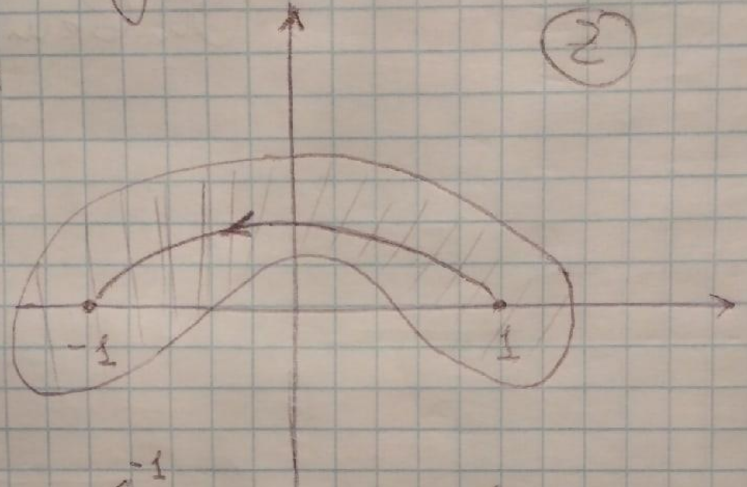
Задача 10

Рассмотрим $y(z)$, удовлетвор. $y(1)=0$ и $y'(z)=\frac{1}{2z}$ в регионе D

Оценить $y(-1)$

(a) D:



$$y(-1)=\int_1^{-1} y'(z)\,dz = \left\{ \text{т.к. } y(1)=0 \right\}$$

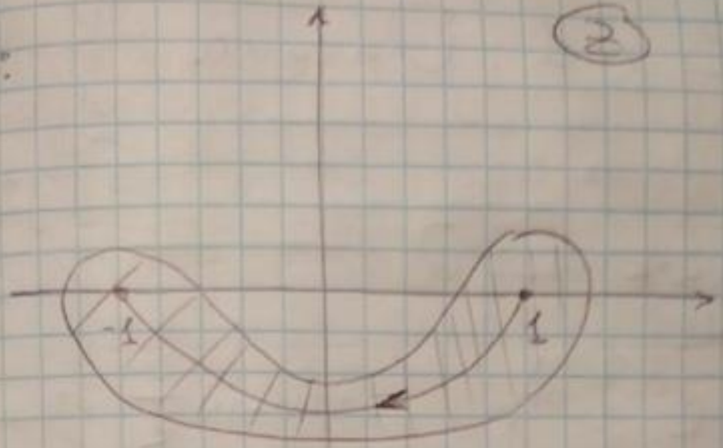
$$= \int_1^{-1} \frac{1\cdot z^*}{2z\cdot z^*}\,dz = \left\{ \begin{array}{l} z = re^{i\varphi} \\ z^* = re^{-i\varphi} \quad \varphi\in[0,\pi] \\ dz = ire^{i\varphi}\,d\varphi \end{array} \right\}$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{i\cancel{r^2}\, e^{i\varphi}\cdot e^{-i\varphi}}{2\cancel{r^2}}\,d\varphi = \int_0^{\pi} \frac{i}{2}\,d\varphi = \frac{i\pi}{2}$$

Ответ.

(δ) D:

(2)



$$y(-1) = \int_1^{-1} y'(z)\,dz = \left\{ \begin{array}{l} \text{Аналогично делаем} \\ \text{замену, только идем} \\ \text{вниз по } \varphi: 0 \to -\pi \end{array} \right\}$$

$$= \int_0^{-\pi} \frac{i}{2}\, d\varphi = -\frac{\pi i}{2}$$ Ответ.