



LifeInspiration

Projecto de Sistemas de Informação

Life Inspiration V0.4 - Optimização de uma função Matemática

Optimização de uma função Matemática

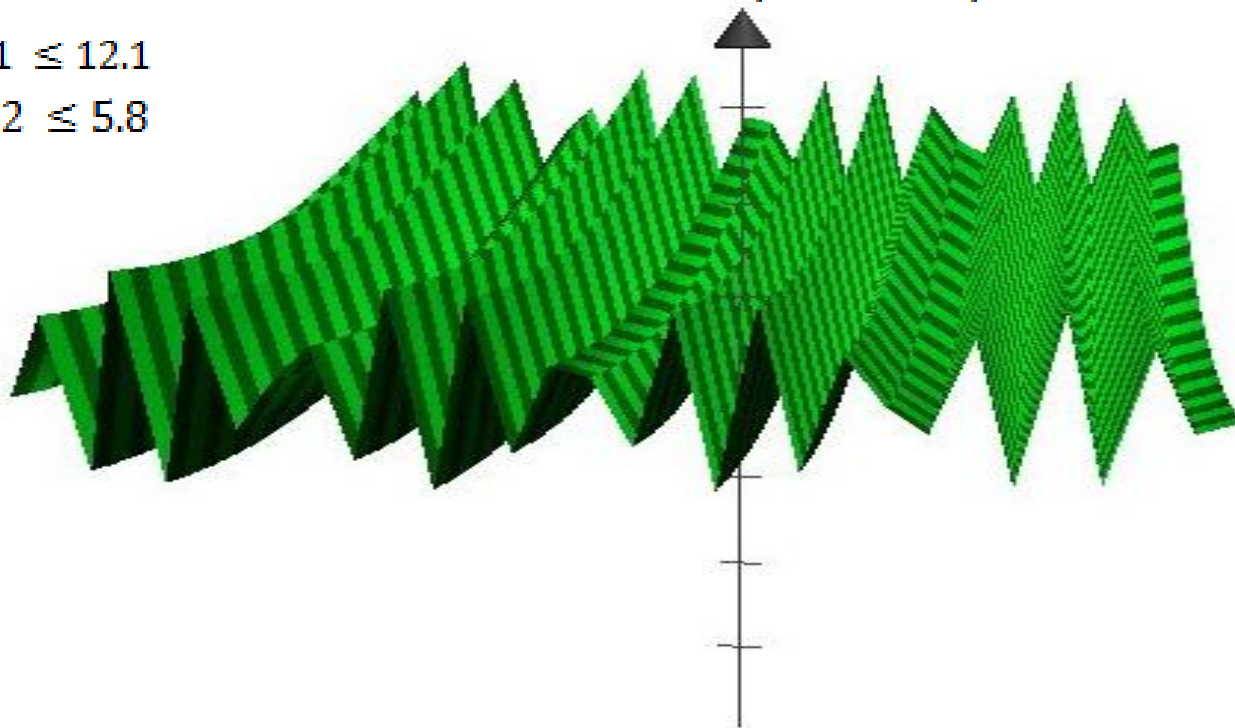
- **Objectivo:** Utilizar algoritmos genéticos para otimizar uma função matemática.

- Função a otimizar:

$$f(x_1, x_2) = 21.5 + x_1 * \sin(4 * \pi * x_1) + x_2 * \sin(20 * \pi * x_2)$$

$$-3.0 \leq x_1 \leq 12.1$$

$$4.1 \leq x_2 \leq 5.8$$



Optimização de uma função Matemática - Representação

- ▶ **Problema:** A função é representada por duas variáveis.
 - ▶ Anteriormente o indivíduo apenas tinha o valor, a partir de agora vai passar a ter 2 variáveis e também o domínio, por isso é necessário fazer uma adaptação ao sistema existente para suportar esta funcionalidade.
 - ▶ É necessário fazer uma representação binária das variáveis, portanto é necessário saber quantos bits vão ser necessários para cada uma.
 - ▶ Domínio $x1$: $Dx1 = 12.1 - (-3.0) = 15.1$
 - ▶ Precisão de 4 casas decimais: $15.1 * 10000 = 151000 \Rightarrow 2^{17} \leq 151000 \leq 2^{18}$
 - ▶ Domínio $x2$: $Dx2 = 5.8 - 4.1 = 1.7$
 - ▶ Precisão de 4 casas decimais: $1.7 * 10000 = 17000 \Rightarrow 2^{14} \leq 17000 \leq 2^{15}$
 - ▶ O indivíduo i vai ser composto por 2 genes ($x1$ e $x2$) em que $x1 = 18$ alelos e $x2 = 15$ alelos.

Optimização de uma função Matemática - Avaliação

► **Problema:** É necessário analisar o fitness do individuo.

