

APS - Matemática Discreta

Antonio Iranilson Honorato dos Santos Junior e Esthefanny Sousa Farias

Novembro 2025

1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo aplicar os conceitos de lógica de primeira ordem na modelagem de um cenário real ou fictício, representando formalmente seus elementos e relações. A partir dessa modelagem, serão construídas fórmulas lógicas que descrevem as regras do cenário e demonstradas inferências utilizando dedução natural.

Por fim, o modelo será implementado na linguagem Prolog, permitindo testar automaticamente as inferências e verificar a consistência das regras criadas. Dessa forma, o trabalho busca integrar teoria e prática, mostrando como a lógica formal pode ser utilizada para representar conhecimento e realizar raciocínios automáticos.

2 Cenário Escolhido

O cenário escolhido para este trabalho consiste em uma academia, na qual serão modeladas as relações entre diferentes agentes, como alunos, personal trainers e nutricionistas.

3 Modelagem em Lógica de Primeira Ordem

3.1 Predicados

- $P(x)$ — “ x é um personal trainer”.
- $A(x)$ — “ x é aluno/cliente”.

- $N(x)$ — “ x é nutricionista”.
- $T(p, a)$ — “o personal p treina o aluno a ”.
- $R(n, d, a)$ — “o nutricionista n receita a dieta d para o aluno a ”.
- $S(a, d)$ — “o aluno a segue a dieta d ”.
- $O(a, obj)$ — “o aluno a tem o objetivo obj (ex.: *perder peso*)”.

3.2 Constantes

- **Pessoas:** Iran, Resina, Esthefanny.
- **Treinos:** cardio, força.
- **Objetivos:** emagrecer, engordar.
- **Alimentos/Alérgenos:** gluten, leite.
- **Dietas:** cutting (dieta de emagrecimento), bulking (dieta de ganho de peso), vegetariana (dieta vegetariana).

3.3 Fórmulas

1. **Fórmula 1:** Todo personal treina pelo menos um aluno.

$$\forall p (P(p) \rightarrow \exists a (A(a) \wedge T(p, a)))$$

2. **Fórmula 2:** Todo nutricionista prescreve alguma dieta para pelo menos um aluno.

$$\forall n (N(n) \rightarrow \exists a \exists d (A(a) \wedge R(n, d, a)))$$

3. **Fórmula 3:** Todo aluno tem pelo menos um personal.

$$\forall a (A(a) \rightarrow \exists p (P(p) \wedge T(p, a)))$$

4. **Fórmula 4:** Se um aluno segue uma dieta, então existe um nutricionista que a prescreveu para esse aluno.

$$\forall a \forall d (S(a, d) \rightarrow \exists n (N(n) \wedge R(n, d, a)))$$

5. **Fórmula 5:** Se um aluno tem objetivo *perder_peso*, então existe um nutricionista que lhe prescreveu a *dieta de emagrecimento*.

$$\forall a (A(a) \wedge O(a, emagrecer) \rightarrow \exists n (N(n) \wedge R(n, cutting, a)))$$

6. **Fórmula 6:** Se um nutricionista prescreve *dieta_ganho_peso* para um aluno, então o objetivo do aluno é *ganhar peso*.

$$\forall n \forall a (R(n, bulking, a) \rightarrow O(a, engordar))$$

7. **Fórmula 7:** Se um aluno segue a dieta *cutting*, então ele não segue simultaneamente a dieta *bulking*.

$$\forall a (S(a, cutting) \rightarrow \neg S(a, bulking))$$

8. **Fórmula 8:** O personal Resina treina Iran.

$$P(Resina) \wedge A(Iran) \wedge T(Resina, Iran)$$

9. **Fórmula 9:** Se a Resina treina algum aluno que tem objetivo *emagrecer*, então esse aluno segue (pelo menos) a dieta *cutting*.

$$\forall a ((T(resina, a) \wedge O(a, emagrecer)) \rightarrow S(a, cutting))$$

10. **Fórmula 10:** Se Esthefanny é aluno e tem objetivo *engordar*, então existe algum nutricionista que lhe prescreveu a dieta *bulking*.

$$(A(Esthefanny) \wedge O(Esthefanny, engordar)) \rightarrow \exists n (N(n) \wedge R(n, bulking, Esthefanny))$$

4 Dedução Natural

Com base nas fórmulas apresentadas anteriormente, foram realizadas duas deduções formais, utilizando as regras da **dedução natural** para inferir novos fatos a partir das premissas existentes. Cada inferência utiliza pelo menos duas fórmulas do modelo e apresenta dois ou mais passos de derivação.

Conclusão 1: Existe um personal que treina Iran

Objetivo: Demonstrar que

$$\exists p (P(p) \wedge T(p, Iran))$$

ou seja, que existe pelo menos um personal trainer que treina o aluno Iran.

