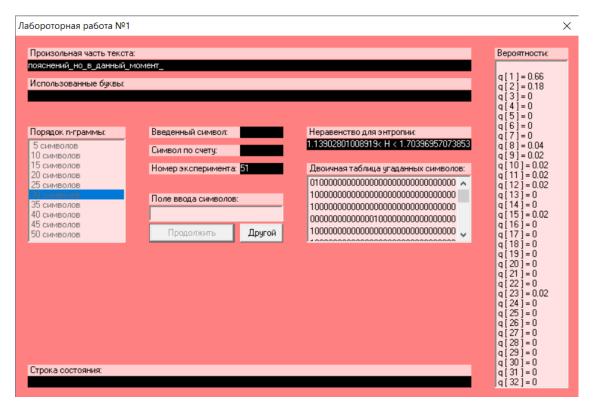
Лабороторная работа №1 ×



Нерівність ентропії:

Неравенство для энтропии: 1.51567813452112< Н < 2.29225447733486

 $- H^{(30)}$



Нерівність для ентропії:

Неравенство для энтропии: 1.13902801008919< H < 1.70396957073853

Також занесемо значення в табличку:

H_n	Нерівність для ентропії
$H^{(10)}$	2,58759931788218 < H < 3,17669456263237
$H^{(20)}$	1,51567813452112 < H < 2,29225447733486
$H^{(30)}$	1,13902801008919 < H < 1,70396957073853

Таблиця 2. Результати роботи з CoolPinkProgram

Можна побачити, що зі збільшенням кількості символів ентропія зменшується, адже чим більше кількість відомих символів (інформації), тим легше відгадати наступний символ. (складніше за все було відгадувати букву, яка йшла після пробілу, тому що не завжди легко відгадати наступне слово)

3. Нарешті за знайденими значеннями ентропії обрахуємо надлишковість російської мови в різних моделях джерела. Для цього використаємо формулу з методичних вказівок:

$$R = 1 - \frac{H_{\infty}}{H_0}$$

 $R=1-rac{H_{\infty}}{H_{0}}$, де H_{∞} - значення ентропії, які ми порахували для різних випадків і n-грам, а $H_0 = \log_2 m$, , де m — це кількість букв в алфавіті (або H_0 обраховується за формулою кількість пар букв, якщо це біграми).

Код для обрахування значень надлишковості:

```
def nadlishkovist without spaces (entropy):
    return 1-(entropy/math.log2(33))
def nadlishkovist with spaces (entropy):
    return 1-(entropy/math.log2(34))
def nadlishkovist without spaces bigram(entropy):
    return 1-(entropy/math.log2(1089))
def nadlishkovist with spaces bigram(entropy):
    return 1-(entropy/math.log2(1156))
```

В нас вийшли такі значення надлишковості:

entropy with spaces 4.388077550681038 R= 0.1374723142739288 ***** entropy without spaces 4.471864048360621 R= 0.11349828293564157 ***** entropy without spaces bigram 8.271067881026687 R= 0.18017231749542584 ***** entropy with spaces bigram 7.932268359359433 R= 0.2204101919877679 ***** entropy without spaces bigram without overlap 4.635602402867155 R= 0.5405194069712468 entropy with spaces bigram without overlap 4.4658002818063105 R= 0.5610975036911762

Також занесемо дані в таблицю:

H_n	Текст з пробілами	Текст без пробілів
H_1	0,1374723142739288	0,11349828293564157
H_2 (з перетинами)	0,2204101919877679	0,18017231749542584
H_2 (без перетинів)	0,5610975036911762	0,5405194069712468

Таблиця 3. Значення надлишковості R для монограм і біграм

Висновки: у ході комп'ютерного практику було обраховано значення ентропії для монограм і біграм певного тексту, написаного російською мовою, теоретичним шляхом. Було також обраховано значення ентропії $H^{(10)}$, $H^{(20)}$, $H^{(30)}$ експериментальним шляхом. За даними таблиці 1 можна побачити, що значення ентропій в тексті з пробілами менше, ніж в тексті без пробілів, що вказує на те, що текст з пробілами передбачити легше, ніж без пробілів. За даними таблиці 3 виявилося, що зі збільшенням кількості символів зменшується ентропія, тому що маючи більше інформації, простіше передбачити інформацію, яка буде йти далі. Наприкінці лабораторної роботи також було обчислено і занесено у таблицю 3 значення надлишковості російської мови R для монограм і біграм, що дозволяє нам визначити, наскільки можна ущільнити текст деякою схемою кодування без втрати його змісту. Таким чином ми навчилися визначати складність передбачування тексту за певною кількістю букв.