Trabajo práctico 3
Filtrado adaptativo

1. Introducción

En numerosas aplicaciones nos podemos encontrar con el problema de eliminar señales ruidosas que contaminan a nuestra señal de interés. En muchos casos se puede abordar este problema aplicando filtros digitales diseñados a partir de ciertas especificaciones en frecuencia, como los filtros FIR por ventaneo, filtros óptimos o filtros IIR basados en diseños analógicos. Sin embargo, es posible en determinados contextos aplicar otras soluciones que se ajusten automáticamente a nuestro problema. Una idea alternativa para cancelar las señales ruidosas sería medir una copia exacta del ruido y restársela a la señal contaminada para recuperar la señal útil. Naturalmente, en la práctica no será posible obtener una copia exacta del ruido. No obstante, manteniendo este concepto de "restar" la señal indeseada, podría contemplarse una solución aproximada si pudiéramos estimar el ruido aprovechando algunas propiedades entre los procesos aleatorios involucrados. Supongamos se cumplen las siguientes condiciones:

1. El ruido a eliminar es un proceso ESA.
2. Disponemos de un proceso adicional conjuntamente ESA con el ruido.

Bajo estas hipótesis, la solución a este problema se puede abordar mediante un filtro óptimo de Wiener. Esta solución podrá luego apróximarse mediante filtros adaptativos como el algoritmo LMS (Least Mean Square) basado en el método de gradiente descendente.

2. Cancelador de ruido blanco

En la Figura 1 se muestra un esquema donde se dispone de un micrófono (MIC-1) desde donde se capta una señal acústica de interés $s(t)$ emitida cerca de éste. En el mismo micrófono se suma ruido ambiente $v(t)$ (que asumimos ESA), resultando la señal captada por MIC-1 $x(t) = s(t) + v(t)$, posteriormente digitalizada por un conversor A/D a una tasa de $f_s = 44100$ Hz. Por otro lado, se dispone de otro micrófono (MIC-2) que también capta ruido el ambiente, llamémoslo $u(t)$ (digitalizado a la misma tasa), pero desde una posición diferente a MIC-1. Como se observa en la Figura 1, si bien $u(t)$ tiene el mismo origen que $v(t)$, es razonable pensar que ambos procesos no son iguales, ya que van a estar afectados por distintos factores de atenuación o distorsiones del entorno. No obstante, podemos considerarlos estadísticamente correlacionados y conjuntamente ESA. Además, es importante asumir que MIC-2 no logrará captar ninguna señal que se correlacione con $s(n)$ si suponemos que su fuente de emisión se encuentra lo suficientemente lejos de MIC-2. De acuerdo a estas suposiciones, podemos asumir que las correlaciones cruzadas con el proceso $u(n)$ cumplen $E[u(n-i)v^*(n)] \neq 0$ y $E[u(n-i)s^*(n)] = 0$, $\forall i$. Finalmente, el objetivo de este sistema será eliminar de forma adaptativa el ruido $v(n)$ (blanco en este caso) y obtener $\widehat{s}(n)$ como mejor estimación de $s(n)$.

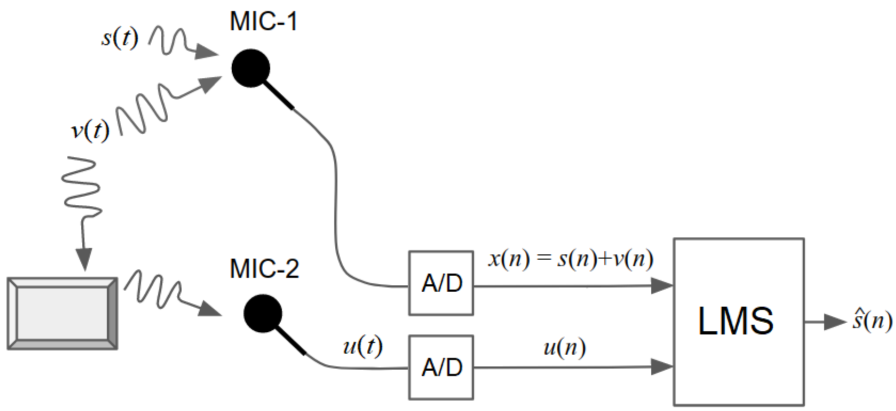

Figura 1: Cancelación de ruido mediante filtrado adaptativo LMS.

3. Cancelador de interferencias de banda angosta

Otro tipo de señales espurias que pueden afectar son las interferencias de banda angosta. Básicamente nos referimos a tonos puros de cierta frecuencia $g(t) = A\sin(2\pi f_0 t + \phi)$, que también puede expresarse como $g(t) = B\sin(2\pi f_0 t) + C\cos(2\pi f_0 t)$. Este tipo de interferencia podría inducirse desde la red de alimentación, acoples acústicos, oscilaciones de un amplificador, etc. En la Figura 2 se ve un sistema donde MIC-1 capta la señal de interés $s(t)$ más la interferencia $g(t)$. Luego se digitaliza con misma tasa que el Problema 1, resultando $x(n) = s(n) + g(n)$ en el dominio de tiempo discreto. Supongamos que la interferencia posee una frecuencia fija de $f_0 = 500$ Hz, pero su amplitud A y fase ϕ son VA. En este caso no necesitamos medir un proceso derivado de la interferencia, dado que conocemos con exactitud la frecuencia f_0 y esto permite generar las entradas de referencia (seno y coseno) para cada instante n.