Fórmulas utilizadas:

- **(Fórmula 3)** $\forall a (A(a) \rightarrow \exists p (P(p) \wedge T(p, a)))$
- **(Fórmula 8)** $P(Resina) \wedge A(Iran) \wedge T(Resina, Iran)$

Demonstração em dedução natural:

1. $\forall a (A(a) \rightarrow \exists p (P(p) \wedge T(p, a)))$ (Premissa — Fórmula 3)
2. $P(Resina) \wedge A(Iran) \wedge T(Resina, Iran)$ (Premissa — Fórmula 8)
3. $A(Iran)$ (Eliminação da conjunção — $\wedge E$ em 2)
4. $A(Iran) \rightarrow \exists p (P(p) \wedge T(p, Iran))$ (Eliminação do quantificador universal — $\forall E$ em 1)
5. $\exists p (P(p) \wedge T(p, Iran))$ (Eliminação da implicação — $\rightarrow E$ em 3 e 4)

Conclusão: A partir das premissas (3) e (8), conclui-se que existe ao menos um personal trainer que treina Iran, sendo portanto verdadeiro que $\exists p (P(p) \wedge T(p, Iran))$.

Conclusão 2: Resina treina pelo menos um aluno

Objetivo: Demonstrar que

$$\exists a (A(a) \wedge T(\text{Resina}, a))$$

ou seja, que a personal Resina treina algum aluno.

Fórmulas utilizadas:

- **(Fórmula 1)** $\forall p (P(p) \rightarrow \exists a (A(a) \wedge T(p, a)))$
- **(Fórmula 8)** $P(\text{Resina}) \wedge A(\text{Iran}) \wedge T(\text{Resina}, \text{Iran})$

Demonstração em dedução natural:

1. $\forall p (P(p) \rightarrow \exists a (A(a) \wedge T(p, a)))$ (Premissa — Fórmula 1)
2. $P(\text{Resina}) \wedge A(\text{Iran}) \wedge T(\text{Resina}, \text{Iran})$ (Premissa — Fórmula 8)
3. $P(\text{Resina})$ (Eliminação da conjunção — $\wedge E$ em 2)
4. $P(\text{Resina}) \rightarrow \exists a (A(a) \wedge T(\text{Resina}, a))$ (Eliminação do quantificador universal — $\forall E$ em 1)
5. $\exists a (A(a) \wedge T(\text{Resina}, a))$ (Eliminação da implicação — $\rightarrow E$ em 3 e 4)

Conclusão: Das premissas (1) e (8), conclui-se que Resina treina pelo menos um aluno. Logo, é válido afirmar $\exists a (A(a) \wedge T(\text{Resina}, a))$.

Síntese das Inferências

Ambas as deduções aplicam as regras básicas da dedução natural, especialmente a *eliminação do quantificador universal* ($\forall E$) e a *eliminação da implicação* ($\rightarrow E$). Em ambas as provas, partindo de duas premissas e realizando ao menos dois passos inferenciais, foi possível derivar conclusões existenciais que expressem fatos novos coerentes com o cenário da academia.

5 Implementação em Prolog

A seguir apresenta-se o código-fonte implementado em Prolog, que representa formalmente as relações e regras descritas na modelagem lógica da academia. O programa foi testado no ambiente SWISH¹ e permite consultar informações sobre alunos, pessoais, nutricionistas e dietas, além de realizar inferências automáticas com base nas regras definidas.

```
1
2 % Pessoas
3 p(resina).
4 a(iran).
5 a(esthefanny).
6 n(resina).
7
8 % Dietas
9 dieta(cutting).
10 dieta(bulking).
11 dieta(vegetariana).
12
13 % Treinamentos
14 t(resina, iran).
15 t(resina, esthefanny).
16
17 % Segue (fato explícito)
18 s(iran, cutting).
19
20 % Prescricoes (nutricionistas prescrevem dietas para alunos)
21 r(resina, cutting, iran).
22 r(resina, bulking, esthefanny).
23
24 % Objetivos (fatos)
25 o(iran, emagrecer).
26 o(esthefanny, engordar).
27
28 % -----
29 % Regras (derivacoes)
30 % -----
31
32 % Se algum nutricionista prescreveu cutting para A,
33 % entao inferimos que o objetivo de A    emagrecer.
34 o(A, emagrecer) :-
35     r(_, cutting, A).
36
37 % Se algum nutricionista prescreveu bulking para A,
38 % ent o inferimos que o objetivo de A    engordar.
39 o(A, engordar) :-
40     r(_, bulking, A).
```

¹<https://swish.swi-prolog.org/>

```
41  
42 % Regra auxiliar: revela qual nutricionista prescreveu  
43 % determinada dieta para um aluno.  
44 prescrito_por(N, D, A) :-  
45     r(N, D, A).
```

Listing 1: Implementação em Prolog do cenário da academia

Demonstração em Vídeo

Assista à demonstração completa no YouTube: **Clique aqui para acessar o vídeo:** <https://youtu.be/vpvtE-l3ITs>

Ou escaneie o QR code abaixo:

