

Лабораторная работа № 3

Моделирование стохастических процессов

Мугари Абдеррахим

Содержание

1	Цель работы	5
2	Предварительные сведения. СМО $M M 1$	6
2.1	Основные понятия	6
2.2	Математическая модель	6
2.2.1	Для $M M 1$:	7
3	Выполнение лабораторной работы	8
3.1	Реализация модели на NS-2	8
3.2	Анализ результатов	11
3.3	Построение графика в Gnuplot	11
3.3.1	Создание файла graph_plot	11
4	Выводы	14
	Список литературы	15

Список иллюстраций

3.1	Анализ результатов	11
3.2	Создание файла graph_plot	12
3.3	График средней длины очереди	13

Список таблиц

1 Цель работы

- Цель данной лабораторной работы — изучение моделирования стохастических процессов в системах массового обслуживания (СМО) с использованием математических моделей и компьютерного моделирования в NS-2.

2 Предварительные сведения. СМО M|M|1

2.1 Основные понятия

Система массового обслуживания (**СМО**) – это математическая модель, описывающая процесс поступления заявок, их обработку и возможные задержки. В данной работе рассматриваются два типа СМО:

- **M|M|1** – одноканальная СМО с неограниченной очередью.
- **M|M|n|R** – многоканальная СМО с конечной емкостью буфера.

Для обеих систем входной поток заявок распределен по **пуассоновскому закону** с интенсивностью (λ), а время обслуживания заявок распределено по **экспоненциальному закону** с параметром (μ).

2.2 Математическая модель

Для описания работы системы используются **уравнения Колмогорова**, которые описывают вероятности нахождения определенного количества заявок в системе в каждый момент времени.

2.2.1 Для M|M|1:

- **Стационарное распределение вероятностей** выражается формулой:

$$p_i = (1 - \rho)\rho^i, \quad \text{где} \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Здесь (ρ) – коэффициент загрузки системы.

- **Среднее число заявок в системе:**

$$N = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

- **Среднее время пребывания заявки в системе:**

$$v = \frac{1}{\mu(1 - \rho)}$$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Реализация модели на NS-2

- Для моделирования мы используем симулятор NS-2. В коде на Tcl задаются параметры системы:
 - Интенсивность поступления заявок ($\lambda = 30.0$)
 - Средняя скорость обслуживания ($\mu = 33.0$)
 - Размер очереди (100000 для неограниченной системы)
- В коде создаются два узла, соединенные каналом с пропускной способностью 100 Кб/с, и задается очередь DropTail. Для генерации трафика используется агент UDP, который передает пакеты случайного размера.
- Кроме того, реализована функция для мониторинга очереди и вычисления:
 - Теоретической вероятности потери пакетов
 - Средней длины очереди

Создание объекта симулятора

```
set ns [new Simulator]
```

Открытие файла трассировки

```
set tf [open out.tr w]
```

```
$ns trace-all $tf
```



```

# Определение параметров системы

set lambda 30.0
set mu 33.0
set qsize 100000
set duration 1000.0

# Создание узлов и соединения между ними

set n1 [$ns node]
set n2 [$ns node]

set link [$ns simplex-link $n1 $n2 100kb 0ms DropTail]
$ns queue-limit $n1 $n2 $qsize

# Настройка случайных переменных

set InterArrivalTime [new RandomVariable/Exponential]
$InterArrivalTime set avg_ [expr 1/$lambda]

set pktSize [new RandomVariable/Exponential]
$pktSize set avg_ [expr 100000.0/(8*$mu)]

# Создание агентов (источник и приемник)

set src [new Agent/UDP]
$src set packetSize_ 100000
$ns attach-agent $n1 $src

set sink [new Agent/Null]
$ns attach-agent $n2 $sink

$ns connect $src $sink

```

```

# Мониторинг очереди

set qmon [$ns monitor-queue $n1 $n2 [open qm.out w] 0.1]
$link queue-sample-timeout

# Функция завершения симуляции

proc finish {} {
    global ns tf
    $ns flush-trace
    close $tf
    exit 0
}

# Функция генерации пакетов

proc sendpacket {} {
    global ns src InterArrivalTime pktSize
    set time [$ns now]
    $ns at [expr $time + [$InterArrivalTime value]] "sendpacket"
    set bytes [expr round([$pktSize value])]
    $src send $bytes
}

# Запуск генерации пакетов и завершения симуляции

$ns at 0.0001 "sendpacket"
$ns at $duration "finish"

# Вычисление характеристик системы

set rho [expr $lambda/$mu]

