

Лабораторная работа 6

Модель «хищник–жертва»

Мугари Абдеррахим

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
3.1	Реализация модели в xcoss	8
3.2	Реализация модели с помощью блока Modelica в xcoss	14
3.3	Упражнение: реализация модели в OpenModelica	18
4	Выводы	20
	Список литературы	21

Список иллюстраций

3.1	Установка переменных окружения в xcos	8
3.2	Схема модели “хищник-жертва” в xcos	9
3.3	Установка начальных условий в блоках интегрирования	9
3.4	Настройка параметров симуляции	10
3.5	Настройка осей для временных графиков	11
3.6	Настройка осей для фазового портрета	12
3.7	График изменения численности жертв и хищников	13
3.8	Фазовая траектория модели Лотки-Вольтерры	13
3.9	Схема модели с блоком Modelica	14
3.10	Настройки блока Modelica (часть 1)	15
3.11	Настройки блока Modelica (часть 2)	16
3.12	Динамика численности с блоком Modelica	17
3.13	Фазовый портрет с блоком Modelica	17
3.14	Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при ($a = 2$, $b = 1$, $c = 0.3$, $d = 1$, $x(0) = 2$, $y(0) = 1$)	19
3.15	Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при ($a = 2$, $b = 1$, $c =$ 0.3 , $d = 1$, $x(0) = 2$, $y(0) = 1$)	19

Список таблиц

1 Цель работы

Основной задачей данной лабораторной работы является освоение и практическое воплощение модели “хищник-жертва” (известной как модель Лотки-Вольтерры) с применением программных средств xcos и OpenModelica.

2 Задание

1. Построить модель “хищник-жертва” в среде xcos.
2. Создать модель “хищник-жертва” с использованием блока Modelica в xcos.
3. Выполнить моделирование системы “хищник-жертва” в OpenModelica.

3 Выполнение лабораторной работы

Модель “хищник-жертва”, или модель Лотки-Вольтерры, описывает динамику взаимодействия двух видов — жертв и хищников. Она выражается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy \\ \dot{y} = cxy - dy \end{cases}$$

где:

- (x) — численность популяции жертв;
- (y) — численность популяции хищников;
- (a) — показатель роста числа жертв;
- (b) — коэффициент сокращения жертв из-за хищников;
- (c) — коэффициент увеличения хищников благодаря жертвам;
- (d) — показатель естественного уменьшения хищников.

3.1 Реализация модели в xcos

Для моделирования приняты следующие параметры: ($a = 2$), ($b = 1$), ($c = 0.3$), ($d = 1$), а также начальные значения ($x(0) = 2$), ($y(0) = 1$).

В xcos через меню *Моделирование* → *Задать переменные окружения* определены значения коэффициентов (a), (b), (c), (d) (см. рис. 3.1).

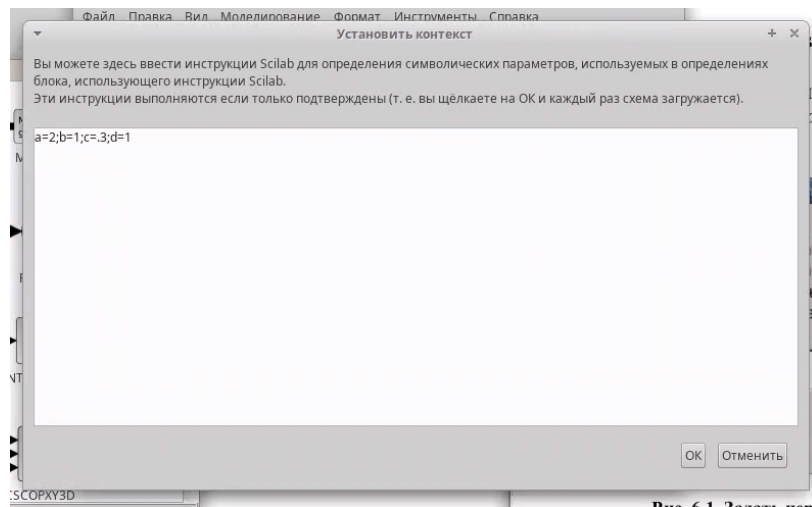


Рис. 3.1: Установка переменных окружения в xcos

Для создания модели применялись блоки: `CLOCK_c`, `CSCOPE`, `TEXT_f`, `MUX`, `INTEGRAL_m`, `GAINBLK_f`, `SUMMATION`, `PROD_f`, а также `CSCOPXY` для построения фазового портрета. Итоговая схема модели представлена на рис. 3.2.

