Lógica Matemática

Velázquez Ramírez Carlos Raúl

09-10-2025

Cuantificadores

E.g.

Todo estudiante en esta clase ha estudiado precálculo.

Para todo estudiante x en esta clase, x ha estudiado precálculo.

$P(x) =$ ha tomado precálculo.

$\forall x P x$

$\forall (x) | P(x)$

E.g.

Todos los estudiantes de clase son varones.

Para todo estudiante x de la clase, x es varón.

Si $Q(x)$: x es varón entonces se escribe: $\forall x | Q(x)$

Si $Q(Adela) = Falso$; si $Q(Efrain) = Verdadero$.

E.g.

Carlos juega $J(c)$.
Sujeto, predicado

Carlos es estudiante $E(c)$.
Sujeto, precicado

Si pablo estudia, entonces $2 = 4$.
$E(p) \to 2 = 4$
$E(p) \to 2 = 4$

Todo perro no ladra.
$\forall (x) P(x) \to \neg L(x)$
or $\forall x | Px \to \neg Lx$

Cualquier país es libre.
$\forall x | P(x) \to L(x)$

Todos los árboles son verdes.
$\forall x | A(x) \to V(x)$

No es cierto que algunos árboles son verdes.
$\neg \exists x [A(x) \neg V(x)]$

Ningún árbol es verde.
$\forall x | \neg (A(x) \to V(x))$

No es cierto que algún árbol es verde.
$\neg \exists x | A(x) \wedge V(x)$
$\neg \exists x | (A(x) \wedge V(x))$

Algún árbol no es verde.
$\exists x | (A(x) \wedge \neg V(x))$

No es cierto que todo árbol es verde.
$\neg \forall x (A(x) \rightarrow V(x))$

En desmostraciones

Para desmostraciones se introduce un particularizador y un generalizador.

En generalizaciones:

$$\begin{gathered} \forall (x) P(x) \\ P(a) \end{gathered}$$

Donde $P(a)$ elimina el generalizado.

En particularizaciones:

$$\begin{gathered} \exists x | P(x) \\ P(a) \end{gathered}$$

Donde $P(a)$ elimina el particularizado.

E.g.

Todo hombre es mortal.
Todo mortal es débil.
$\rightarrow$ Todo hombre es débil.

$\forall (x) | H(x) \rightarrow M(x)$
$\forall (x) | M(x) \rightarrow D(x)$
$\rightarrow \forall (x) | H(x) \rightarrow D(x)$

$H(a) \rightarrow M(a)$ EG
$M(a) \rightarrow D(a)$ EG

Utilizando $3'$ y $4'$ (silogismo hipotético).

$\rightarrow H(a) \rightarrow D(a)$
$\forall (x) | H(x) \rightarrow D(x)$