```

```

set ploss [expr (1-$rho)*pow($rho,$qsize)/(1-pow($rho,($qsize+1)))]
puts "Теоретическая вероятность потери = $ploss"

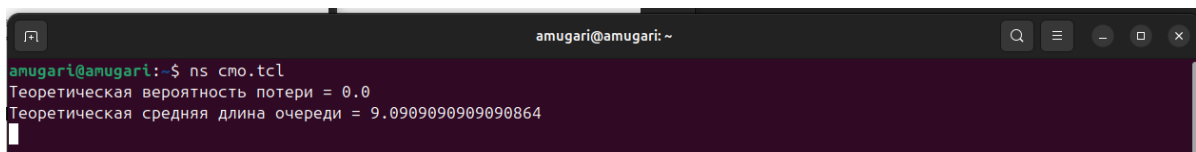
set aveq [expr $rho*$rho/(1-$rho)]
puts "Теоретическая средняя длина очереди = $aveq"

# Запуск симуляции
$ns run

```

3.2 Анализ результатов

- После выполнения кода мы получили (рис. 3.1).
 - Теоретическая вероятность потери = 0.0
 - Средняя длина очереди = 9.09



```

amugari@amugari:~$ ns cmc.tcl
Теоретическая вероятность потери = 0.0
Теоретическая средняя длина очереди = 9.0909090909090864

```

Рис. 3.1: Анализ результатов

- Очередь никогда не переполняется.
- В среднем в системе ≈ 9 заявок ожидают обработки.
- Система стабильна, но работает с высокой нагрузкой.

3.3 Построение графика в Gnuplot

3.3.1 Создание файла graph_plot

- мы создали отдельный файл в каталоге проекта с именем **graph_plot** (рис. 3.2).

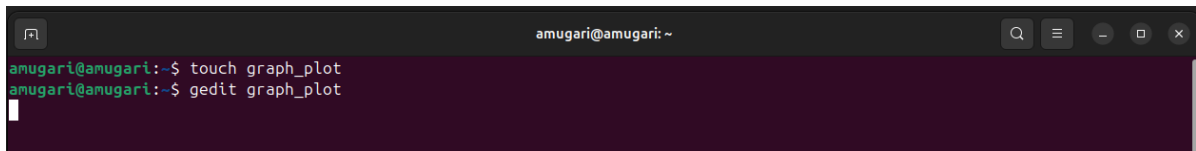


Рис. 3.2: Создание файла graph_plot

- Открыли его для редактирования и добавили следующий код

```
#!/usr/bin/gnuplot -persist

## Устанавливаем кодировку и параметры вывода
set encoding utf8
set term pdfcairo font "Arial,9"

## Определяем выходной файл
set out 'qm.pdf'

## Название графика
set title "График средней длины очереди"

## Настройки линий
set style line 2

## Подписи осей
set xlabel "t"
set ylabel "Пакеты"

## Построение графика на основе данных из qm.out
plot "qm.out" using ($1):($5) with lines title "Размер очереди (в пакетах)", \
    "qm.out" using ($1):($5) smooth csplines title "Приближение сплайном", \
    "qm.out" using ($1):($5) smooth bezier title "Приближение Безье"
```

- Потом запустили его.
- После выполнения появится график `qm.pdf`, где можно увидеть, как изменяется длина очереди во времени (рис. 3.3).

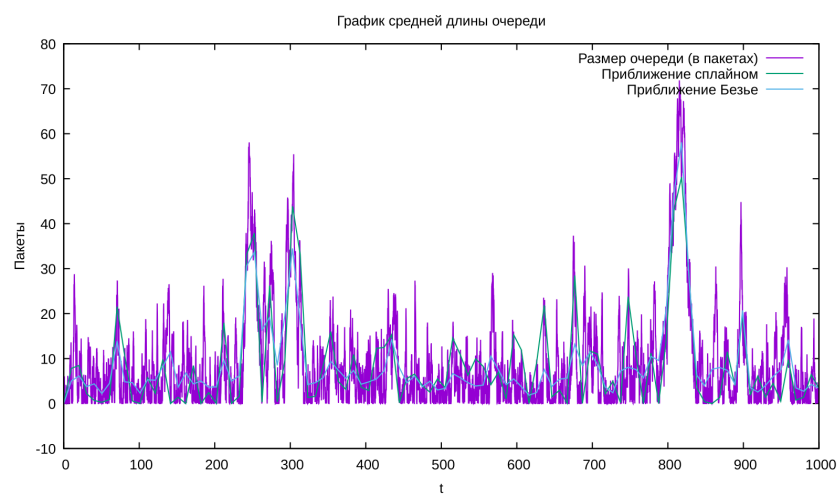


Рис. 3.3: График средней длины очереди

4 Выводы

- В данной работе изучены основы моделирования стохастических процессов в системах массового обслуживания с акцентом на модели $M|M|1$ и $M|M|n|R$, а также исследованы уравнения Колмогорова для описания поведения заявок. Реализация моделирования в NS-2 и а результаты, визуализированные через Gnuplot

Подробнее см. в [1–3].

Список литературы

1. Gross D., Harris C.M. Fundamentals of Queueing Theory. 4th изд. Wiley, 2008.
2. Team T.N. NS-2 Network Simulator User Guide. ISI, 2006.
3. Williams T., Kelley C. Gnuplot 5.4 Reference Manual. 2020.