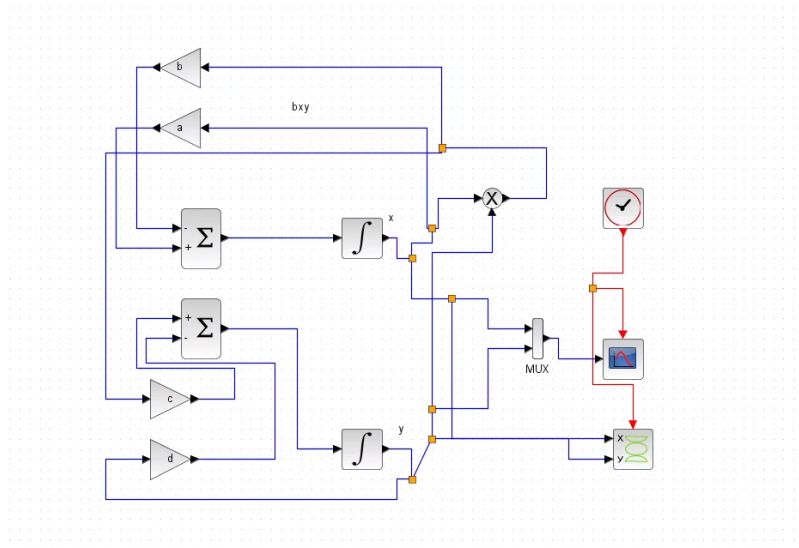


Рис. 3.2: Схема модели “хищник-жертва” в хcos

Начальные условия ($x(0) = 2$) и ($y(0) = 1$) установлены в блоках интегрирования (см. рис. 3.3, 3.4).

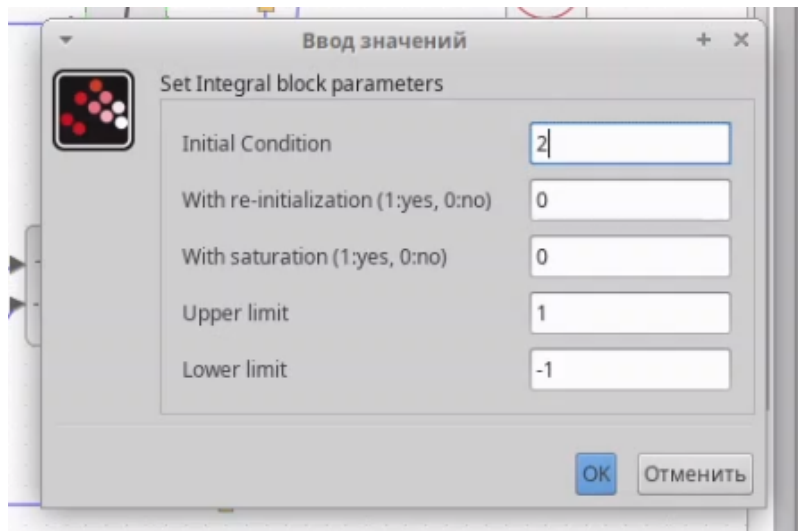


Рис. 3.3: Установка начальных условий в блоках интегрирования

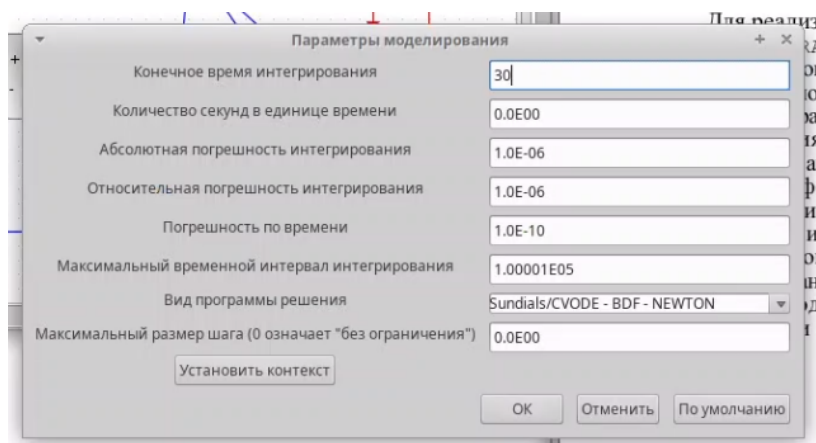


Рис. 3.4: Настройка параметров симуляции

Через меню *Моделирование* → *Установка* задано время симуляции — 30 секунд.

