

$$f(X \Omega X^T + \Delta) = f(\Delta) - ? \quad \begin{matrix} X & \Omega & \Delta \\ n \times m & m \times m & n \times n \end{matrix}$$

$$1) f(A) = A^{-1} X (X^T A^{-1} X)^{-1}$$

$$2) (A + UCV)^{-1} = A^{-1} - A^{-1} U (C^{-1} + V A^{-1} U)^{-1} V A^{-1}$$

$$\begin{aligned} f(X \Omega X^T + \Delta) &= (X \Omega X^T + \Delta)^{-1} X (X^T (X \Omega X^T + \Delta)^{-1} X)^{-1} = \\ &= (\Delta^{-1} - \Delta^{-1} X (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1}) X (X^T (\Delta^{-1} - \\ &\quad - \Delta^{-1} X (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1}) X)^{-1} = \\ &= (\Delta^{-1} X - \Delta^{-1} X (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1} X). \end{aligned}$$

$$= \underbrace{(X^T \Delta^{-1} X)}_B \underbrace{(\Delta^{-1} X (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1} X)^{-1}}_M \quad (\equiv)$$

$$M = (B - B(\Omega^{-1} + B)^{-1} B)^{-1} = \begin{cases} \text{обратная матрица} \\ \text{от произведения} \\ \text{равна произв} \\ \text{от обрат. в обрат.} \\ \text{порядке.} \end{cases}$$

$$= (\hat{1} - (\Omega^{-1} + B)^{-1} B)^{-1} \cdot B^{-1}$$

$$\equiv \Delta^{-1} X (\hat{1} - (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1} X).$$

$$\cdot (\hat{1} - (\Omega^{-1} + X^T \Delta^{-1} X)^{-1} X^T \Delta^{-1} X) (X^T \Delta^{-1} X)^{-1} \quad (\equiv)$$

$$\equiv \Delta^{-1} X (X^T \Delta^{-1} X)^{-1} = f(\Delta) \quad \text{2mg.}$$