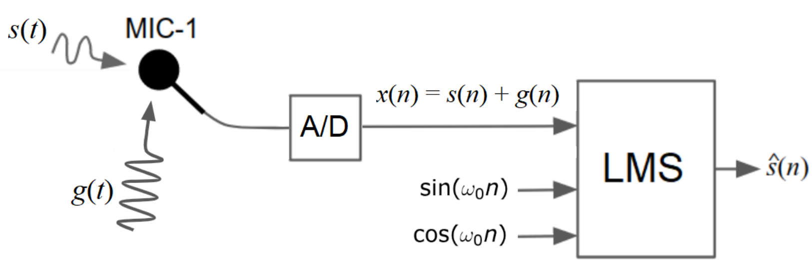

Figura 2: Cancelación de interferencia mediante filtrado adaptativo LMS.

4. Problemas

Problema 1

(a) Dibuje un diagrama en bloques detallado que permita resolver el problema de **cancelación de ruido blanco** aplicando un filtro de Wiener FIR de longitud M. Identifique cuál es el proceso de entrada al filtro, la señal deseada, la señal de error y la estimada. Escriba la ecuación del proceso de salida del filtro usando la notación vectorial.

(b) Implemente el código para definir un proceso $s(n)$ de largo $N = 20000$, el cual se utilizará para representar una señal de audio digitalizada (a los fines de tener un proceso que permita emular varias realizaciones), de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$s(n) = r(n) + 0.9\,r(n-1) + 0.5\,r(n-2) + 0.45\,r(n-3) + 0.35\,r(n-4) + 0.25\,r(n-5),$$

donde $r(n)$ es un proceso blanco gaussiano de media nula y varianza $\sigma_r^2 = 5 \times 10^{-4}$.

Luego defina la señal $x(n)$ proveniente de MIC-1, tal que la relación señal a ruido entre $s(n)$ y $v(n)$ sea $SNR = 10\log_{10}(\sigma_s^2/\sigma_v^2) = 20$ dB. Por otra parte, genere el proceso que represente la entrada de MIC-2, según la ecuación:

$$u(n) = 0.8\,v(n) + 0.2\,v(n-1) - 0.1\,v(n-2)$$

(c) Suponga que sólo conocemos la señal observada $x(n)$ (MIC-1) y el proceso $u(n)$ (MIC-2). Implemente el filtro LMS para estimar la señal de interés $\widehat{s}(n)$, de acuerdo al esquema esbozado en el punto (a). Como parámetros considere un paso $\mu = 50$, orden $M = 3$ y una condición inicial para los coeficientes $\mathbf{w}_0 = [5\ 5\ 5]^T$. Grafique la curva de aprendizaje $\widehat{J}(n) = \frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1} |\widehat{x}_i(n) - x_i(n)|^2$, y el error $\widehat{E}(n) = \frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1} |\widehat{s}_i(n) - s_i(n)|^2$ (donde el índice i indica el número de realización) para $m \geq 500$ realizaciones. Grafique también los coeficientes estimados del filtro $\widehat{\mathbf{w}}_n$ en función de las iteraciones.

(d) Para $\mu = 50$, considere distintos valores de M (sugerencia: 1, 2, 3, 4 y 5), aplique el filtro y grafique el error $\widehat{E}(\infty)$ vs. M ($\widehat{E}(\infty)$ puede obtenerlo como un promedio de $\widehat{E}(n)$ luego de la convergencia). Asuma condiciones iniciales $\mathbf{w}_0 = [5\ 5\ 5\ ...\ 5]^T$.

(e) Fijando el largo del filtro en $M = 2$ y condiciones iniciales $\mathbf{w}_0 = [5\ \ 5]^T$, grafique el error $\widehat{E}(\infty)$ vs. μ, eligiendo $\mu = \{30, 40, 50, ..., 100\}$. Además, grafique superpuestras las curvas $\widehat{E}(n)$ para los distintos pasos. Analice la relación de compromiso que existe con este parámetro.

(f) Utilice como señal $s(n)$ alguno de los audios disponibles en el campus (modifique la amplitud para que σ_s^2 sea la misma que en los puntos anteriores). Aplique el filtro LMS para M y μ que considere apropiados y grafique **una sola** realización de $\widehat{E}(n)$. Reproduzca las señales en el orden indicado más abajo para apreciar el resultado desde el punto de vista subjetivo. **Nota**: tenga presente que la señal sintética tenía solo $N = 20000$ muestras de largo (a fin de reducir tiempo de procesamiento), pero las señales de audio reales son mucho más largas.