Настройка осей графиков

Для наглядного отображения результатов симуляции настроены оси графиков в блоках CSCOPE (временные графики) и CSCOPXY (фазовый портрет):

- **Временные графики (CSCOPE):**

- Ось Y (численность популяций) настроена в диапазоне от 0 до 10 для отображения колебаний (см. рис. 3.5).

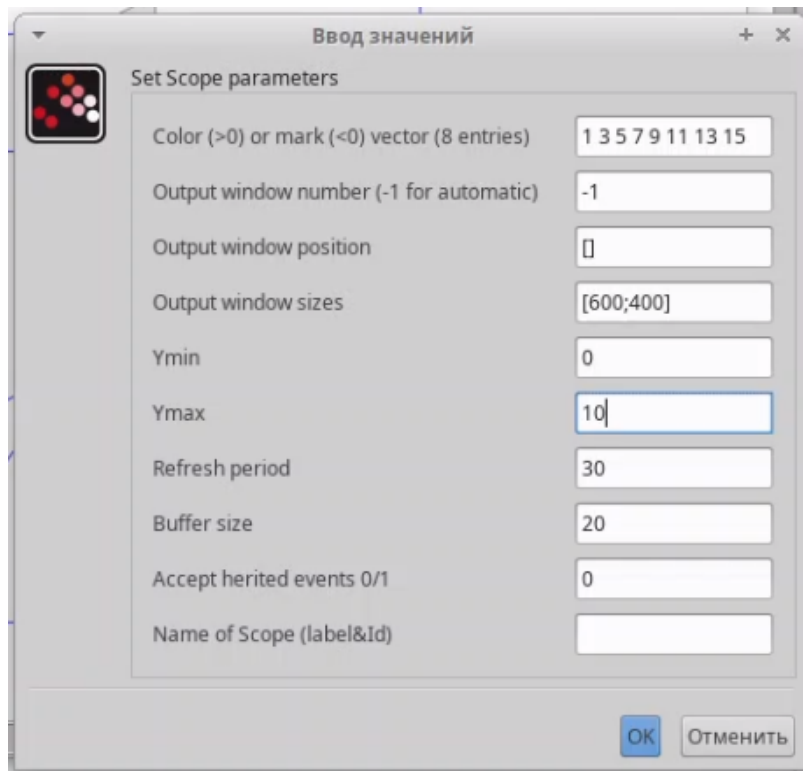


Рис. 3.5: Настройка осей для временных графиков

- **Фазовый портрет (CSCOPXY):**

- Ось X (жертвы, (x)): диапазон от 0 до 10, исходя из пиковых значений численности жертв.
- Ось Y (хищники, (y)): диапазон от 0 до 10, исходя из пиковых значений численности хищников (см. рис. 3.6).

