

# Front matter

lang: ru-RU title: "Отчет по лабораторной работе №2" subtitle: "Задача о погоне - вариант 37" author: "Кан Ир-сен НПИбд-01-19"

# Formatting

toc-title: "Содержание" toc: true # Table of contents toc\_depth: 2 lof: true # List of figures fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4paper documentclass: scrreprt polyglossia-lang: russian polyglossia-otherlangs: english mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase indent: true pdf-engine: lualatex header-includes: - \linepenalty=10 # the penalty added to the badness of each line within a paragraph (no associated penalty node) Increasing the value makes tex try to have fewer lines in the paragraph. - \interlinepenalty=0 # value of the penalty (node) added after each line of a paragraph. - \hyphenpenalty=50 # the penalty for line breaking at an automatically inserted hyphen - \exhyphenpenalty=50 # the penalty for line breaking at an explicit hyphen - \binoppenalty=700 # the penalty for breaking a line at a binary operator - \relpenalty=500 # the penalty for breaking a line at a relation - \clubpenalty=150 # extra penalty for breaking after first line of a paragraph - \widowpenalty=150 # extra penalty for breaking before last line of a paragraph - \displaywidowpenalty=50 # extra penalty for breaking before last line before a display math - \brokenpenalty=100 # extra penalty for page breaking after a hyphenated line - \predisplaypenalty=10000 # penalty for breaking before a display - \postdisplaypenalty=0 # penalty for breaking after a display - \floatingpenalty = 20000 # penalty for splitting an insertion (can only be split footnote in standard LaTeX) - \raggedbottom # or \flushbottom - \usepackage{float} # keep figures where there are in the text

- \floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text

# Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раз больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

# Задание

- 1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в  $n$  раз.
- 2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
- 3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

# Выполнение лабораторной работы

Принимаем за  $t_0=0, X_0=0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $X_0=k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_0=0 (\theta=x_0=0)$ , а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $x-k$  (или  $x+k$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v_l}$  или  $\frac{x+k}{v_k}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{v_k}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v_l} = \frac{x+k}{v_k}$  - в первом случае,  $\frac{x}{v_l} = \frac{x-k}{v_k}$  во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1=\frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta=0$$

$$x_2=\frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta=-\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v_l$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса  $v_r=\frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v_r=\frac{dr}{dt}$ . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_t=r\frac{d\theta}{dt}$ . Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  $v_t=r\frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t=\sqrt{n^2 v_r^2 - v_l^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v_r$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t=\sqrt{n^2 v_r^2 - v_l^2}$ . Следовательно,  $v_t=v_l\sqrt{n^2-1}$ .

Тогда получаем  $\frac{d\theta}{dt}=\frac{v_t}{r}=\frac{v_l\sqrt{n^2-1}}{r}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt}=v_l \\ \frac{d\theta}{dt}=\frac{v_l\sqrt{n^2-1}}{r} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0=0 \\ r_0=\frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0=-\pi \\ r_0=\frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{dt} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

## Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 14.1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3.9 раза больше скорости браконьерской лодки

## Код программы

```
from math import *
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

# заданные значения в задании
n = 3.5
s = 8.5
fi = pi * 2/5 # сторона побега

# дифференциальное уравнение движения катера
def diff(tetha, r):
    dr = r/sqrt(n**2 - 1)
    return dr

# простое уравнение описания движения лодки
def f2(t):
    xt = tan(fi+pi)*t
    return xt

#Решения первого случая когда он идет по часовой стрелке
r0 = s / (n+1)
# solved diff equations
# Задаем значения тета на каком-нибудь интервале
tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r = odeint(diff, r0, tetha)

# простой перевод из обычных координат в полярные
t = np.arange(0.00000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
tetha1 = np.arctan(f2(t)/t)
#Рисования картинок
plot.rcParams["figure.figsize"] = (10, 10)

plot.polar(tetha, r, 'red')
plot.polar(tetha1, r1, 'green')

tmp = 0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=1

print("Teta:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))

plot.legend()
plot.savefig("01.png", dpi=400)

r0 = s/(n-1)

tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r = odeint(diff, r0, tetha)
# вычисления траектории лодки
```

```

t=np.arange(0.00000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2+f2(t)**2)
tetha1 = np.arctan(f2(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (8, 8)

plot.polar(tetha, r, 'red', label = 'катер')
plot.polar(tetha1, r1, 'green', label = 'лодка')

# вычисления точка пересечения
tmp=0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=i
print("Тета:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))
plot.legend()
plot.savefig("02.png", dpi=400)

```

## Решение

траектории для случая 1 { #fig:001 width=70% height=70% }

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты 
$$\begin{cases} \theta=315 \\ r=6.88 \end{cases}$$

траектории для случая 2 { #fig:002 width=70% height=70% }

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты 
$$\begin{cases} \theta=315 \\ r=8.87 \end{cases}$$

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуетея пройти значительно меньшее расстояние.

## Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.