► **Exemplo:**

► $X'1 = \text{decimal}(111101001010111000b) = 250552d$

► $X'2 = \text{decimal}(001001011000000b) = 4800d$

► Equação a utilizar para encontrar número real correspondente:

$$x = \text{Limite}_{\text{esqdominio}} + x' \times \frac{\text{Tamanho_Dominio}}{2^{n^{\circ}bits} - 1}$$

► $x'1 = -3 + 250552 + \frac{15.1}{2^{18} - 1} = 11,4323$

► $x'2 = 4.1 + 4800 + \frac{1.7}{2^{15} - 1} = 4,3490$

► $\text{Fitness} = f(11.4323, 4.3490) = 13,1733$



Optimização de uma função Matemática - Recombinação

- ▶ **Seleção** - Ordena-se a população (por exemplo: através da roleta ou torneio) colocando, neste caso (maximização), no topo da lista os indivíduos que obtiverem maior valor calculado através da função de avaliação.



Optimização de uma função Matemática - Recombinação

- ▶ **Passo 1)** Escolhem-se 2 indivíduos do topo da lista obtida (que ainda não tivessem sido escolhidos);
- ▶ **Passo 2)** Calcula-se um numero aleatório entre $[0;1[$;
- ▶ **Passo 3.1)** Se o numero aleatório for maior do que 0,65, os dois indivíduos escolhidos passam diretamente para a descendência.



Optimização de uma função Matemática - Recombinação

- ▶ **Passo 3.2)** Se o número aleatório for menor ou igual a 0.65, calcula-se aleatoriamente um ponto de corte para os primeiros genes dos dois indivíduos escolhidos, recombina-os e procedendo de igual forma para os segundos genes de ambos. Passando para a descendência, os dois indivíduos cujos novos genes são constituídos até aos cortes, pelos seus próprios e dos cortes em diante pelos genes do indivíduo com o qual foram recombinaos.
- ▶ **Passo 4)** Volta-se ao passo 1, até terminarem os indivíduos da lista ordenada.



Optimização de uma função Matemática – Recombinação - Exemplo

▶ Gene $x1 = a + b$

▶ Gene $x2 = c + d$



▶ Ponto de corte aleatório

▶ Indivíduos: $i1$ e $i2$

▶ $i1 = x1 \ \& \ x2 \Leftrightarrow i1 = a+b \ \& \ c+d$

▶ $i2 = x1 \ \& \ x2 \Leftrightarrow i2 = A+B \ \& \ C+D$

▶ Recombinando:

▶ $i'1 = a+B \ \& \ c+D$

▶ $i'2 = A+b \ \& \ C+d$



Optimização de uma função Matemática – Mutação

- ▶ **Passo 1)** Escolher uma percentagem de muta o (ex: 1%);
- ▶ **Passo 2)** Escolher um indivíduo;
- ▶ **Passo 3)** Escolher o primeiro gene. Para cada um dos alelos   calculada aleatoriamente uma percentagem, se essa percentagem for menor que 1% o bit em causa passa a “1”;
- ▶ **Passo 4)** Volta-se ao passo 2, até terminar a popula o;



Optimização de uma função Matemática – Mutação - Exemplo

► i'3 = 101101101000111010 & 111001000101110



Operador: Intermediate Crossover – números reais

- ▶ Passo 1) Selecionam-se 2 indivíduos, P1 e P2, assumindo o papel de Pais.
- ▶ Passo 2) Selecionam-se os genes GeneiP1 e GeneiP2 , dos indivíduos P1 e P2 respectivamente, em que $i \in (1, 2, 3, \dots, \text{número de genes})$
- ▶ Passo 3) Gera-se um número aleatório a_i , pertencente ao intervalo $[-0.25; 1.25]$



Operador: Intermediate Crossover – números reais

- ▶ Passo 4) Calcula-se o gene Gene_iF do novo indivíduo F (filho), através da seguinte forma:
 - ▶ $\text{Gene}_iF = \text{Gene}_iP1 * a_i + \text{Gene}_iP2 * (1 - a_i)$
- ▶ Passo 5) Volta-se ao ponto 2, até que todos os genes dos indivíduos “Pais” P1 e P2 sejam percorridos (i = número genes)



Operador: Intermediate Crossover - Exemplo

- ▶ Considerar os seguintes indivíduos, com 3 genes cada.

Pai1	12	25	5
Pai2	123	4	34

- ▶ Considerar os seguintes valores de “a” para este exemplo:

a1	a2	a3
0.5	1.1	-0.1



Operador: Intermediate Crossover - Exemplo

- O novo filho calculado é:

Gene ₁ F	Gene ₂ F	Gene ₃ F
67.5	1.9	2.1



Pai1	12	25	5
Pai2	123	4	34

a1	a2	a3
0.5	1.1	-0.1

$$\text{Gene}_1\text{F} = \text{Gene}_1\text{P1} * a_1 + \text{Gene}_1\text{P2} * (1-a_1)$$

$$= 12 * 0.5 + 123 * (1-0.5)$$

$$= 6 + 61.5$$

$$= 67.5$$