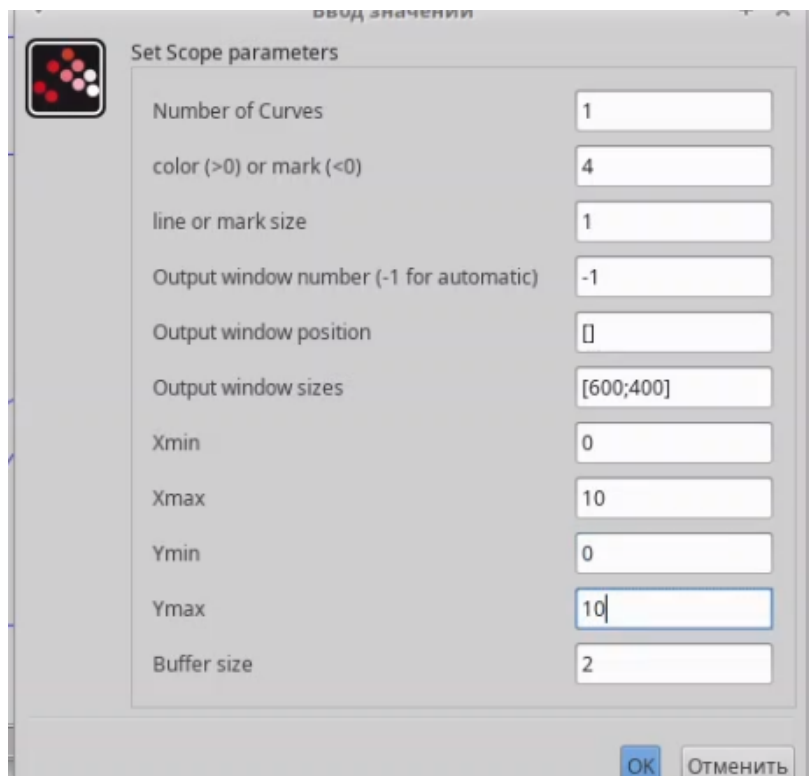


Рис. 3.6: Настройка осей для фазового портрета

Такая настройка позволила чётко визуализировать поведение системы.

Результаты симуляции представлены на рис. 3.7 (динамика численности: чёрная линия — $x(t)$, зелёная — $y(t)$) и рис. 3.8 (фазовый портрет).

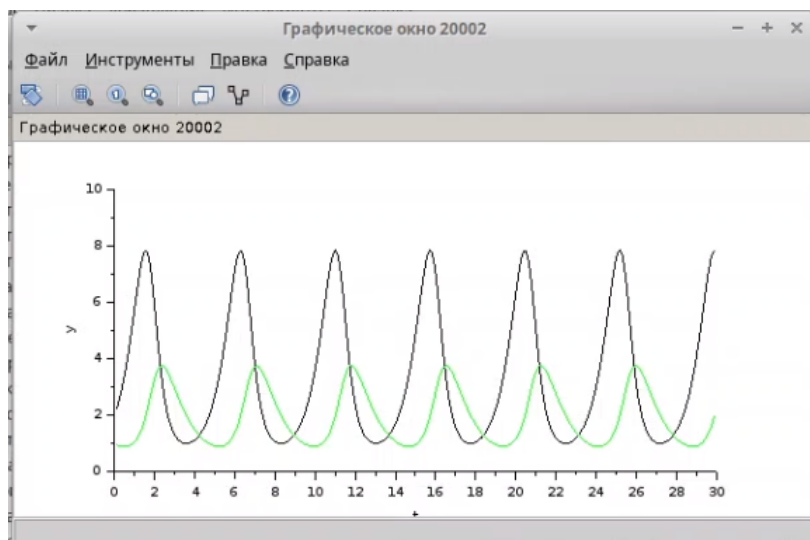


Рис. 3.7: График изменения численности жертв и хищников

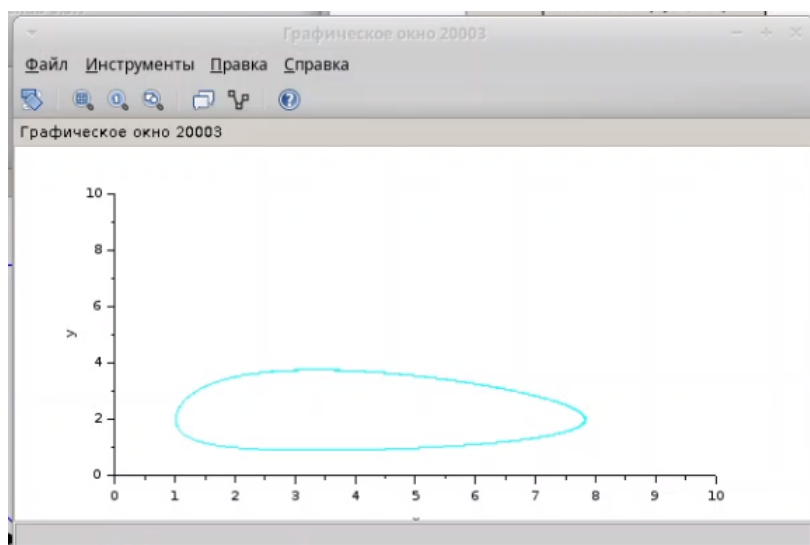


Рис. 3.8: Фазовая траектория модели Лотки-Вольтерры

3.2 Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Альтернативная реализация выполнена с использованием блока MBLOCK (Modelica generic) и блоков: CLOCK_c, CSCOPe, CSCOPXY, TEXT_f, MUX, CONST_m. Коэффициенты (a), (b), (c), (d) остались прежними (см. рис. 3.1).