1. Audio contaminado $x(n)$.
2. Audio de la señal estimada $\widehat{s}(n)$.
3. Audio original $s(n)$.

Problema 2

(a) Dibuje un diagrama en bloques detallado que represente el esquema de filtrado aplicado al problema de **cancelador de interferencia**. Considere un filtro de Wiener FIR de longitud $M = 2$. En el esquema, identifique cuales son los procesos de entrada al filtro, la señal deseada, la señal de error y la estimada. Escriba la ecuación del proceso de salida del filtro usando la notación vectorial.

(b) Para emular la señal de audio, defina el mismo proceso $s(n)$ que en el Problema 1.b. Luego defina el proceso $x(n)$ considerando una interferencia $g(n)$ de amplitud $A \sim N(0.1, 0.003)$, fase $\phi \sim U(0, 2\pi)$ y frecuencia de tiempo discreto $\omega_0 = 2\pi 500/f_s$ (tenga en cuenta que A y ϕ son dos VA, no procesos). Por otra parte, defina una secuencia vectorial que utilice $\sin(\omega_0 n)$ y $\cos(\omega_0 n)$ como entradas del filtro.

(c) Suponga que sólo conocemos la señal observada $x(n)$ (MIC-1) y la frecuencia de la interferencia ω_0. Implemente el filtro LMS para estimar la señal de interés $\widehat{s}(n)$, de acuerdo al esquema planteado en el punto (a). Considere como parámetros un paso $\mu = 10^{-3}$, orden $M = 2$ y una condición inicial para los coeficientes $\mathbf{w}_0 = [0\ 0]^T$. Grafique la curva de aprendizaje $\widehat{J}(n)$ y el error $\widehat{E}(n)$ (según se definieron en el Problema 1.c) para $m \geq 500$ realizaciones. Grafique también los coeficientes estimados del filtro $\widehat{\mathbf{w}}_n$ en función de las iteraciones.

(d) Fijando el largo del filtro en $M = 2$, grafique las potencias de error $\widehat{E}(\infty)$ variando el paso del algoritmo, eligiendo $\mu = \{1 \times 10^{-3},\ 2 \times 10^{-3}\ \ldots\ , 5 \times 10^{-3}\}$. Analice la relación de compromiso que existe con este parámetro.

(e) Considere ahora como señal $s(n)$ alguno de los audios disponibles en el campus, aplique el filtro LMS con un paso μ que considere apropiado y grafique **una sola** realización de $\widehat{E}(n)$. Reproduzca las señales en el orden indicado más abajo para poder apreciar el resultado desde el punto de vista subjetivo.

1. Audio contaminado $x(n)$.
2. Audio de la señal estimada $\widehat{s}(n)$.
3. Audio original $s(n)$.

Problema 3

En este problema vamos a suponer que la señal acústica puede verse afectada simultáneamente tanto por el ruido blanco como la interferencia de banda angosta. Asumimos que la señal proveniente de MIC-1 es $x(n) = s(n) + g(n) + v(n)$.

(a) Utilizando alguno de los audios disponibles, genere las señales de MIC-1 y MIC-2. Describa mediante un diagrama la configuración completa que utilizará para resolver este problema medainte LMS. Aplique la solución propuesta y grafique la potencia de error total $\widehat{E}(n) = |\widehat{s}(n) - s(n)|^2$ para una sola realización, donde $\widehat{s}(n)$ en este caso es la estimación final de $s(n)$ (incluyendo la cancelación de ruido e interferencia).

(b) Reproduzca los diferentes audios disponibles y determine subjetivamente si se han alcanzado los objetivos. Nuevamente, reproduzca los audios en el orden que se indica en los problemas anteriores.

5. Conclusiones

Como conclusiones, elabore un resumen breve y conciso comentando características que considere relevantes del método propuesto en este trabajo y los resultados obtenidos, así como dificultades encontradas y cómo fueron abordadas.

6. Apéndice

6.1. Herramientas de utilidad

- `[pista, fs] = audioread('Pista_01.wav')`
- `sound(pista, fs)`
- `clear sound` o `clear playsnd`
- `y = filter(b, a, x)`

6.2. Normas y material entregable

- Entregar un informe con los comentarios y resultados solicitados en cada ítem. El informe debe estar en PDF y el nombre con el siguiente formato: `TP3_GXX.pdf` (donde XX es el número de grupo).
- Se sugiere que el informe sea conciso y cumpla específicamente los puntos solicitados (no deben incluirse desarrollos teóricos que no hayan sido pedidos explícitamente), pero sí deben comentarse claramente los resultados y criterios aplicados en cada punto.
- El archivo que deberá subirse al campus debe ser en un formato ZIP, de nombre `TP3_GXX.zip`, el cual debe incluir tanto el informe como los archivos de código utilizados (.m o .py).
- Cada miembro del grupo deberá poder explicar el funcionamiento de la totalidad de los algoritmos o criterios utilizados en cualquiera de las instancias de examen final.

Referencias

[1] Adaptive Filter Theory, Simon S. Haykin, Pearson, 2014.

[2] Statistical and Adaptive Signal Processing, Dimitris G. Manolakis, 2005.