Задача 2.

Доказать следующ. р-во:

(1) $1 + 2\varepsilon + \ldots + n\varepsilon^{n-1} = \frac{n}{\varepsilon - 1}$

Решение:

1) Заметим, что (1) получается диф-ференциров. более простого ряда - геом. прогр.:

$$\varepsilon + \varepsilon^2 + \varepsilon^3 + \ldots + \varepsilon^n$$

Знаем чему равен такой ряд:

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon^k = \frac{\varepsilon(1-\varepsilon^n)}{1-\varepsilon}$$ продиф

$$\frac{d}{d\varepsilon} \sum_{k=1}^{n} \varepsilon^k = \frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon(1-\varepsilon^n)}{1-\varepsilon}\right)$$

$$1 + 2\varepsilon + \ldots + n\varepsilon^{n-1} = \frac{n\varepsilon^{n+1} - (n+1)\varepsilon^n + 1}{(1-\varepsilon)^2} =$$

$$= \frac{\varepsilon^n(n\varepsilon - (n+1)) + 1}{(1-\varepsilon)^2} = \boxed{\frac{\varepsilon^n(n(\varepsilon - 1) - 1) + 1}{(1-\varepsilon)^2}}$$

Ответ.