Схема модели с блоком Modelica показана на рис. 3.9. Параметры блока, включая входные («a», «b», «c», «d») и выходные («x», «y») переменные, обозначенные как внешние («E»), представлены на рис. 3.10 и 3.11.

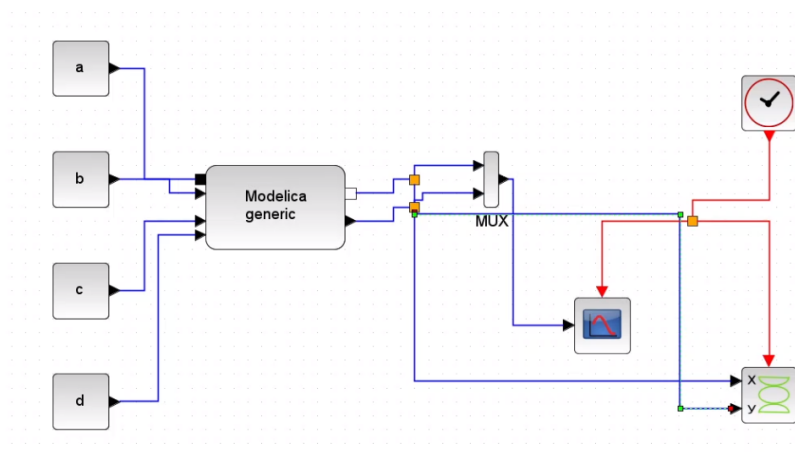


Рис. 3.9: Схема модели с блоком Modelica

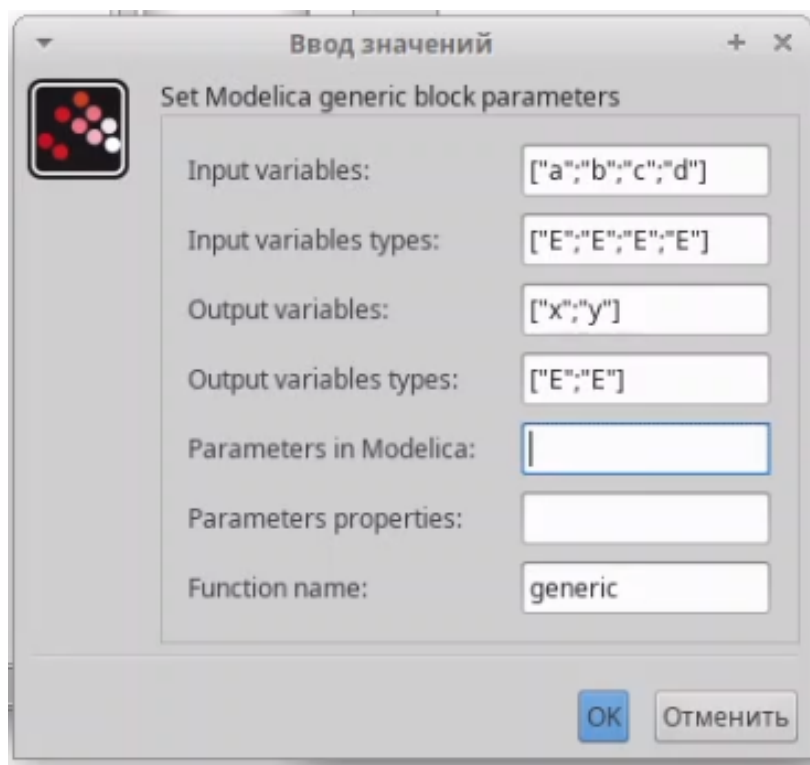


Рис. 3.10: Настройки блока Modelica (часть 1)

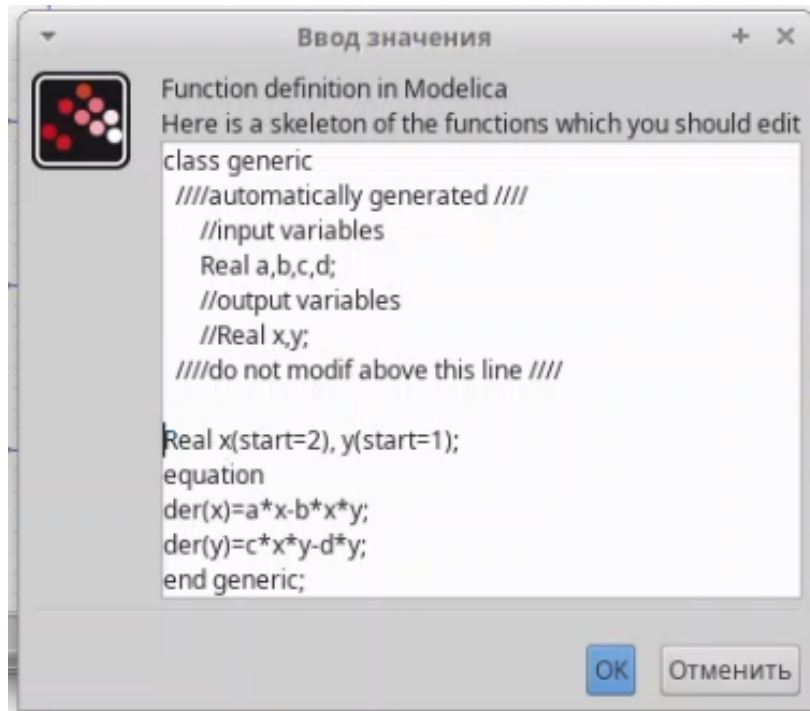


Рис. 3.11: Настройки блока Modelica (часть 2)

Результаты симуляции (динамика на рис. 3.12 и фазовый портрет на рис. 3.13) совпадают с предыдущими, подтверждая корректность подхода.

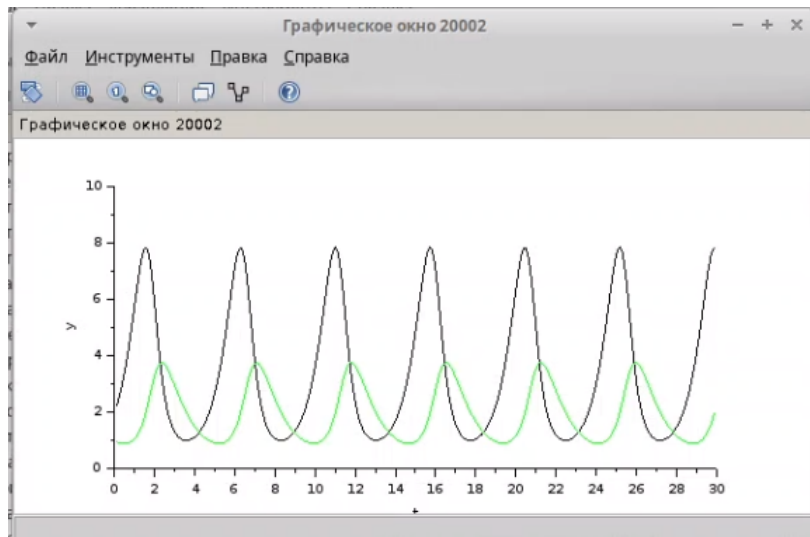


Рис. 3.12: Динамика численности с блоком Modelica

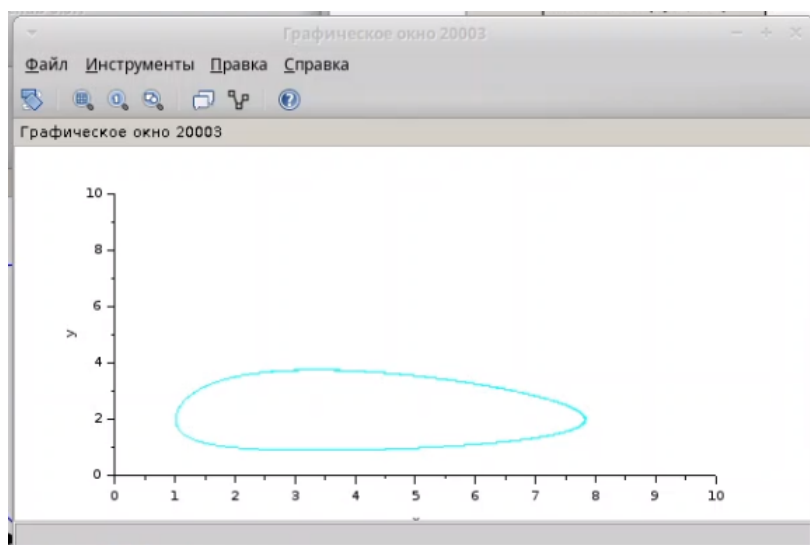


Рис. 3.13: Фазовый портрет с блоком Modelica

3.3 Упражнение: реализация модели в OpenModelica

Модель также реализована в OpenModelica. Код на языке Modelica:

```
model predatorvsprey
  parameter Real a = 2;
  parameter Real b = 1;
  parameter Real c = 0.3;
  parameter Real d = 1;

  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = a * x - b * x * y;
  der(y) = c * x * y - d * y;
end predatorvsprey;
```

имуляция выполнена с длительностью 30 секунд. Итоги представлены на рис. 3.14 (динамика численности) и рис. 3.15 (фазовый портрет).

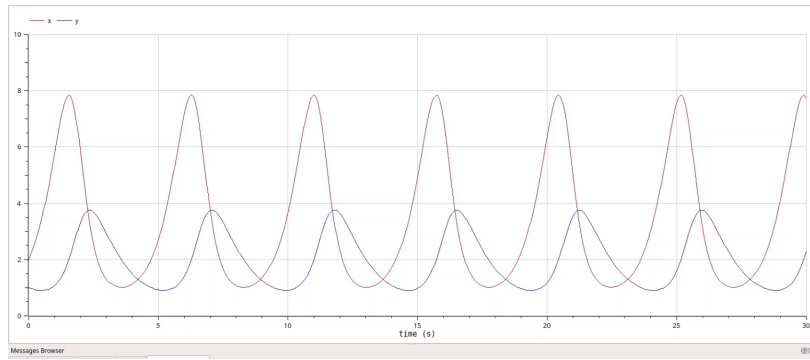


Рис. 3.14: Динамика изменения численности хищников и жертв модели Лотки-Вольтерры при ($a = 2$, $b = 1$, $c = 0.3$, $d = 1$, $x(0) = 2$, $y(0) = 1$)

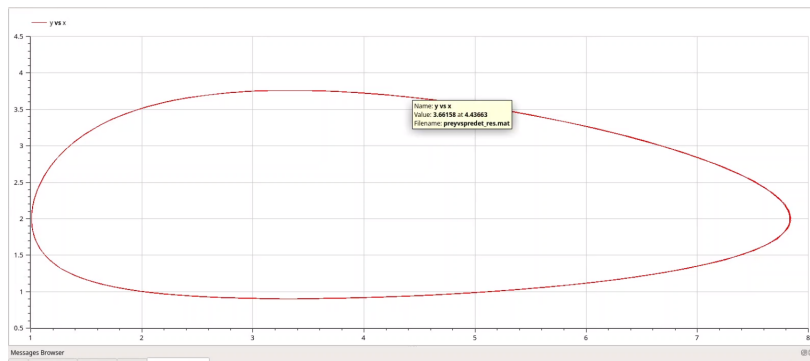


Рис. 3.15: Фазовый портрет модели Лотки-Вольтерры при ($a = 2$, $b = 1$, $c = 0.3$, $d = 1$, $x(0) = 2$, $y(0) = 1$)

4 Выводы

- В процессе выполнения лабораторной работы модель “хищник-жертва” была успешно смоделирована в xcos (с использованием стандартных блоков и блока Modelica) и в OpenModelica. Построенные графики динамики популяций и фазовые портреты отражают поведение системы при заданных условиях.

Подробнее см. в [1–3].

Список литературы

1. Strogatz S.H. Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering. 2-е изд. CRC Press, 2014. 532 с.
2. Hirsch M.W., Smale S., Devaney R.L. Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos. 3-е изд. Academic Press, 2012. 432 с.
3. Fritzson P. Principles of Object-Oriented Modeling and Simulation with Modelica 3.3: A Cyber-Physical Approach. 2-е изд. Wiley-IEEE Press, 2014. 940 с.