Front matter

lang: ru-RU title: Модель гармонических колебаний author: | Кан Ир-сен НПИбд-01-19\inst{1}

institute: | \inst{1}Российский Университет Дружбы Народов

date: 1 марта, 2022, Москва, Россия

Formatting

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono toc: false slide_level: 2 theme: metropolis header-includes: - \metroset{progressbar=frametitle,sectionpage=progressbar,numbering=fraction} - '\makeatletter' - '\beamer@ignorenonframefalse' - '\makeatother' aspectratio: 43 section-titles: true

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Изучить уравнение гармонического осцилятора

Задание к лабораторной работе

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

Процесс выполнения лабораторной работы

Теоретический материал

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид: $$\ddot{x}+2\gamma\dot{x}+\omega_0^2=0$$

Теоретический материал

При отсутствии потерь в системе ($\gamma=0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени. $$\ddot{x}+\omega_0^2x=0$$ Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$ \begin{cases} x(t_0)=x_0 \\
\dot{x(t_0)}=y_0 \end{cases} $$

Теоретический материал

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка: $$ \begin{cases} x=y \\
y=-\omega_0^2x \end{cases} $$

Начальные условия для системы примут вид: $$ \begin{cases} x(t_0)=x_0 \\
y(t_0)=y_0 \end{cases} $$

Условие задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x}+18x=0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+18\dot{x}+9x=0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+8\dot{x}+16x=0.5\cos{3t}$

На итнтервале $t \in [0;68]$, шаг 0.05, $x_0=1.8, y_0=0.8$

Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x}+18x=0$$

График решения для случая 1 { #fig:001 width=70% height=70% }

Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x}+18x=0$$

Фазовый портрет для случая 1 { #fig:002 width=70% height=70% }

Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x}+18\dot{x}+9x=0$$

График решения для случая 2 { #fig:003 width=70% height=70% }

Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x}+18\dot{x}+9x=0$$

Фазовый портрет для случая 2 { #fig:004 width=70% height=70% }

Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x}+8\dot{x}+16x=0.5\cos{3t}$$

График решения для случая 3 { #fig:005 width=70% height=70% }

Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x}+8\dot{x}+16x=0.5\cos{3t}$$

Фазовый портрет для случая 3 { #fig:006 width=70% height=70% }

Выводы по проделанной работе

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы.