

ILERI REGRESYON ANALIZI FINAL ODEVI

IremKoyunlu121517056

16 06 2020

- NATIONAL STOCK EXCHANGE
 - VERİ SETİ ACIKLAMASI ;
 - HATA İLE İLGİLİ VARSAYIMLAR
 - DEĞİSKEN VARYANSLILIK TESTLERİ
 - AĞIRLIKLI EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ
 - AÇIKLAYICI DEĞİSKENLERLE İLGİLİ PROBLEMLER
 - İÇ İLİŞİLİ (COLLINEARITY)
 - KORELASYON MATRİSİ
 - KOSUL İNDEKSİ
 - VIF
 - RIDGE- LASSO - ELASTICNET
 - RIDGE
 - AIC
 - BIC
 - LASSO
 - ELASTIC-NET
 - TEMEL BİLEŞENLER REGRESYONU
 - CROSS-VALIDATION İLE TEMEL BİLEŞEN ANALİZİ
 - HATA İLE İLGİLİ VARSAYIMLAR
 - NÖRMEYİMLİK VARSAYIMININ KONTROLÜ TESTİ
 - SABİT VARYANSLILIK
 - DEĞİSKEN VARYANSLILIK TESTLERİ
 - BREUSCH-PAGAN TESTİ
 - İLİŞİLİ HATALAR (OTOKORELASYON)
 - OLAGAN DIŞI GÖZLEMLER (AYKIRI GÖZLEMLERİN BELİRLENMESİ)
 - OUTLIER
 - ROBUST REGRESYON



NATIONAL STOCK EXCHANGE

KAYNAK: <https://www.kaggle.com/atulanandjha/national-stock-exchange-time-series>

```
NSTS=read.csv("C:/Users/CASPER/Desktop/infy_stock.csv", header=T)
head(NSTS,10)
```

##	Date	Symbol	Series	Prev.Close	Open	High	Low	Last	Close
## 1	2015-01-01	INFY	EQ	1972.55	1968.95	1982.00	1956.90	1971.00	1974.40
## 2	2015-01-02	INFY	EQ	1974.40	1972.00	2019.05	1972.00	2017.95	2013.20
## 3	2015-01-05	INFY	EQ	2013.20	2009.90	2030.00	1977.50	1996.00	1995.90
## 4	2015-01-06	INFY	EQ	1995.90	1980.00	1985.00	1934.10	1965.10	1954.20
## 5	2015-01-07	INFY	EQ	1954.20	1965.00	1974.75	1950.00	1966.05	1963.55
## 6	2015-01-08	INFY	EQ	1963.55	1985.60	1997.00	1950.00	1979.25	1973.45
## 7	2015-01-09	INFY	EQ	1973.45	1980.10	2109.00	1913.05	2075.30	2074.45
## 8	2015-01-12	INFY	EQ	2074.45	2092.00	2119.20	2075.00	2112.95	2115.95
## 9	2015-01-13	INFY	EQ	2115.95	2107.80	2107.80	2075.00	2092.00	2088.90
## 10	2015-01-14	INFY	EQ	2088.90	2098.50	2133.00	2092.60	2129.00	2128.65
##	VWAP	Volume	Turnover	Trades	Deliverable.Volume	X.Deliverble			
## 1	1971.34	500691	9.870306e+13	14908		258080	0.5154		
## 2	2003.25	1694580	3.394669e+14	54166		1249104	0.7371		
## 3	2004.59	2484256	4.979911e+14	82694		1830962	0.7370		
## 4	1954.82	2416829	4.724458e+14	108209		1772070	0.7332		
## 5	1962.59	1812479	3.557162e+14	62463		1317720	0.7270		
## 6	1972.78	3391230	6.690160e+14	92752		2686012	0.7920		
## 7	2037.69	11215832	2.285439e+15	359214		3369489	0.3004		
## 8	2099.40	3189722	6.696516e+14	107209		1818800	0.5702		
## 9	2089.42	2200309	4.597374e+14	66676		1385009	0.6295		
## 10	2110.88	2480315	5.235638e+14	53263		1832958	0.7390		

VERİ SETİ ACIKLAMASI ;

Ulusal Borsa:Hint bilisim sirketlerinin ulusal borsa veri setidir. Hindistan Ulusal Borsasi (NSE) Mumbai, Maharashtra, Hindistan'da bulunan bir Hint borsasidir. Ulusal Menkul Kıymetler Borsasi (NSE) 1992 yılında yetkisiz bir elektronik borsa olarak kuruldu. Hindistan Hukumeti'nin talebi uzerine onde gelen finans kuruluslari tarafından tesvik edildi. Hindistan'in ciro ile yaptigi en buyuk borsa. 1994 yılında elektronik ekran tabanlı ticareti baslatti. Daha sonra, 2000 yılında ulkede turunun ilk onegi olan endeks futures ve internet ticareti baslatti. 248 gozlem 15 sutun bulunmakta.

Degiskenler:

Date: Verilerin kaydedildiği tarih.

Symbol: Stokun NSE (Hindistan Ulusal Borsasi) sembolu.

Series: Bu hisse senedinin serisi. (EQ,BE,BL,BT,GC,IL)

Prev Close: Son gun kapanis noktasi.

Open: Mevcut gun acilis noktasi.

High: Mevcut gunun en yuksek noktasi.

Low: Mevcut gunun en dusuk noktasi.

Last: Son islem gununde belirli bir hisse senedi veya borsa endeksi icin son teklif edilen islem fiyatı.

Close: Gecerli gun icin kapanis noktasi.

VWAP: Hacim agirlikli ortalama fiyat anlamına gelir, bir varlığın belirli bir zaman aralığı için hacme göre ağırlığı alınmış ortalama fiyatıdır.

Volume: Belirli bir zaman diliminde islem goren menkul kiymet tutari. Her alici icin bir satici var ve her islem toplam hacim sayısına katkıda bulunuyor.

Turnover: Hisse senedinin o güne kadar toplam ciro su.

Trades: Hisse senedi alım veya satım sayısı.

Deliverable: Bir grup insandan (bugunden once demat hesabida bu hisseleri olan ve bugun satis yapan) baska bir grup insana (bu hisseleri satin almıs olan ve bu hisseleri T+2 gunlerine kadar alacak olan) hareket eden hisse miktarı. Demat hesabi(Hindistan Internet Borsasi)).

%Deliverble: Bu hisse senedinin teslimat yuzdesi.

VWAP'yi özellikle guclu bir gosterge haline getiren ortalama fiyat hesaplamasında hacmi kullanma seklidir. VWAP, hacmin gucuyle fiyat hareketini birlestirerek pratik ve kullanımı kolay bir gosterge yaratir. Alım satım yapanlar VWAP'yi bir trend onaylama ya da giriş ve çıkış noktalarını belirleme aracı olarak kullanabilir. VWAP her gunun başında sıfırlanır. Alım satım yapmak istedigimizde, VWAP'in altında almak ve üstünde satmak karlıdır. Fiyatın bugünkü degerinin üstünde mi alım yaptık yoksa altında mı alım yaptık bunu belirlememizi saglar. Fiyat VWAP üzerinde ise, satmak için iyi bir gun içi fiyattır. Fiyat VWAP'in altındaysa, satın almak için iyi bir gun içi fiyatıdır.

Degiskenleri Aciklamada Kullanılan Ek Bilgi Kaynakları:

<https://www.investopedia.com/articles/trading/11/trading-with-vwap-mvwap.asp> <https://www.binance.vision/tr/economics/volume-weighted-average-price-vwap-explained>

summary (NSTS)

```
##      Date      Symbol      Series      Prev.Close
## Length:248      Length:248      Length:248      Min.   : 937.5
## Class :character Class :character Class :character 1st Qu.:1085.9
## Mode  :character Mode  :character Mode  :character Median :1149.7
##                                         Mean  :1551.5
##                                         3rd Qu.:2125.3
##                                         Max.   :2324.7
##      Open      High      Low      Last
## Min.   : 941    Min.   : 952.1    Min.   : 932.6    Min.   : 935.5
## 1st Qu.:1088    1st Qu.:1100.0    1st Qu.:1067.2    1st Qu.:1086.9
## Median :1150    Median :1159.7    Median :1131.2    Median :1145.6
## Mean   :1551    Mean   :1566.3    Mean   :1530.1    Mean   :1548.1
## 3rd Qu.:2136    3rd Qu.:2150.0    3rd Qu.:2104.5    3rd Qu.:2125.2
## Max.   :2328    Max.   :2336.0    Max.   :2292.1    Max.   :2323.2
##      Close      VWAP      Volume      Turnover
## Min.   : 937.5    Min.   : 941.2    Min.   : 353652    Min.   :3.923e+13
## 1st Qu.:1085.9    1st Qu.:1085.9    1st Qu.: 1722753    1st Qu.:2.847e+14
## Median :1149.3    Median :1146.2    Median : 2532474    Median :3.625e+14
## Mean   :1548.0    Mean   :1548.1    Mean   : 2982072    Mean   :4.234e+14
## 3rd Qu.:2125.3    3rd Qu.:2125.1    3rd Qu.: 3567063    3rd Qu.:4.915e+14
## Max.   :2324.7    Max.   :2322.2    Max.   :19155056    Max.   :2.285e+15
##      Trades      Deliverable.Volume X.Deliverble
## Min.   : 13196    Min.   : 166222    Min.   :0.3004
## 1st Qu.: 63052    1st Qu.:1139407    1st Qu.:0.6161
## Median : 80019    Median :1717132    Median :0.6763
## Mean   : 92675    Mean   :1940081    Mean   :0.6623
## 3rd Qu.:106617    3rd Qu.:2467728    3rd Qu.:0.7235
## Max.   :408583    Max.   :9575992    Max.   :0.8532
```

Verimizde düzeltilcek değişken yoktur. Verimizi öncelikle test ve train olarak ayıralım.

```
set.seed(2)
index<-sample(1:nrow(NSTS), round(nrow(NSTS)*0.85))
veritrain<-NSTS[index,]
veritest<-NSTS[-index,]
```

Regresyon modelimizi kuralım;

VWAP, hacmin gücüyle fiyat hareketini birleştirerek pratik ve kullanımı kolay bir gösterge yaratır. Bağımlı değişkenimiz VWAP'tir. (Yanıt değişkeni) Açıklayıcı değişken olarak da Volume, High, Low, Close, Last kullanarak regresyon modeli kuralım.

```
lmod<-lm(VWAP~Volume+
          High+
          Low+
          Close+
          Last,data=veritrain)
summary(lmod)
```

```
##  
## Call:  
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain)  
##  
## Residuals:  
##      Min       1Q   Median       3Q      Max   
## -17.6284  -1.6843  -0.1007   1.9955  22.2949   
##  
## Coefficients:  
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)      
## (Intercept)  2.925e+00  1.404e+00   2.083   0.0385 *      
## Volume      -2.945e-07  2.165e-07  -1.360   0.1752      
## High         4.031e-01  2.375e-02  16.976 < 2e-16 ***   
## Low          2.394e-01  2.472e-02   9.686 < 2e-16 ***   
## Close        5.541e-01  8.811e-02   6.289 1.89e-09 ***   
## Last        -1.998e-01  8.899e-02  -2.245   0.0258 *      
## ---  
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
##  
## Residual standard error: 4.431 on 205 degrees of freedom  
## Multiple R-squared:  0.9999, Adjusted R-squared:  0.9999   
## F-statistic: 5.956e+05 on 5 and 205 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

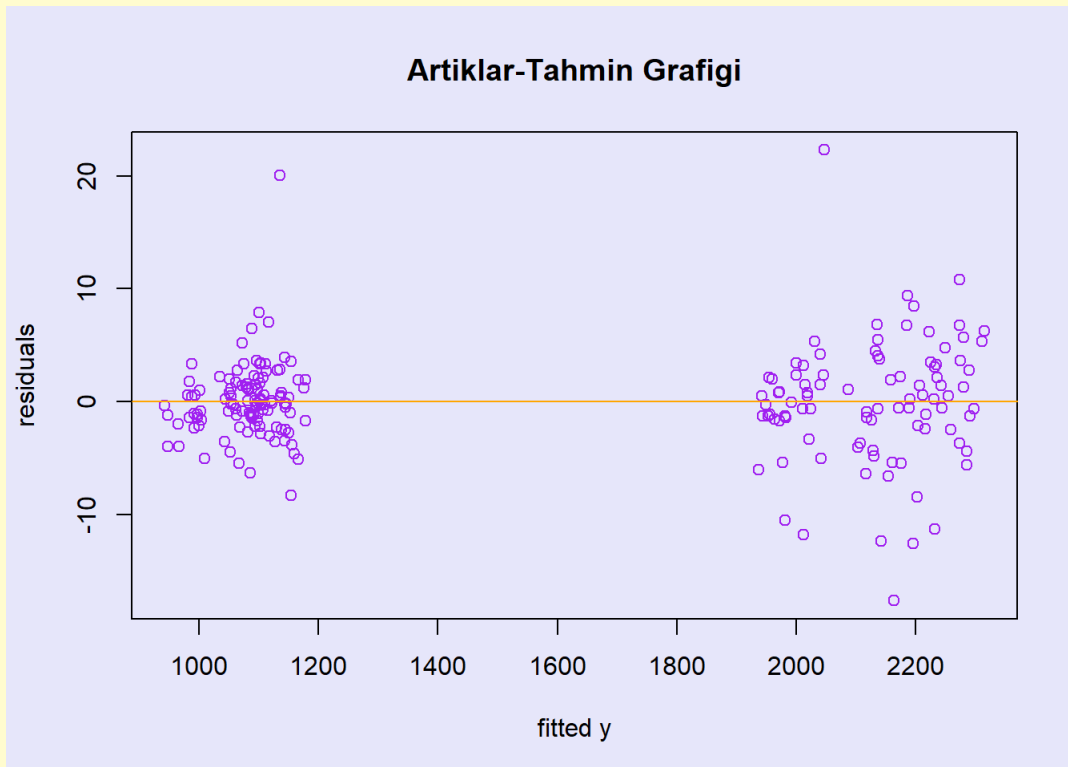
Kurulan regresyon modelinin anlamliligina baktigimizda p value=yaklasik 0 < 0.05 oldugundan kurulan model anlamlidir.

HATA ILE ILGILI VARSAYIMLAR

SABIT VARYANS

Sabit varyansliligin en kullanisli teshis yontemi artiklara (residuals(lmod)) karsilik tahmin (fitted(lmod)) degerlerinin plotlanmasidir.

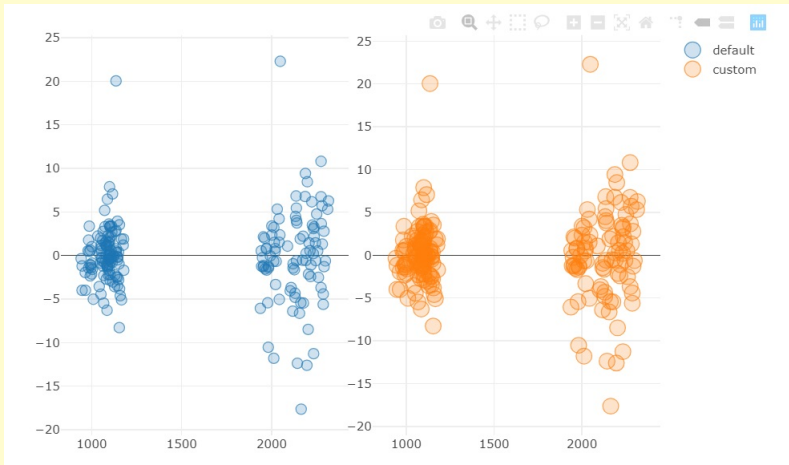
```
op = par(bg = "lavender")  
plot(fitted(lmod), residuals(lmod), xlab = "fitted y" , ylab = "residuals", col="purple", main="Artiklar-Tahmin  
Grafigi")  
abline(h=0, col="orange")  
  
# Interaktif bir sekilde gorsellestirelim;  
  
library(plotly)
```



```
p <- plot_ly(veritrain, x = fitted(lmod), y = residuals(lmod), alpha = 0.3)
subplot(
  add_markers(p, size = 2, name = "default"),
  add_markers(p, size = 2, sizes = c(1, 248), name = "custom")
)
```

#Interaktif plotun gorseli;(Html ciktisini pdf e cevirince gozukmedigi icin ekledik)

```
knitr::include_graphics("sabitvaryans.png")
```



Cizdirdigimiz grafikte sifir etrafında nasıl dagıldığını gormek için $h=0$ ile yataya çizgi ekledik. Grafigimiz bize düzgün bir şekil vermediği için sabit varyanslı mı diye emin olamıyoruz. Güvenilir olması için değişken varyanslılık testlerine de bakmalıyız.

DEĞİSKEN VARYANSLILIK TESTLERİ

BREUSCH-PAGAN TESTİ

H_0 :Heterosce Dosticity (Değişken Varyanslılık) problemi yok. H_1 :Heterosce Dosticity (Değişken Varyanslılık) problemi vardır.

```
#install.packages("lmtest")
library(lmtest)
bptest(lmod, data=veritrain)
```

```
##
## studentized Breusch-Pagan test
##
## data: lmod
## BP = 96.298, df = 5, p-value < 2.2e-16
```

Breusch pagan testimizin sonucuna gore p-value=2.2e-16 yaklasik 0 <0.05 oldugundan H0 hipotezi reddedilir yani heterocedosticity (degisken varyanslilik) problemi vardir deriz.

WHITE TEST

```
wmod<-lm(residuals(lmod)^2~fitted(lmod)+fitted(lmod)^2,veritrain)
summary(wmod)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = residuals(lmod)^2 ~ fitted(lmod) + fitted(lmod)^2,
##     data = veritrain)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -33.51 -17.66  -8.62  -1.90  468.09
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  -11.220010   11.260148  -0.996  0.32019
## fitted(lmod)   0.019624    0.006903   2.843  0.00492 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 52.79 on 209 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.03723,    Adjusted R-squared:  0.03262
## F-statistic: 8.082 on 1 and 209 DF,  p-value: 0.004915
```

White testimizin sonucuna gore p-value=0.004915 <0.05 oldugundan H0 hipotezi reddedilir yani heterocedosticity (degisken varyanslilik) problemi vardir.

Varyanların homojenliği sağlanmaması durumunda “Yanıt değişkeni üzerinde donusum yapmak” veya “Ağırlıklı En Küçük Kareler” yöntemlerine başvurmaliyiz.

AGIRLIKLI EN KUCUK KARELER YONTEMI

Siradan en küçük kareler yöntemi, hata varyanslarının sabit olduğunu varsayar(homoscedasticity). Ağırlıklı en küçük kareler yöntemi bu varsayım sağlanmadığı durumlarda kullanılır.

Varyansı büyük olan değişkenin model üzerinde etkisi fazla olur. EKK nin en iyi çalışabilmesi için hata varyansı σ^2_i $i=1,2,\dots,n$ birbirine eşit olması gerekir. Eğer σ^2_i ler eşit değil ise ağırlıklı en küçük kareler yöntemine geçmeliyiz.

Her bir σ^2_i varyansına karşılık $w_i = 1/\sigma^2_i$ ağırlığını tanımlarız.(Ağırlıkları $1/\sigma^2_i$ almamızın sebebi hepsinin varsayansını 1 e ve birbirlerine eşitlemeye çalışmamızdır. $\sigma^2_i \cdot (1/\sigma^2_i)$)

Bu şekilde ağırlığı büyük olanın ağırlığını alıp, ağırlığı küçük olana ağırlık yukluyoruz. Buradaki zorluk σ^2_i parametresinin bilinmemesinden kaynaklanır ve w matrisi kolay belirlenemez.

Ağırlıkları belirlemek için ilk olarak EKK regresyon modeli kurulur artık lar elde edilir. Ağırlıklar belirlendikten sonra ağırlıklandırılmış EKK kullanılır. Regresyon modeli üzerinden artık lar hesaplanıp ağırlık incelemesi yapılır. Gerçekten kullanılan ağırlıkla varyans homojen hale gelmiş mi diye bakılır. Eğer varyans homojenliği sağlanmamışsa tekrar ağırlıklandırma yapılır buna iteratif ağırlıklandırma denir.

Bazı olası varyans ve standart sapma fonksiyonu tahminleri:

1. Açıklayıcı değişkenlere karşılık artıkların grafiğini çizdirip megafon şekli var mı diye bakılır. Eğer megafon şekli var ise açıklayıcı değişkenler ile mutlak artıkların arasında regresyon modeli kurulur. Bu regresyon modeli üzerinden tahmin değeri elde edilir. Bu elde edilen tahmin değerlerini σ_i yerine kullanırız. Ağırlıklar da $1/\sigma^2_i$ diye oluşturulur.
2. İlk basta kurulan EKK modelindeki tahmin edilen yanıtlara (y sapkalara) karşılık e_i lerin grafiği megafon şeklinde ise artıkların mutlak değerine karşılık y sapkaların regresyon modeli kurulur. Bu kurulan modelden elde edilen tahmin değerlerini σ_i yerine kullanırız. Ağırlıkları da $w_i = 1/\sigma^2_i$ şeklinde oluştururuz.
3. Açıklayıcı değişkene karşı e_i kare grafiği artan seklindeyse e_i karelere karşılık o açıklayıcı değişkenin regresyon modeli kurulur. Bu modelin tahminlerini σ^2_i yerine kullanırız. Ağırlıkları da $w_i = 1/\sigma^2_i$ şeklinde oluştururuz.
4. Tahmin edilen yanıtlara (y sapka) karşı e_i kare grafiği artan seklindeyse e_i karelere karşılık tahmin edilen yanıtlara regresyon modeli

kurulur. Bu modelden elde edilen tahminler σ^2 i tahminleri olarak kullanilir. Agirliklari da $w_i = 1/\sigma^2_i$ seklinde olustururuz.

Bunlardan hangisi daha uygun gorulurse agirlik o sekilde belirlenmelidir. Simdi verimiz uzerinde bu anlatilanlari yapmaya baslayalim.

```
library(ggplot2)
veritrain$artik<-(residuals(lmod)) #EKK modelinden elde edilen artiklar (residuals)
veritrain$tahmin<-predict(lmod) #EKK modelinden elde edilen tahminler (prediction)
head(veritrain)
```

```
##      Date Symbol Series Prev.Close  Open  High   Low   Last   Close
## 85  2015-05-07  INFY    EQ    1922.05 1922.0 1967.1 1910.0 1940.00 1944.00
## 207 2015-10-30  INFY    EQ    1145.05 1145.0 1145.0 1130.0 1132.00 1135.45
## 198 2015-10-16  INFY    EQ    1097.35 1099.0 1101.4 1090.0 1093.00 1094.90
## 6   2015-01-08  INFY    EQ    1963.55 1985.6 1997.0 1950.0 1979.25 1973.45
## 160 2015-08-20  INFY    EQ    1175.55 1159.0 1168.5 1128.0 1140.90 1134.55
## 136 2015-07-17  INFY    EQ     989.05  991.0 1004.5  989.1  999.75 1001.85
##      VWAP   Volume      Turnover Trades Deliverable.Volume X.Deliverble
## 85   1942.88 1694996 3.293173e+14  68774              920685         0.5432
## 207  1135.02 2022338 2.295390e+14  57656             1151943         0.5696
## 198  1094.85 3209496 3.513919e+14  74364             1874068         0.5839
## 6    1972.78 3391230 6.690160e+14  92752             2686012         0.7920
## 160  1140.09 4184557 4.770761e+14 100655             2703228         0.6460
## 136   997.46 1723989 1.719615e+14  59447             1003912         0.5823
##      artik      tahmin
## 85    0.5397104 1942.3403
## 207 -2.4560996 1137.4761
## 198 -0.4453395 1095.2953
## 6     0.8316350 1971.9484
## 160 -3.4670538 1143.5571
## 136 -2.1212970  999.5813
```

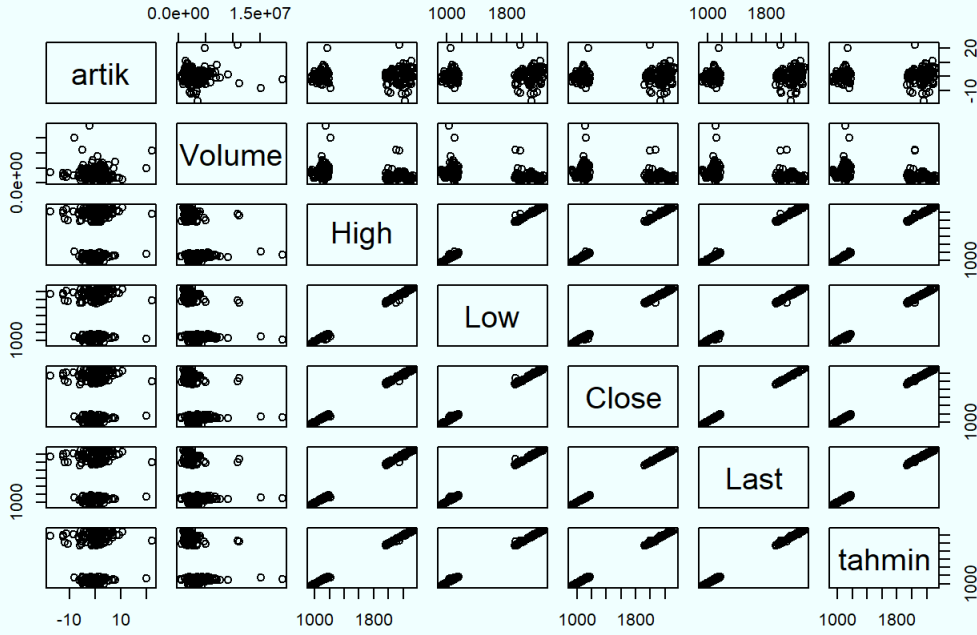
EKK modelimizdeki elde edilen artiklar ve tahmin degerlerini verimize degisken olarak ekledik.

Simdi "Bazi olasi varyans ve standart sapma fonksiyonu tahminleri" nden birincisini inceleyelim.

1. Aciklayici degiskenlere karsilik artiklarin grafigini cizdirip megafon sekli varmi diye bakilir. Eger megafon sekli var ise aciklayici degiskenler ile mutlak artiklarin arasinda regresyon modeli kurulur. Bu regresyon modeli uzerinden tahmin degeri elde edilir. Bu elde elilen tahmin degerlerini o yerine kullaniriz. Agirliklar da $1/\sigma^2_i$ diye olusturulur.

```
op = par(bg = "azure")
pairs(~artik+Volume+
      High+
      Low+
      Close+
      Last+tahmin,data=veritrain, main="Temel Dagilim Grafigi Matrisi")
```

Temel Dagilim Grafigi Matrisi



Artiklar ile Volume sacinim grafigi megafon seklindedir .Bu bagimsiz degisken ile artiklarin mutlak degeri arasinda regresyon modeli kuralim.

```
modell<-lm(abs(veritrain$artik)~Volume,data=veritrain)

weights1<-1/(predict(modell))^2 # agirliklar wi= 1/σ2i
veritrain<-veritrain[, -c(16,17)]

weightedleastsquaremodl<-lm(VWAP~Volume+
  High+
  Low+
  Close+
  Last, data= veritrain, weights = weights1)

summary(weightedleastsquaremodl)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain,
##     weights = weights1)
##
## Weighted Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -5.1769 -0.6720 -0.0449  0.6565  6.1822
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  2.337e+00  1.420e+00   1.646   0.1013
## Volume      -1.913e-07  2.579e-07  -0.742   0.4591
## High         3.629e-01  2.474e-02  14.667 < 2e-16 ***
## Low          2.528e-01  2.699e-02   9.370 < 2e-16 ***
## Close        5.313e-01  8.133e-02   6.532 5.03e-10 ***
## Last        -1.493e-01  8.234e-02  -1.813   0.0712 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.458 on 205 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9999, Adjusted R-squared:  0.9999
## F-statistic: 7.114e+05 on 5 and 205 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Summary kodumuza baktigimizda Residual standard error: 1.458 ve Adjusted R-squared: 0.9999 cikmistir.

Simdi "Bazi olasi varyans ve standart sapma fonksiyonu tahminleri" nden ikincisini inceleyelim.

2. Ilk basta kurulan EKK modelindeki tahmin edilen yanitlara (y sapkalara) karsilik ei lerin grafigi megafon seklinde ise artiklarin mutlak degerine karsilik y sapkalarin regresyon modeli kurulur. Bu kurulan modelden elde edilen tahmin degerlerini oi yerine kullaniriz.

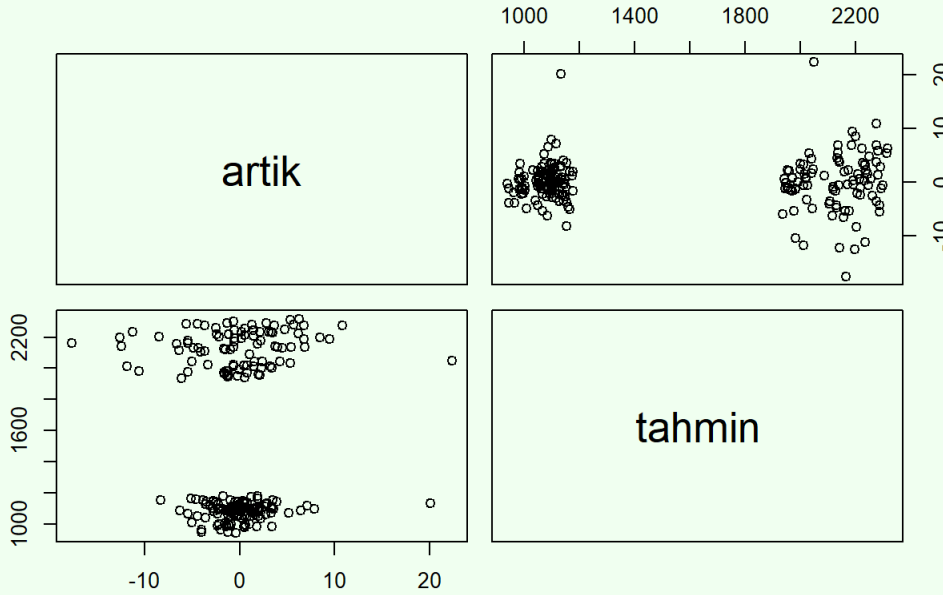
Agirliklari da $w_i = 1/\sigma_i^2$ seklinde olustururuz.

```
library(ggplot2)
veritrain$artik<-(residuals(lmod)) #EKK modelinden elde edilen artiklar (residuals)
veritrain$tahmin<-predict(lmod) #EKK modelinden elde edilen tahminler (prediction)
head(veritrain)
```

```
##      Date Symbol Series Prev.Close  Open  High  Low  Last  Close
## 85  2015-05-07  INFY  EQ    1922.05 1922.0 1967.1 1910.0 1940.00 1944.00
## 207 2015-10-30  INFY  EQ    1145.05 1145.0 1145.0 1130.0 1132.00 1135.45
## 198 2015-10-16  INFY  EQ    1097.35 1099.0 1101.4 1090.0 1093.00 1094.90
## 6   2015-01-08  INFY  EQ    1963.55 1985.6 1997.0 1950.0 1979.25 1973.45
## 160 2015-08-20  INFY  EQ    1175.55 1159.0 1168.5 1128.0 1140.90 1134.55
## 136 2015-07-17  INFY  EQ    989.05  991.0 1004.5 989.1  999.75 1001.85
##      VWAP  Volume      Turnover Trades Deliverable.Volume X.Deliverble
## 85  1942.88 1694996 3.293173e+14  68774                920685      0.5432
## 207 1135.02 2022338 2.295390e+14  57656                1151943      0.5696
## 198 1094.85 3209496 3.513919e+14  74364                1874068      0.5839
## 6   1972.78 3391230 6.690160e+14  92752                2686012      0.7920
## 160 1140.09 4184557 4.770761e+14 100655                2703228      0.6460
## 136 997.46 1723989 1.719615e+14  59447                1003912      0.5823
##      artik  tahmin
## 85  0.5397104 1942.3403
## 207 -2.4560996 1137.4761
## 198 -0.4453395 1095.2953
## 6   0.8316350 1971.9484
## 160 -3.4670538 1143.5571
## 136 -2.1212970 999.5813
```

```
op = par(bg = "honeydew")
pairs(artik~tahmin,data=veritrain, main="Temel Dagilim Grafigi Matrisi")
```

Temel Dagilim Grafigi Matrisi



Artiklar ile tahminlerin sacinim grafigi megafon seklinde degildir sonuc olarak bu yontemi verimizde kullanamiyoruz.

Simdi "Bazi olasi varyans ve standart sapma fonkiyonu tahminleri" nden ucuncusunu inceleyelim;

3. Aciklayici degiskene karsi ei kare grafigi artan seklindeyse ei karelere karsilik o aciklayici degiskenin regresyon modeli kurulur. Bu modelin tahminlerini σ_i^2 yerine kullaniriz. Agirliklari da $w_i = 1/\sigma_i^2$ seklinde olustururuz.

```
library(ggplot2)
veritrain$artik<-(residuals(lmod)) #EKK modelinden elde edilen artiklar (residuals)
veritrain$tahmin<-predict(lmod) #EKK modelinden elde edilen tahminler (prediction)
head(veritrain)
```

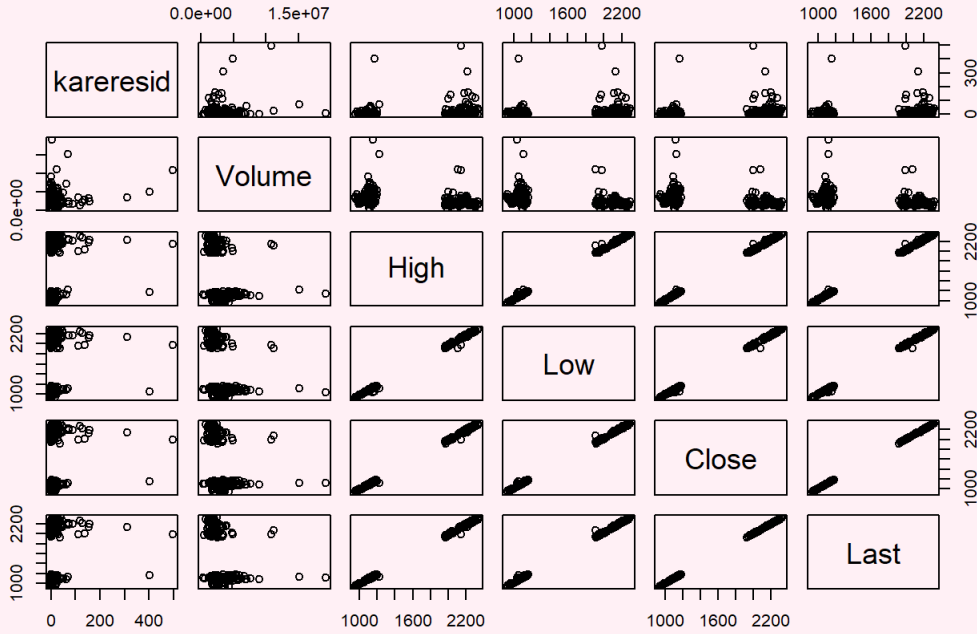
```
##          Date Symbol Series Prev.Close  Open   High    Low   Last   Close
## 85  2015-05-07  INFY    EQ    1922.05 1922.0 1967.1 1910.0 1940.00 1944.00
## 207 2015-10-30  INFY    EQ    1145.05 1145.0 1145.0 1130.0 1132.00 1135.45
## 198 2015-10-16  INFY    EQ    1097.35 1099.0 1101.4 1090.0 1093.00 1094.90
## 6   2015-01-08  INFY    EQ    1963.55 1985.6 1997.0 1950.0 1979.25 1973.45
## 160 2015-08-20  INFY    EQ    1175.55 1159.0 1168.5 1128.0 1140.90 1134.55
## 136 2015-07-17  INFY    EQ     989.05  991.0 1004.5  989.1  999.75 1001.85
##          VWAP   Volume      Turnover Trades Deliverable.Volume X.Deliverble
## 85   1942.88 1694996 3.293173e+14  68774          920685          0.5432
## 207  1135.02 2022338 2.295390e+14  57656         1151943          0.5696
## 198  1094.85 3209496 3.513919e+14  74364         1874068          0.5839
## 6    1972.78 3391230 6.690160e+14  92752         2686012          0.7920
## 160  1140.09 4184557 4.770761e+14 100655         2703228          0.6460
## 136   997.46 1723989 1.719615e+14  59447         1003912          0.5823
##          artik   tahmin
## 85    0.5397104 1942.3403
## 207 -2.4560996 1137.4761
## 198 -0.4453395 1095.2953
## 6     0.8316350 1971.9484
## 160 -3.4670538 1143.5571
## 136 -2.1212970  999.5813
```

```
kareresid<-((veritrain$artik)^2)
```

Artiklarimizin karelerine karsilik gelen bagimsiz degiskenlerin grafigi;

```
op = par(bg = "lavenderblush")
pairs(kareresid~Volume+
      High+
      Low+
      Close+
      Last
      ,data=veritrain, main="Temel Dagilim Grafigi Matrisi")
```

Temel Dagilim Grafigi Matrisi



Aciklayici degiskene karsi ei kare grafigi artan seklinde oldugu icin ei karelere karsilik o aciklayici degiskenin Regresyon Modeli kurulur.

```

model3<-lm(kareresid~High+Low+Close+Last,data=veritrain)

weights3<-1/(predict(model3))^2 # agirliklar wi= 1/σ2i
veritrain<-veritrain[, -c(16,17)]

weightedleastsquaremod3<-lm(VWAP~Volume+
      High+
      Low+
      Close+
      Last, data= veritrain, weights = weights3)

summary(weightedleastsquaremod3)

```

```

##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain,
##     weights = weights3)
##
## Weighted Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.9526 -0.3029 -0.1308  0.0900  3.9331
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  4.762e+00  1.115e+00   4.272 2.97e-05 ***
## Volume      -1.156e-06  1.544e-07  -7.488 2.04e-12 ***
## High         3.965e-01  8.666e-02   4.575 8.23e-06 ***
## Low         -3.529e-01  4.416e-02  -7.991 9.53e-14 ***
## Close       -1.127e-01  8.996e-02  -1.252  0.21186
## Last        3.629e-01  1.232e-01   2.946  0.00359 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.6213 on 205 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  1, Adjusted R-squared:  1
## F-statistic: 2.06e+07 on 5 and 205 DF, p-value: < 2.2e-16

```

Summary kodumuza baktigimizda Residual standard error: 0.6213 ve Adjusted R-squared: 1 cikmistir.

Simdi “Bazi olasi varyans ve standart sapma fonkiyonu tahminleri” nden dorduncusunu inceleyelim;

4. Tahmin edilen yanitlara (y sapka) karsi ei kare grafigi artan seklindeyse ei karelere karsilik tahmin edilen yanitlara regresyon modeli kurulur. Bu modelden elde edilen tahminler σ^2_i tahminleri olarak kullanilir. Agirliklari da $w_i = 1/\sigma^2_i$ seklinde olustururuz.

Tahmin edilen yanitlara karsilik gelen hatalarin karelerinin grafigi;

```

library(ggplot2)
veritrain$artik<-(residuals(lmod)) #EKK modelinden elde edilen artiklar (residuals)
veritrain$tahmin<-predict(lmod) #EKK modelinden elde edilen tahminler (prediction)

```

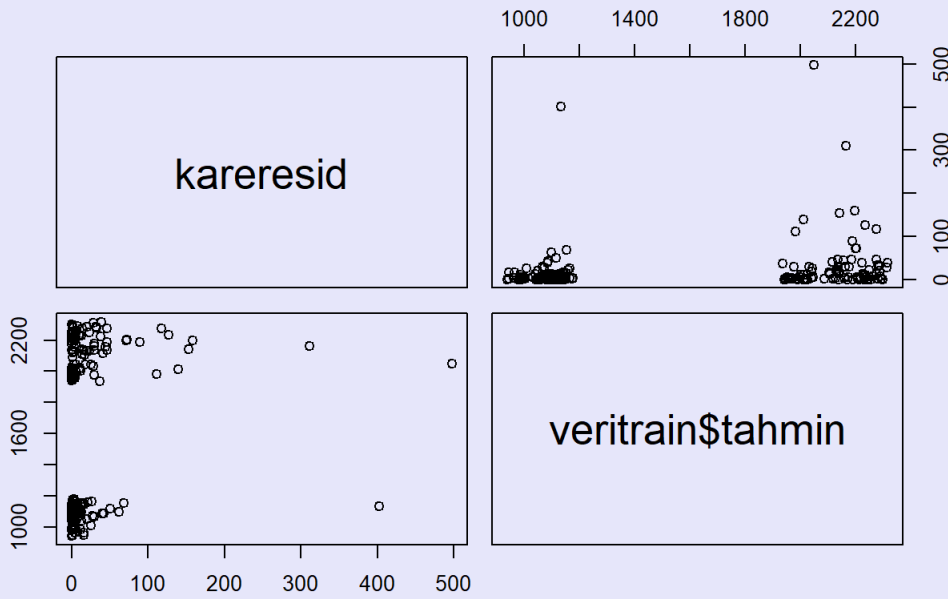
```
kareresid<- (veritrain$artik)^2)
```

```

op = par(bg = "lavender")
pairs(kareresid~veritrain$tahmin, main="Temel Dagilim Grafigi Matrisi")

```

Temel Dagilim Grafigi Matrisi



Tahmin edilen yanitlara karsilik hatalarin karelerinin grafigi artan seklinde olmadigi icin bu yontemi kullanamayiz.

Simdi bu yontemlerden elde edilen verilerin ozetine bakalim;

```
summary(lmod)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -17.6284  -1.6843  -0.1007   1.9955  22.2949
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  2.925e+00  1.404e+00   2.083   0.0385 *
## Volume      -2.945e-07  2.165e-07  -1.360   0.1752
## High         4.031e-01  2.375e-02  16.976 < 2e-16 ***
## Low          2.394e-01  2.472e-02   9.686 < 2e-16 ***
## Close         5.541e-01  8.811e-02   6.289 1.89e-09 ***
## Last         -1.998e-01  8.899e-02  -2.245   0.0258 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.431 on 205 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9999, Adjusted R-squared:  0.9999
## F-statistic: 5.956e+05 on 5 and 205 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
summary(weightedleastsquaremod1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain,
##     weights = weights1)
##
## Weighted Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -5.1769 -0.6720 -0.0449  0.6565  6.1822
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  2.337e+00  1.420e+00   1.646   0.1013
## Volume      -1.913e-07  2.579e-07  -0.742   0.4591
## High         3.629e-01  2.474e-02  14.667 < 2e-16 ***
## Low          2.528e-01  2.699e-02   9.370 < 2e-16 ***
## Close        5.313e-01  8.133e-02   6.532 5.03e-10 ***
## Last        -1.493e-01  8.234e-02  -1.813   0.0712 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.458 on 205 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9999, Adjusted R-squared:  0.9999
## F-statistic: 7.114e+05 on 5 and 205 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

```
summary(weightedleastsquaremod3)
```

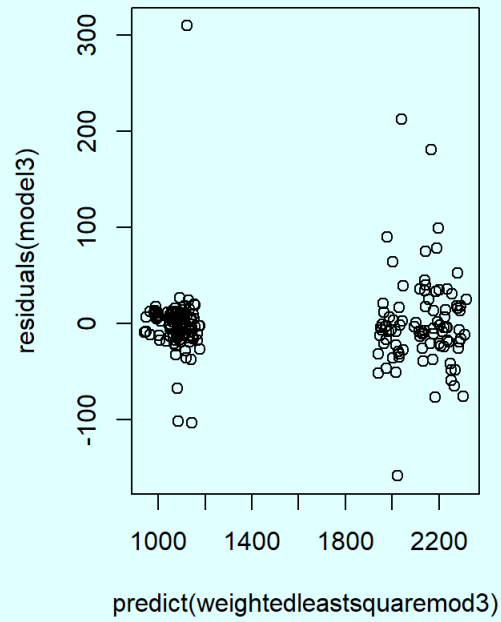
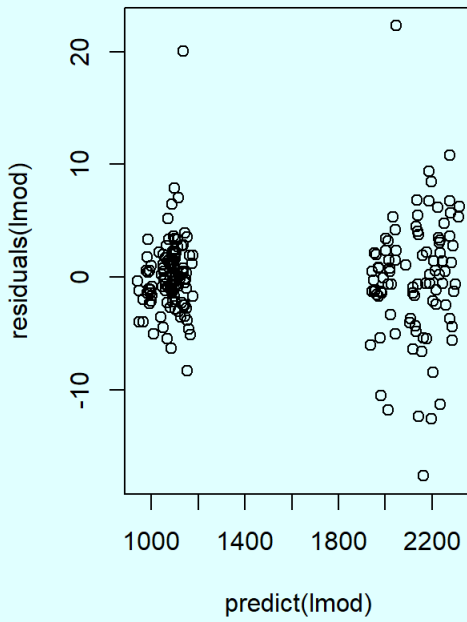
```
##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain,
##     weights = weights3)
##
## Weighted Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.9526 -0.3029 -0.1308  0.0900  3.9331
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  4.762e+00  1.115e+00   4.272 2.97e-05 ***
## Volume      -1.156e-06  1.544e-07  -7.488 2.04e-12 ***
## High         3.965e-01  8.666e-02   4.575 8.23e-06 ***
## Low          3.529e-01  4.416e-02   7.991 9.53e-14 ***
## Close       -1.127e-01  8.996e-02  -1.252  0.21186
## Last         3.629e-01  1.232e-01   2.946  0.00359 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.6213 on 205 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  1, Adjusted R-squared:  1
## F-statistic: 2.06e+07 on 5 and 205 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

EKK modelimizin Residual standard error: 4.431 ve Adjusted R-squared: 0.9999 dir. 1. yontem ile agirliklandirma yaptigimizda Residual standard error: 1.458 ve Adjusted R-squared: 0.9999 dir. 3. yontem ile agirliklandirma yaptigimizda Residual standard error: 0.6213 ve Adjusted R-squared: 1 dir.

En dusuk stanard error a sahip ve en yuksek adjusted r-squared degerine sahip model 3. yontem ile agirliklandirma yaptigimizdaki modeldir. Ayrica agirliklandirma yaptigimda kullanılan bagimsiz degiskenlerimizin katsayilarinda degisimler meydana gelmistir.

Simdi degisken varyanslilik probleminin giderildigini kontrol edelim.

```
op = par(bg = "lightcyan")
par(mfrow=c(1,2))
plot(predict(lmod),residuals(lmod))
plot(predict(weightedleastsquaremod3),residuals(model3))
```



```
library(dplyr)
X<-model.matrix(lmod)
y<-veritrain$VWAP #verimizdeki yanıt degiskeni
W<-diag(weights3) #kosegenlerinde agirliklar olan matris
Z<-sqrt(W)%*%X #w matrisinin karekoku ile x in carpimi
yyildiz<-sqrt(W) %*% y
```

Bunlarin tanimlanmasi ile Agirliklandirilmis EKK modeli Basit EKK modeline dondu.

```
Betawls<-solve(t(Z)%*%Z,t(Z)%*%yyildiz) #agirliklandirilmis ekk nin beta larini verir.
cbind(Betawls,coef(weightedleastsquaremod3))
```

```
##           [,1]      [,2]
## (Intercept) 4.762234e+00 4.762234e+00
## Volume      -1.155990e-06 -1.155990e-06
## High         3.964737e-01 3.964737e-01
## Low          3.529004e-01 3.529004e-01
## Close       -1.126607e-01 -1.126607e-01
## Last         3.629081e-01 3.629081e-01
```

1. sutun donusum ile cikan beta katsayilarini, 2. sutun lm kodu ile elde edilen beta katsayilarini gosterir. Agirliklandirilmis EKK modelindeki beta katsayilari ile donusum yapildiginda cikan beta katsayilari birebir ayni cikti.

```
donart<-yyildiz-Z%*%Betawls #donusturulmus model artiklari
head(cbind(donart,residuals(weightedleastsquaremod3)),15)
```

```
##           [,1]           [,2]
## 85    0.02151942    1.1046539
## 207   -1.41405855   -3.0356582
## 198   -0.10658287   -0.8460218
## 6     -0.23232126   -3.9313823
## 160   -0.28761720   -7.4087633
## 136   -0.38792200   -2.5691977
## 17     -0.18460226   -6.8267114
## 93     0.02680703    0.6512524
## 209    0.11641165    0.5097032
## 204   -0.05901150   -0.5506964
## 125   -2.95255464   -5.0050767
## 41     -0.51538375   -9.2669168
## 178    0.05444156    0.4716302
## 75     -0.16021353   -5.3456626
## 193   -2.00286148   -2.9400807
```

1.sutun donusturulmus artiklari , 2.sutun Agirliklandirilmis EKK modelinin artiklarini gostermektedir. Modelin artiklarina bakildiginda birbirinden ayri cikmistir.

lm modeli ile kurulan Agirliklandirilmis EKK modelinin artiklarini kok icinde w ile carparak donusturulmus modelin artiklari elde edilir.

```
head(cbind(sqrt(W)%*%residuals(weightedleastsquaremod3), donart),10)
```

```
##           [,1]           [,2]
## [1,]    0.02151941    0.02151942
## [2,]   -1.41405856   -1.41405855
## [3,]   -0.10658287   -0.10658287
## [4,]   -0.23232126   -0.23232126
## [5,]   -0.28761721   -0.28761720
## [6,]   -0.38792200   -0.38792200
## [7,]   -0.18460226   -0.18460226
## [8,]    0.02680703    0.02680703
## [9,]    0.11641165    0.11641165
## [10,]  -0.05901150   -0.05901150
```

1.sutun donusturulmus artiklari , 2.sutun Agirliklandirilmis EKK modelinin artiklarini gstermekte. Modelin artiklarina bakildiginda birbirleriyle ayni cikmistir.

Eger Agirliklandirilmis EKK uzerinden residuals standart error hesaplarsak;

```
sqrt(sum(residuals(weightedleastsquaremod3)^2)/205)
```

```
## [1] 6.08308
```

Agirliklandirilmis EKK modelinin residuals standart erroru ile ayni cikmamistir.

Simdi Donusturulmus artiklarin standart errorunu hesaplayalim;

```
sqrt(sum(donart^2)/205)
```

```
## [1] 0.6213453
```

Simdi Agirliklandirilmis modelimiz icin BREUSCH-PAGAN TESTI yapalim;

BREUSCH-PAGAN TESTI

H0:Heterosce Dosticity (Degisken Varyanslilik) problemi yok. H1:Heterosce Dosticity (Degisken Varyanslilik) problemi vardir.

```
#install.packages("lmtest")
library(lmtest)
bpmmod<-lm(donart^2~ Volume+
            High+
            Low+
            Close+
            Last,data=veritrain)
summary(bpmmod)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = donart^2 ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.8927 -0.4355 -0.2598 -0.0531 14.6458
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  1.027e+00  4.324e-01   2.375   0.0185 *
## Volume      -5.007e-08  6.666e-08  -0.751   0.4534
## High        -6.050e-03  7.312e-03  -0.827   0.4090
## Low         -5.454e-03  7.611e-03  -0.717   0.4744
## Close       -3.658e-02  2.713e-02  -1.348   0.1791
## Last        4.776e-02  2.740e-02   1.743   0.0828 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.364 on 205 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.03642,    Adjusted R-squared:  0.01291
## F-statistic:  1.55 on 5 and 205 DF,  p-value: 0.176
```

BREUSCH-PAGAN Testimizin sonucuna gore p-value: 0.176 > 0.05 oldugundan H0 hipotezi kabul edilir yani degisken varyanslilik problemi yoktur deriz. Goruldugu uzere Agirliklandirma yaparak degisken varyanslilik problemini ortadan kaldirmis olduk.

ACIKLAYICI DEGİSKENLERLE İLGİLİ PROBLEMLER

İC İLİSLİ (COLLINEARITY)

İki degisken arasi lineer iliskiyi gosterir.Eger bir aciklayici degisken ve bir diger aciklayici degiskenin veya degiskenlerin lineer bir kombinasyonlari ise bu durumda x transpoz x matrisi (X'X) singular olur ve tersi alinamaz. Bu durumdan ilgili degiskenlerden biri modelden cikartilarak kurtulunur. Gozlem sayisi artikca ic iliski durumu azalir.

```
library(dplyr)
nsts <- NSTS%>%select(c("VWAP", "Volume", "High", "Low", "Close", "Last" ))
head(nsts,10)
```

```
##      VWAP    Volume    High    Low    Close    Last
## 1  1971.34   500691  1982.00  1956.90  1974.40  1971.00
## 2  2003.25  1694580  2019.05  1972.00  2013.20  2017.95
## 3  2004.59  2484256  2030.00  1977.50  1995.90  1996.00
## 4  1954.82  2416829  1985.00  1934.10  1954.20  1965.10
## 5  1962.59  1812479  1974.75  1950.00  1963.55  1966.05
## 6  1972.78  3391230  1997.00  1950.00  1973.45  1979.25
## 7  2037.69 11215832  2109.00  1913.05  2074.45  2075.30
## 8  2099.40  3189722  2119.20  2075.00  2115.95  2112.95
## 9  2089.42  2200309  2107.80  2075.00  2088.90  2092.00
## 10 2110.88  2480315  2133.00  2092.60  2128.65  2129.00
```

```
set.seed(2)
index<-sample(1:nrow(nsts),round(nrow(nsts)*0.85))
veritrain<-nsts[index,]
veritest<-nsts[-index,]
```

```
lmod1<-lm(VWAP~Volume+
          High+
          Low+
          Close+
          Last,data=veritrain)
summary(lmod1)
```



```
##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -17.6284  -1.6843  -0.1007   1.9955  22.2949
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  2.925e+00  1.404e+00   2.083   0.0385 *
## Volume      -2.945e-07  2.165e-07  -1.360   0.1752
## High         4.031e-01  2.375e-02  16.976 < 2e-16 ***
## Low          2.394e-01  2.472e-02   9.686 < 2e-16 ***
## Close        5.541e-01  8.811e-02   6.289 1.89e-09 ***
## Last        -1.998e-01  8.899e-02  -2.245   0.0258 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.431 on 205 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9999, Adjusted R-squared:  0.9999
## F-statistic: 5.956e+05 on 5 and 205 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Kurulan regresyon modelinin anlamliligina baktigimizda p value=yaklasik 0 < 0.05 oldugundan kurulan model anlamlidir deriz.

Simdi Collinearity teshisi icin korelasyon matrisi, kosul inceksi ve vif e bakacagiz.

KORELASYON MATRISI

Simdi x in korelasyon matrisine bakalim. Bunun icin yanit degiskenini (VWAP) veriden cikartmaliyiz.Geri kalanlarin korelasyon matrisine bakmaliyiz.

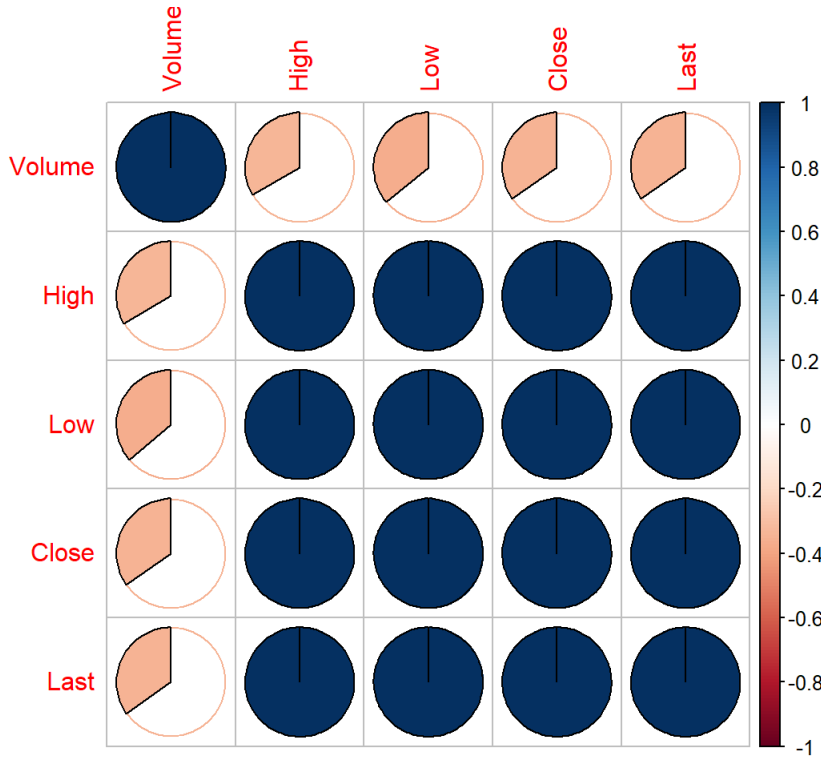
```
cor(veritrain[, -c(1)])
```

```
##           Volume      High      Low      Close      Last
## Volume  1.0000000 -0.3341445 -0.3603287 -0.3479232 -0.3478308
## High   -0.3341445  1.0000000  0.9992291  0.9994961  0.9995049
## Low    -0.3603287  0.9992291  1.0000000  0.9995296  0.9995324
## Close  -0.3479232  0.9994961  0.9995296  1.0000000  0.9999782
## Last   -0.3478308  0.9995049  0.9995324  0.9999782  1.0000000
```

Korelasyon matrisine baktigimizda ornegin en yuksek Close ile Last (aralarindaki korelasyon 0.9999782) bagimsiz degiskenlerinin iliskili oldugu gorulmektedir. Diger bagimsiz degiskenler arasinda da korelasyon oldukca yuksektir.

Bu korelasyonlara simdi korelasyon plotu ile bakalim.

```
library(corrplot)
corrplot(cor(veritrain[, -1]), method = "pie", order = "hclust")
```



Korelasyon plotunda Pozitif korelasyonlar mavi, negatif korelasyonlar kirmizi renkte gosterilir.

Korelasyon plotu ile korelasyon matrisimizin sonuclari ayni cikmistir. Bagimsiz degiskenlerin arasinda pozitif yonlu iliskinin yuksek oldugu gorulmektedir. (mavinin tonuna gore en yuksek iliskiden en dusuk iliskiye gore koyu maviden aciga dogru gidiyor.)

KOSUL INDEKSI

Kappa degeri > 30 ise orta derece collinearity , kappa degeri > 100 ise guclu collinearity oldugunu gosterir.

Kurulan regresyon modelimizi matrix haline donusturelim.

```
x <- model.matrix(lmod1)[,-1]
head(x, 5)
```

```
##      Volume   High   Low   Close   Last
## 85  1694996 1967.1 1910 1944.00 1940.00
## 207 2022338 1145.0 1130 1135.45 1132.00
## 198 3209496 1101.4 1090 1094.90 1093.00
## 6   3391230 1997.0 1950 1973.45 1979.25
## 160 4184557 1168.5 1128 1134.55 1140.90
```

Verimizden yanit degiskenini cikartip sadece aciklayici degiskenlerden olusan matrix formuna donusturuyoruz.

Simdi x transpoz x in eigen valuelerini hesaplayalim.

```
e <- eigen(t(x)%*%x)$values
e
```

```
## [1] 2.937826e+15 1.109449e+09 3.364775e+04 2.872275e+04 1.275973e+03
```

Kappa degeri : $\sqrt{\text{En buyuk ozdeger} / \text{En kucuk ozdeger}}$

```
k <- sqrt(max(e)/min(e))
k
```

```
## [1] 1517373
```

Sonucumuzda Kappa=1517373 > 30 oldugundan sonucumuza gore collinearity (ic iliski) problemi vardir.

VIF

Xi degiskenlerinin diger bagimsiz degiskenler ile regresyonundan elde edilen R kare degerlerinin yuksekligi collinearity (ic iliski)nin varligini

gosterir. Buna bagli gelistirilmis olcut VIF dir.

VIF degerinin 10 dan buyuk olmasi collinearity (ic iliski) probleminin oldugunu soyer.

Hazir kod ile vif degerlerine bakmak icin car paketi kullanilir.

```
library(car)
vif(lmodel)
```

##	Volume	High	Low	Close	Last
##	2.300823	1714.563922	1787.646264	23215.682035	23676.301984

Bagimsiz degiskenlerimiz icin hesaplatilan vif degerlerimiz 10 dan buyuk oldugundan bagimsiz degiskenler arasinda collinearity(ic iliski) problemi vardir deriz.

Bu uc tanimlama yontemi de bize bu veride collinearity problemi oldugunu isaret etmektedir.

RIDGE- LASSO - ELASTICNET

RIDGE

Ridge regresyon EKK optimizasyon yontemine bir kisit getirir. Bu kisit β katsayilarinin karelerinin toplamının uzerinedir.

Lambda buyudukce β parametreleri 0 a dogru yaklasir.Parametrelerin buyumesi parametre tahminlerinin varyansini dusurur. Negatif etkisi modele yanlilik katmasidir.

$\text{Var}(\beta_{\text{sapka ridge}}) = \sigma^2 / (x'x + \lambda I)$ burada λ yi buyuk tutarsak varyans kuculur ayni zamanda yanlilik artar. Ikisi arasinda denge kuracak sekilde λ belirlenmelidir. Multicollinearity problemini halledebilecek en kucuk λ yi belirlemeliyiz.

EKK tahmin edicisi yansiz bir tahmin edici iken Ridge Regresyonunun tahmin edicisi yanli bir tahmin ediciye donusur. Ic iliski durumlarında varyanslar buyukken Ridge Regresyonunda varyanslar daha kucuktur.

Ridge Regresyon da aciklayici degiskenlerin tamamini modele dahil eder ve kompleks model olusmasini saglar. (Modele degisken ekledikce hata duser fakat kompleks hale de gelebilir.)

```
lambda<-10^seq(-3, 5, length.out = 100) #lamda icin dizi olusturma
```

Ridge de lambda parametresinin secimi icin en iyi yontem Cross Validationdur. Bu sebeple lambdalar icin oncelikle bir dizi olusturduk.

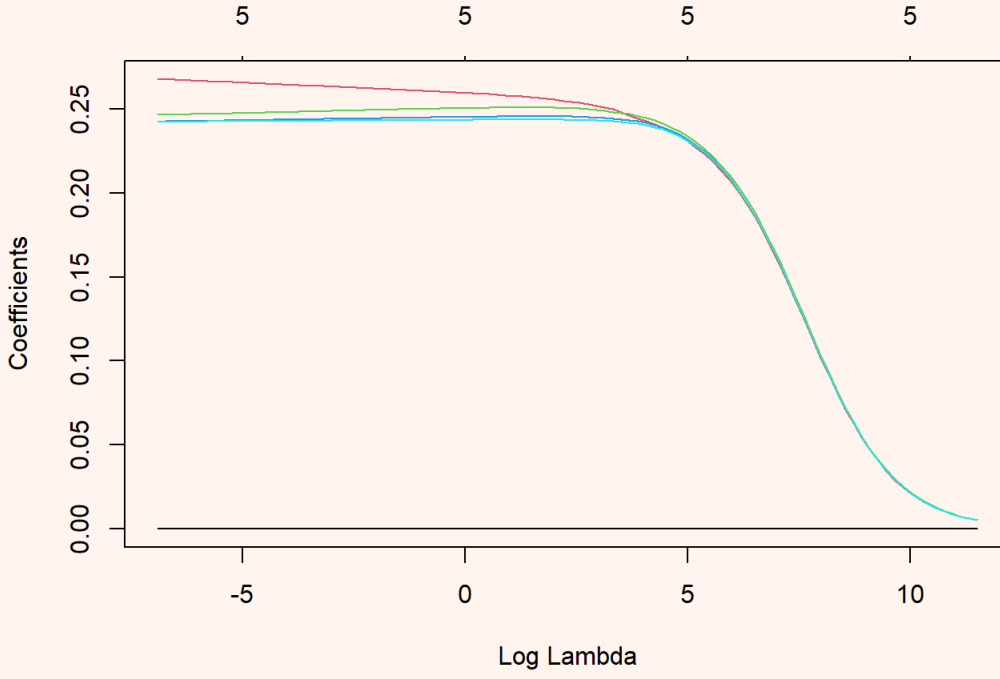
```
x<-as.matrix(veritrain[,-1])
head(x,10)
```

##	Volume	High	Low	Close	Last
## 85	1694996	1967.10	1910.0	1944.00	1940.00
## 207	2022338	1145.00	1130.0	1135.45	1132.00
## 198	3209496	1101.40	1090.0	1094.90	1093.00
## 6	3391230	1997.00	1950.0	1973.45	1979.25
## 160	4184557	1168.50	1128.0	1134.55	1140.90
## 136	1723989	1004.50	989.1	1001.85	999.75
## 17	2371582	2225.00	2165.1	2215.05	2211.90
## 93	2568019	2035.70	1986.0	2022.35	2022.20
## 209	1807341	1150.45	1133.4	1145.50	1140.15
## 204	2631874	1155.00	1144.1	1149.40	1147.35

Train verimizi matrix haline donusturuyoruz (yanit degiskenini VWAP i cikardik)

Lambdanin farkli degerleri icin degiskenlerin aldigi farkli degerlerin grafigini cizdirelim; Ridge Regresyonda alpha = 0 degerini alir.

```
library(glmnet)
ridgemodel<-glmnet(x,veritrain$VWAP,alpha = 0,lambda = lambda)
op = par(bg = "seashell1")
plot(ridgemodel,xvar = "lambda")
```



Bu grafik lambdanin farklı degerleri için degişkenlerin aldığı farklı degerlerin grafigidir.

Grafikte kırmızı çizgiye baktığımızda stabil olmayan durum var. Bu degişkenin degeri diğerlerine göre çok az bir degişim gösteriyor. Bu multicollinearity nin bir etkisidir.

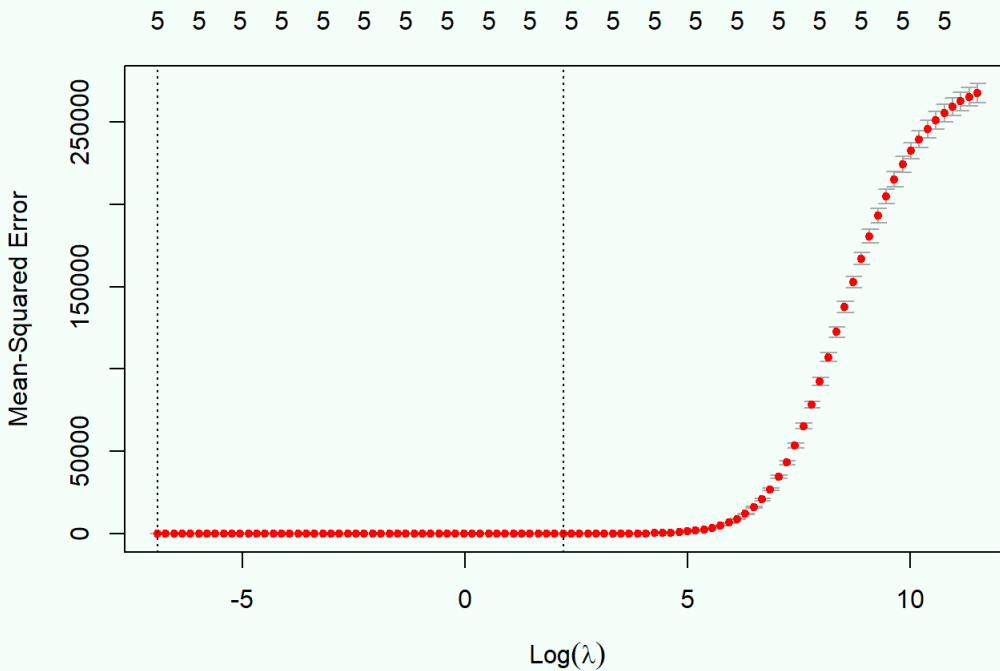
Grafığımızın üst bölümünde gozükten 5 degerleri Ridge Regresyonun hiçbir bağımsız degişkeni atmayıp tamamını kullanmasındandır.

Grafikte görülen her bir çizgi bir degişkene karşılık gelmektedir.

Bu grafik ile model katsayılarının lambdaya göre nasıl degiştığını gösterdik. Şimdi Cross Validation Yöntemi ile optimal lambdayı belirleyelim.

Cross Validationda 9 fold ile model kurulur 10 uncu fold da bu modelin performansı incelenir MSE' ye bakılır. Herbir lambda degeri için Cross Validation yapılır. Tüm bulunan MSE ortalamaları alınır ve minimum RMSE degerini veren lambda degeri seçilir.

```
op = par(bg = "mintcream")
cv.fitridge<-cv.glmnet(x,veritrain$VWAP,alpha=0,lambdas = lambdas) #yukarıda oluşturulan lambda dizisi için
plot(cv.fitridge)
```



Grafikte gozükten kırmızı noktalar her lambda degeri için 10 folddan gelen MSE lerin ortalamasıdır.

Grafikteki ilk dogru minimum MSE degerini veren lambda degerinin logaritmasini, ikinci dogru ise foldlardan elde edilen MSE degerlerinin standart sapmasinin 1 oldugu lambda degerinin logaritmasini gostermektedir.

Grafigimizin ust bolumunde gozuken 5 degerleri Ridge Regresyonunun tum degiskenleri kullanmasidir.

Simdi optimal lambda degerini kullanarak Ridge Regresyon modelimizi kuralim ve bu modelin test verisi uzerinde RMSE ve R kare degerlerini hesaplayalim.

Performans kiyaslamasi her zaman test veri seti uzerinden yapilir. Cunku multicollinearity nin train'e bir etkisi yoktur ama test'e etkisi vardir.

```
optimumlambd<-cv.fitridge$lambda.min #optimum lambda icin bunlar icerisinden min olan secilir.
optimumlambd
```

```
## [1] 0.001
```

```
lambda_1SE<-cv.fitridge$lambda.1se
lambda_1SE
```

```
## [1] 9.111628
```

Grafigimizde cikan cizgilerimizin yerine bakarsak ;

Ilk Dogru: $\log(\lambda_{min})=\log(0.001)=-6.907755$

Ikinci Dogru : $\log(\lambda_{1SE})=\log(9.111628)= 2.209551$

Ridge Regresyon modeli;

```
ridgemodel<-glmnet(x,veritrain$VWAP,alpha=0,lambda=optimumlambd)
```

RMSE ve R kare hesaplayan fonksiyonlar;

```
rmse<-function(true, predicted,n) {sqrt(sum((predicted - true)^2)/n)}

ypredictedridge <- predict(ridgemodel, s = optimumlambd, newx = as.matrix(veritest[, -1]))# kurulan model uzerinden elde edilen tahmin degerleri

rsquare <- function(true, predicted) {
  sse <- sum((predicted - true)^2)
  sst <- sum((true - mean(true))^2)
  rsq <- 1 - sse / sst
  rsq }
```

Test verisi uzerinden Ridge modelinin R karesini hesaplatalim;

```
ridgerkare<-rsquare(veritest$VWAP,ypredictedridge)
ridgerkare
```

```
## [1] 0.9997101
```

Ridge regresyon icin test verisi uzerinden R kare 0.9997101 cikmistir.

Test verisi uzerinden Ridge Modelinin RMSE sini hesaplatalim;

```
ridgermse<-rmse(veritest$VWAP,ypredictedridge,length(veritest$VWAP))
ridgermse
```

```
## [1] 9.104282
```

Ridge Regresyon icin test verisi uzerinden RMSE 9.104282 cikmistir.

AIC ve BIC performans degerlendirme kriterleridir. Modeller arasinda kiyas yaparken kullanilir. Genel olarak AIC ve BIC degerleri daha kucuk olan model diger modellere gore daha iyidir. AIC ve BICde artik degerler kullanilir.

Simdi Test verisi icin artiklar;

```
ridgeartik<-veritest$VWAP-(ypredictedridge)
head(ridgeartik,10)
```

```
##          1
## 4      -7.4986075
## 21     6.1513650
## 30     3.5755672
## 31     0.4488721
## 39    -11.6952021
## 40     11.0478618
## 46    -29.9604325
## 57     -5.2757745
## 58     6.4165778
## 60     5.2276908
```

AIC

```
ridgeaic<-nrow(nsts)*(log(2*pi)+1+log((sum((ridgeartik)^2)/nrow(nsts))))+((length(ridgemodel$VWAP)+1)*2)
ridgeaic
```

```
## [1] 1329.508
```

Ridge Regresyon için AIC değeri 1329.508 çıkmıştır.

BIC

```
ridgebic<-nrow(nsts)*(log(2*pi)+1+log((sum((ridgeartik)^2)/nrow(nsts))))+((length(ridgemodel$VWAP)+1)*log(nrow(nsts)))
ridgebic
```

```
## [1] 1333.022
```

Ridge Regresyon için BIC değeri 1333.022 çıkmıştır.

LASSO

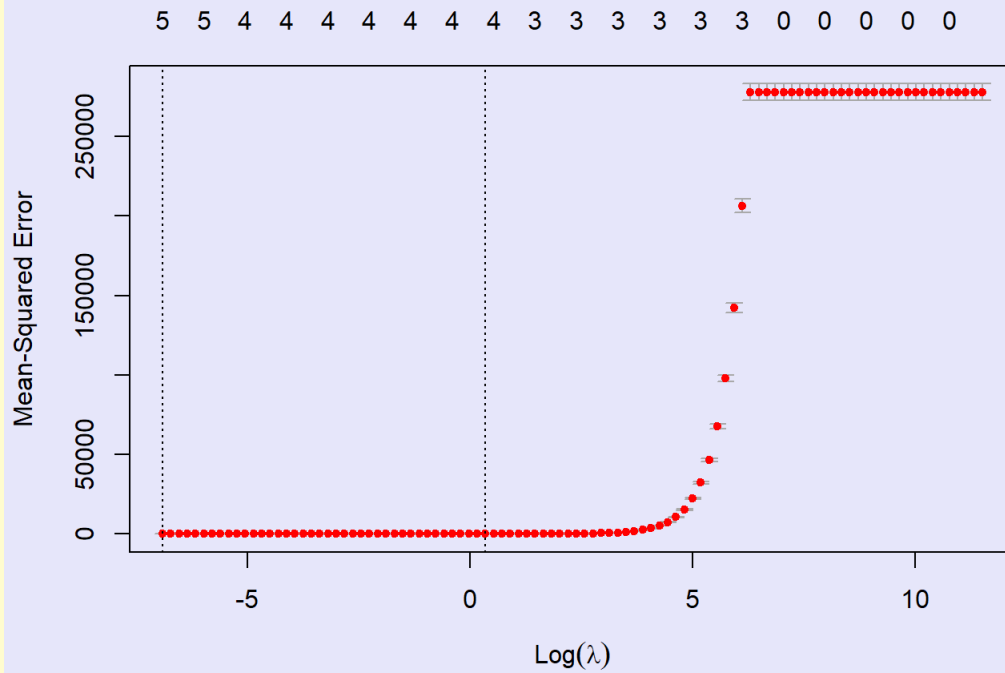
Değişken seçimi için kullanılır. Lassoda katsayıların bazıları Ridgeden farklı olarak sıfırlanmaktadır.

Lasso multicollinearity problemini çözerken aynı zamanda değişken seçimi de yapabilme yeteneğine sahiptir. Lassoda da λ ceza parametresi vardır. λ büyüdükçe modelden atılan (disarida bırakılan) değişken sayımız artıyor.

Bazen Lasso çok fazla değişkeni disarida bırakmaktadır. Bu modelin tahmin performansını düşürür. Modelde görmek istediğimiz değişkeni göremeyebiliriz.

İlk olarak Cross Validation ile Optimal Lambda değerini belirleyelim. Lasso Regresyonunda $\alpha = 1$ değerini alır.

```
op = par(bg = "lavender")
cv.fitlasso<-cv.glmnet(x,veritrain$VWAP,alpha=1,lambda = lambda) #lambda dizisinde belirledigimiz lamdalar k
ullanilir.
plot(cv.fitlasso)
```



Grafigimizin ust bolumunde gozuken degerler Lasso Regresyonunun bagimsiz degiskenlerinin tamamini kullanmayarak modelden atmasindan dolayi kaynaklanir.

Grafikte gozuken kirmizi noktalar her lambda degeri icin 10 folddan gelen MSE lerin ortalamasidir.

Grafikteki ilk dogru minimum MSE degerini veren lambda degerinin logaritmasini, ikinci dogru ise foldlardan elde edilen MSE degerlerinin standart sapmasinin 1 oldugu lambda degerinin logaritmasini gostermektedir.

Optimal Lambda degeri;

```
optimallambda<-cv.fitlasso$lambda.min
optimallambda
```

```
## [1] 0.001
```

```
lambda_1SE<-cv.fitlasso$lambda.1se
lambda_1SE
```

```
## [1] 1.417474
```

Grafigimizde cikan cizgilerimizin yerine bakarsak ;

Ilk Dogru: $\log(\lambda_{\min}) = \log(0.001) = -6.907755$

Ikinci Dogru : $\log(\lambda_{1SE}) = \log(1.417474) = 0.3488764$

Simdi Optimal Lambda degerini kullanarak Lasso Regresyon modelimizi kuralim ve bu modelin test verisi uzerinde RMSE ve R kare degerlerini hesaplayalim.

Lasso regresyon modeli;

```
lassomodel<-glmnet(x,veritrain$VWAP,alpha=1,lambda=optimallambda)
coef(lassomodel)
```

```
## 6 x 1 sparse Matrix of class "dgCMatrix"
##              s0
## (Intercept)  1.274323e+01
## Volume      -2.739531e-06
## High         8.895992e-01
## Low          7.806363e-02
## Close        2.476695e-02
## Last         -4.611594e-03
```

Burada hicbir degerimiz atilmamistir.

Simdi test verisi uzerinden Lasso Regresyon modelimizin performansina bakalim.

Kurulan model uzerinden elde edilen tahmin degerleri;

```
ypredictedlasso <- predict(lassomodel, s = optimallambda, newx = as.matrix(veritest[, -1]))  
head(ypredictedlasso, 10)
```

```
##           1  
## 4  1962.297  
## 21 2138.335  
## 30 2298.069  
## 31 2303.441  
## 39 2283.203  
## 40 2257.678  
## 46 2231.131  
## 57 2229.516  
## 58 2208.075  
## 60 2198.172
```

Test verisi icin Lasso Regresyon modelinin R karesi;

```
lassorkare<-rsquare(veritest$VWAP, ypredictedlasso)  
lassorkare
```

```
## [1] 0.999713
```

Test verisi icin Lasso Regresyon Modelinin R karesi 0.999713 cikmistir.

Test verisi icin Lasso Regresyon Modelinin RMSE si;

```
lassormse<-rmse(veritest$VWAP, ypredictedlasso, length(veritest$VWAP))  
lassormse
```

```
## [1] 9.058652
```

Test verisi icin Lasso Regresyon Modelinin RMSE si 9.058652 cikmistir.

Lasso Regresyon Modeli icin artiklar;

```
lassoartik<-veritest$VWAP-(ypredictedlasso)  
head(lassoartik, 10)
```

```
##           1  
## 4  -7.4768073  
## 21  6.1054981  
## 30  3.5605108  
## 31  0.4492543  
## 39 -11.6128555  
## 40  10.9815825  
## 46 -29.8105053  
## 57  -5.2459078  
## 58  6.3549421  
## 60  5.2477094
```

Lassonun artiklari uzerinden AIC;

```
lassoaic<-nrow(nsts)*(log(2*pi)+1+log((sum((lassoartik)^2)/nrow(nsts))))+((length(lassomodel$VWAP)+1)*2)  
lassoaic
```

```
## [1] 1327.016
```

Lasso Regresyon icin AIC degeri 1327.016 cikmistir.

Lassonun artiklari uzerinden BIC;

```
lassobic<-nrow(nsts)*(log(2*pi)+1+log((sum((lassoartik)^2)/nrow(nsts))))+((length(lassomodel$VWAP)+1)*log(nrow(nsts)))  
lassobic
```



```
## [1] 1330.53
```

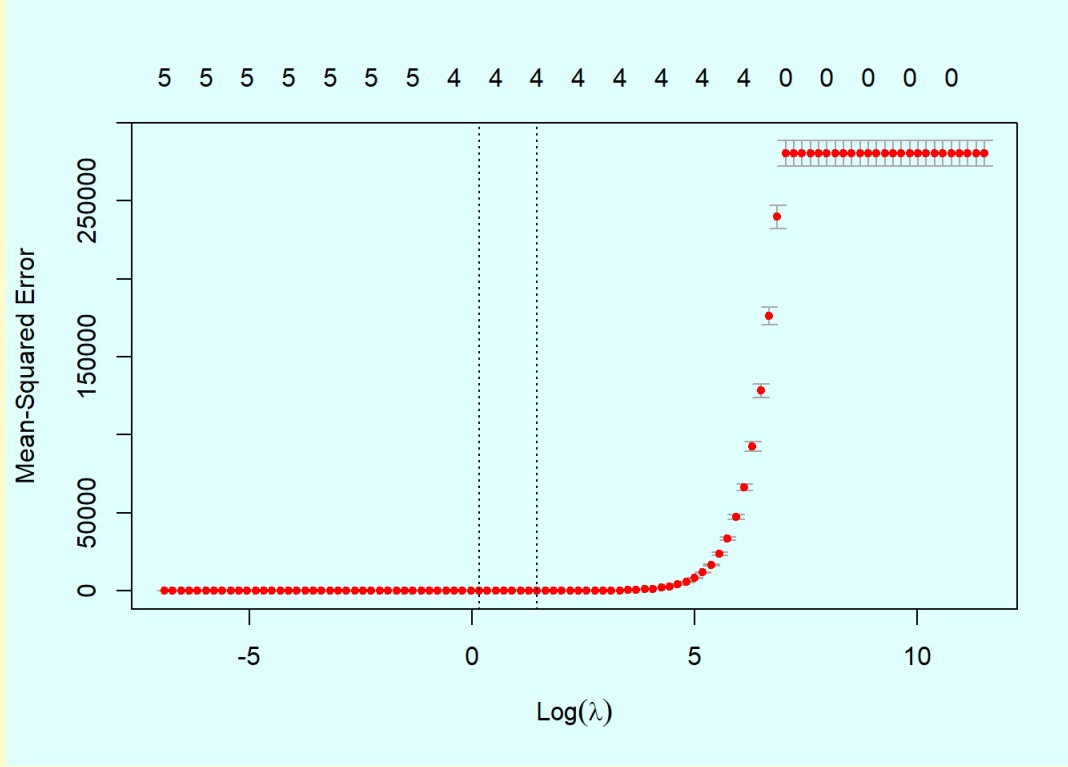
Lasso Regresyon icin BIC degeri 1330.53 cikmistir.

ELASTIC-NET

Elastic net Ridge Regresyon Modeli ile Lasso Regresyon Modelinin bir kombinasyonudur. Ridge tarzi cezalandirma ve Lasso tarzi degisken secimi yapar. Lasso ve Ridge'de bulunan λ parametresi haricinde ikinci bir parametre olan α parametresi de vardir. Ozellikle yuksek korelasyonlu degisken gruplari oldugunda onerilir.

Ilk olarak Cross Validation ile Optimal Lambda degerini belirleyelim. $\lambda = 0.5$ alindiginda Elastic Net Regresyon Modeli elde edilir.

```
op = par(bg = "lightcyan")
cv.fiteelasticnet<-cv.glmnet(x,veritrain$VWAP,alpha=0.5,lambda = lambda)
plot(cv.fiteelasticnet)
```



Grafigimizin ust bolumunde gozuken degerler Elastic Net Regresyonun bagimsiz degiskenlerinin tamamini kullanmayarak modelden atmasindan dolayi kaynaklanir.

Grafikte gozuken kirmizi noktalar her lambda degeri icin 10 folddan gelen MSE'lerin ortalamasidir.

Grafikteki ilk dogru minimum MSE degerini veren lambda degerinin logaritmasini, ikinci dogru ise foldlardan elde edilen MSE degerlerinin standart sapmasinin 1 oldugu lambda degerinin logaritmasini gostermektedir.

Optimal Lambda degeri;

```
optlambda<-cv.fiteelasticnet$lambda.min
optlambda
```

```
## [1] 1.176812
```

```
lambda_1SE<-cv.fiteelasticnet$lambda.1se
lambda_1SE
```

```
## [1] 4.328761
```

Grafigimizde cikan çizgilerimizin yerine bakarsak ;

Ilk Dogru: $\log(\lambda_{min}) = \log(1.176812) = 0.1628091$

Ikinci Dogru : $\log(\lambda_{1SE}) = \log(4.328761) = 1.465281$

Simdi Optimal Lambda degerini kullanarak Elastic Net Regresyon Modelimizi kuralim ve bu modelin test verisi uzerinde RMSE ve R kare

degerlerini hesaplayalım.

```
elasticmodel<-glmnet(x,veritrain$VWAP,alpha=0.5,lambda=optlambda)
coef(elasticmodel)
```

```
## 6 x 1 sparse Matrix of class "dgCMatrix"
##              s0
## (Intercept) 3.55769510
## Volume      .
## High        0.35507256
## Low         0.35341373
## Close       0.22439404
## Last        0.06493091
```

5 degiskenli modelimizde Elastic Net Regresyonu 1 degiskeni (Volume) atilmistir.Bu degiskene iliskin katsayilar sifirlanmistir.

Simdi test verisi uzerinden Elastic Net Regresyon Modelimizin performansina bakalim.

Kurulan model uzerinden elde edilen tahmin degerleri;

```
ypredictedelasticnet <- predict(elasticmodel, s = optlambda, newx = as.matrix(veritest[, -1]))
head(ypredictedelasticnet,10)
```

```
##           1
## 4  1958.021
## 21 2142.815
## 30 2299.931
## 31 2301.791
## 39 2270.401
## 40 2264.794
## 46 2209.258
## 57 2223.380
## 58 2215.124
## 60 2195.049
```

Test verisi icin Elastic Net Regresyon modelinin R karesi;

```
elasticrkare<-rsquare(veritest$VWAP,ypredictedelasticnet)
elasticrkare
```

```
## [1] 0.9999421
```

Test verisi icin Elastic Net Regresyon Modelinin R karesi 0.9999421 cikmistir.

Test verisi icin Elastic Net Regresyon Modelinin RMSE si;

```
elasticrmse<-rmse(veritest$VWAP,ypredictedelasticnet,length(veritest$VWAP))
elasticrmse
```

```
## [1] 4.069581
```

Test verisi icin Elastic Net Regresyon Modelinin RMSE si 4.069581 cikmistir.

Elastic Net Regresyon Modeli icin artiklar;

```
elasticartik<-veritest$VWAP-(ypredictedelasticnet)
head(elasticartik,10)
```

```
##          1
## 4    -3.2007819
## 21    1.6249481
## 30    1.6987566
## 31    2.0985350
## 39    1.1892670
## 40    3.8655112
## 46   -7.9381194
## 57    0.8899631
## 58   -0.6941946
## 60    8.3712884
```

Elastic Net in artiklari uzerinden AIC;

```
elasticaic<-nrow(nsts) * (log(2*pi)+1+log((sum((elasticartik)^2)/nrow(nsts)))) + ((length(elasticmodel$VWAP)+1) *
2)
elasticaic
```

```
## [1] 930.1267
```

Elastic Net Regresyon icin AIC degeri 930.1267 cikmistir.

Elastic Net in artiklari uzerinden BIC;

```
elasticbic<-nrow(nsts) * (log(2*pi)+1+log((sum((elasticartik)^2)/nrow(nsts)))) + ((length(elasticmodel$VWAP)+1) *
log(nrow(nsts)))
elasticbic
```

```
## [1] 933.6402
```

Elastic Net Regresyon icin BIC degeri 933.6402 cikmistir.

Simdi kurulan modellerde AIC, BIC, RMSE ve R kare degerlerini karsilastirip model secimi yapalim.

```
tablo<-matrix(c(ridgeaic,ridgebic,ridgermse,ridgerkare,
lassoaic,lassobic,lassormse,lassorkare,
elasticaic,elasticbic,elasticrmse,elasticrkare),3,4,byrow = TRUE)

row.names(tablo)<-c("Ridge", "Lasso", "Elasticnet")

colnames(tablo)<-c("AIC", "BIC", "RMSE", "Rkare")

tablo
```

##	AIC	BIC	RMSE	Rkare
## Ridge	1329.5083	1333.0217	9.104282	0.9997101
## Lasso	1327.0161	1330.5296	9.058652	0.9997130
## Elasticnet	930.1267	933.6402	4.069581	0.9999421

Secim yaparken AIC BIC ve RMSE degerleri kucuk , R kare degeri buyuk olan model secilmelidir.

Modellerin R2 degerlerini, RMSE degerlerini, AIC, BIC degerlerini karsilastirdigimizda;

En kucuk rmse degeri Elasticnet Regresyon Modelinde (RMSE: 4.069581), En kucuk AIC degeri Elasticnet Regresyon Modelinde (AIC: 930.1267), En kucuk BIC degeri Elasticnet Regresyon Modelinde (BIC: 930.1267), En buyuk R kare degeri Elasticnet regresyon modelinde (R Kare: 930.1267). Bu sebeple calisabilecegimiz en iyi regresyon modeli Elastic Net Regresyon Modelidir. Bu veriyi modellemede Elastic Net Regresyon Modeli daha uygundur.

Multicollinearity nin cozumunde Ridge, Lasso, Elastic Net haricinde Temel Bilesenler Regresyonu da kullanilir. Simdi multicollinearity probleminden Temel Bilesenler Yolu ile kurtulmayi deneyelim.

TEMEL BILESENLER REGRESYONU

Veri setindeki tum degiskenler vektoru ifade eder. Degiskenler arasinda iliski olmadiginda bu vektorler birbirlerine diktir. Temel bilesenler analizinin amaci, X matrisine bir donusum uygulayarak birbirlerine dik(ortogonal) vektorlerden olusan bir sistem elde etmektir. Yuksek boyutlu verilerde dusuk boyutlu dogrusal yapi elde etmek icin kullanilan bir yontemdir. Vektor boyutlari kısa olanlar goz ard edilir.

```
set.seed(3)
index<-sample(1:nrow(nsts),round(nrow(nsts)*0.95))
veritrain<-nsts[index,]
veritest<-nsts[-index,]
```

Oncelikle Train veri seti uzerinde kurdugumuz EKK Regresyon Modelini kullanarak, hem train hem de test veri seti uzerinde RMSE degerlerini hesaplayalim.

EKK Regresyon Modelimiz;

```
lmod1<-lm(VWAP~Volume+
          High+
          Low+
          Close+
          Last,data=veritrain)
summary(lmod1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = veritrain)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -16.954  -1.988   0.094   1.873  23.489
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  2.155e+00  1.334e+00   1.616   0.108
## Volume      -1.745e-07  2.052e-07  -0.851   0.396
## High         3.884e-01  2.234e-02  17.381 < 2e-16 ***
## Low          2.483e-01  2.384e-02  10.415 < 2e-16 ***
## Close        4.876e-01  8.935e-02   5.457 1.25e-07 ***
## Last        -1.270e-01  8.982e-02  -1.414   0.159
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.437 on 230 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9999, Adjusted R-squared:  0.9999
## F-statistic: 6.618e+05 on 5 and 230 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Kurulan Regresyon Modelinin anlamliligina baktigimizda p value yaklasik=0< 0.05 oldugundan H0 red edilir yani kurulan model anlamlidir deriz.

Simdi train ve test veri seti uzerinde RMSE degerlerini hesaplayalim.

```
rmse <- function(x,y) sqrt(mean((x-y)^2))
rmse(predict(lmod1), veritrain$VWAP)
```

```
## [1] 4.379819
```

Train veri seti uzerinden kurulan regresyon modelinin RMSE degeri 4.379819 dir.

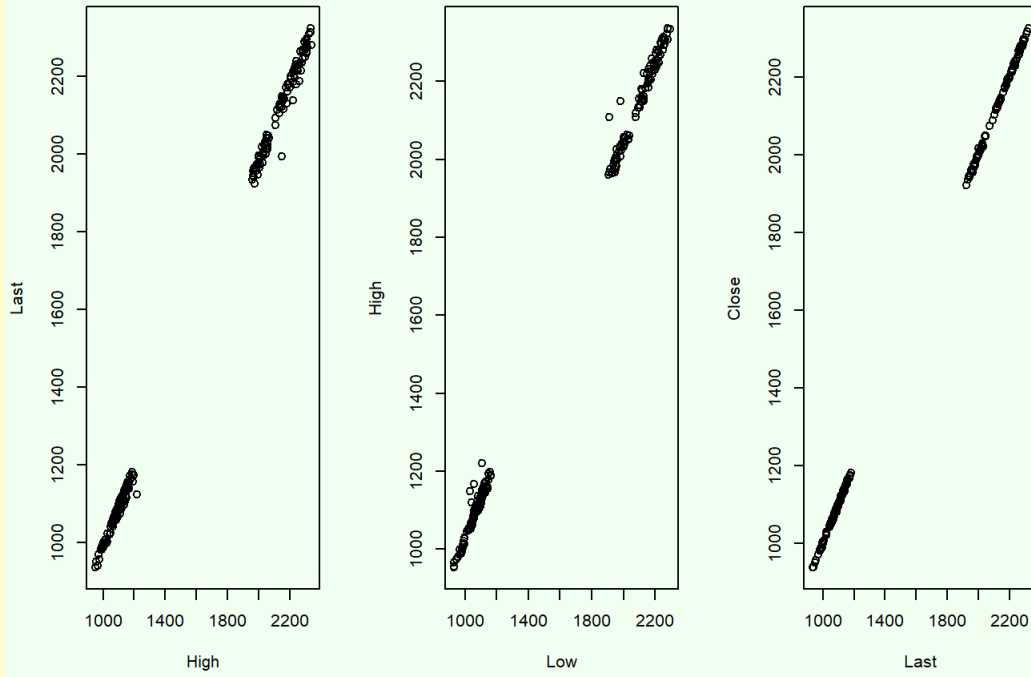
```
rmse(predict(lmod1, veritest), veritest$VWAP)
```

```
## [1] 3.084308
```

Test veri seti uzerinden kurulan regresyon modelinin RMSE degeri 3.084308 dir.

lki RMSE degeri arasinda fark olmasinin sebebi multicollinearity nin varliginin gostergesidir.

```
par(mfrow=c(1,3),op = par(bg = "honeydew"))
plot(Last~High,veritrain)
plot(High~Low,veritrain)
plot(Close~Last,veritrain)
```



Bazi aciklayici degiskenler arasinda sacinim grafigi cizdirdik. Bunlar arasinda lineer iliski goruluyor. Bu da multicollinearity'nin varliginin bir gostergesidir.

Simdi tum componentleri kullanarak bir Temel Bilesenler Regresyonu kuralim.

```
library(pls)
pcrmodel <- pcr(VWAP~Volume+
  High+
  Low+
  Close+
  Last,data=veritrain,scale=T)

summary(pcrmodel)
```

```
## Data:      X dimension: 236 5
## Y dimension: 236 1
## Fit method: svdpc
## Number of components considered: 5
## TRAINING: % variance explained
##      1 comps  2 comps  3 comps  4 comps  5 comps
## X      83.24   99.98   99.99   100.00   100.00
## VWAP    98.94   99.99   99.99   99.99   99.99
```

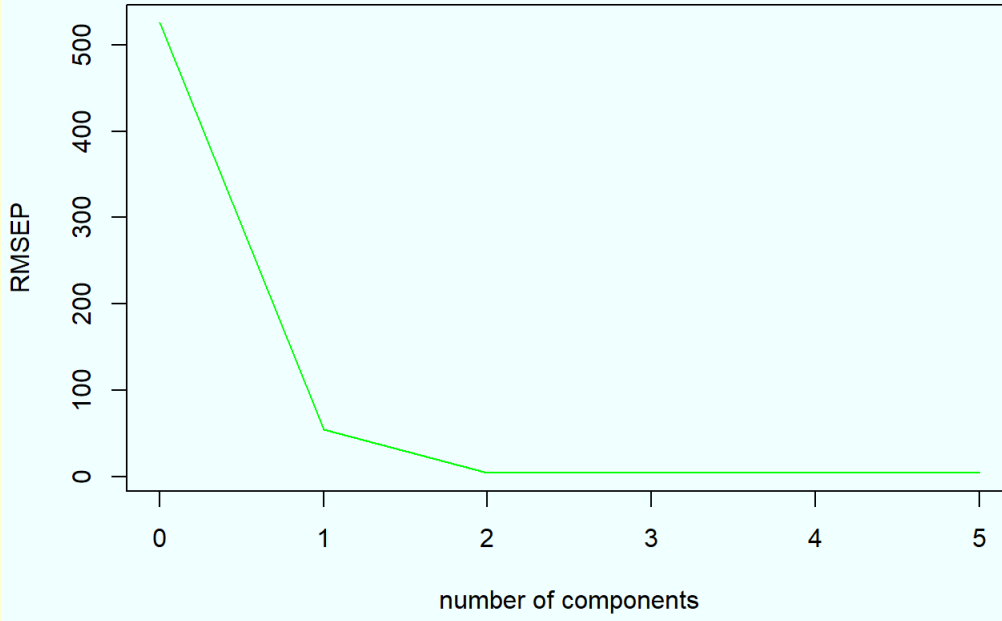
Ciktinin ilk satiri componentlerin X matrisindeki aciklayicilik oranlarini, ikinci satir ise yanit degiskenindeki aciklayicilik miktarlarini gostermektedir.

Verimizde 5 adet vektor vardi. Besinci component ile yanittaki degiskenligin yaklasik %99.9 aciklanabilmektedir.

Train ne kadar cok componentle calirsira o kadar iyi sonuc alinir. Cunku multicollinearity nin train uzerinde etkisi yoktur fakat test verisi uzerine etkisi vardir.

```
op = par(bg = "azure")
validationplot(pcrmodel,val.type = "RMSE",col="green")
```

VWAP



Bu grafik bize her componente karşılık gelen RMSE değerlerini gösterir. Train veri seti üzerinden çizilen grafikte component sayısı arttıkça RMSE değerleri düşmektedir.

En büyük değişim interceptten birinci componentte geçişte yaşanmıştır. İkinci componentten sonra bir değişim olmamıştır. Toplamda intercept ile birlikte 6 component var.

Bu grafiğe ilişkin RMSE değerleri;

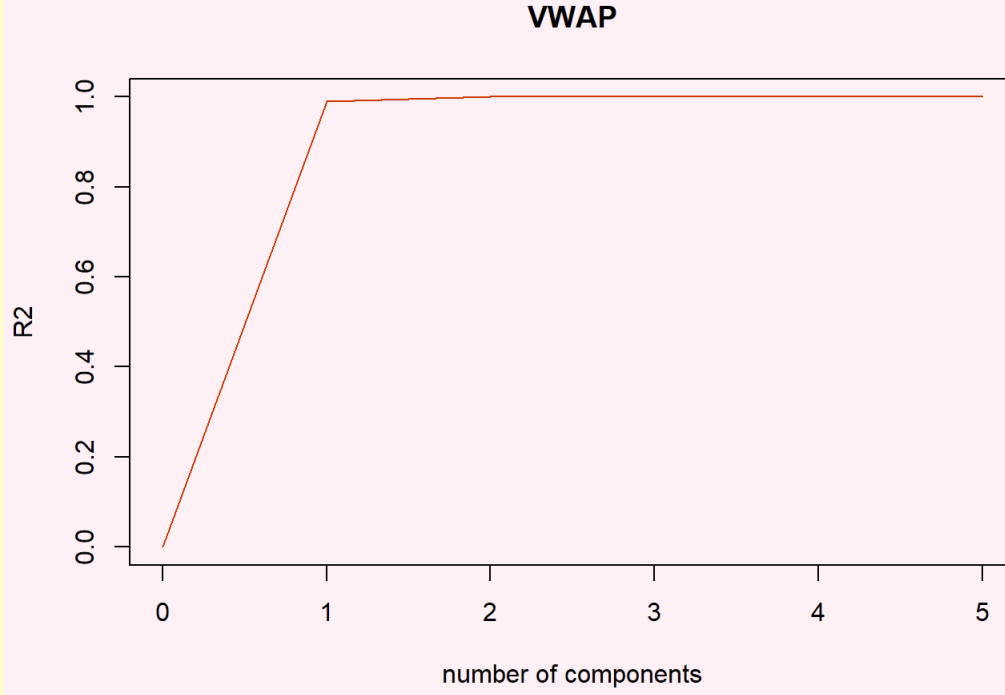
```
pcrmse <- RMSEP(pcrmodel)
pcrmse
```

## (Intercept)	1 comps	2 comps	3 comps	4 comps	5 comps
## 525.355	54.197	4.938	4.579	4.492	4.380

RMSE değeri component sayısı arttıkça azalmaktadır. En düşük RMSE değeri ilk olarak birinci componentte görülmektedir.

Şimdi RMSE için yaptıklarımızı R kare içinde yapalım.

```
op = par(bg = "lavenderblush1")
validationplot(pcrmodel, val.type = "R2", col="orangered3")
```



Bu grafik bize her componente karşılık gelen R kare değerlerini gösterir. Train veri seti üzerinden çizilen grafikte component sayısı arttıkça R kare değerleri artmaktadır.

En büyük değişim interceptten birinci componentte geçmiştir. İkinci componentten sonra bir değişim olmamıştır. Toplamda intercept ile birlikte 6 component var.

Multicollinearity için train veri setine bakmak uygun olmadığından test veri setine bakmak daha uygun olacaktır.

Test seti üzerinde component sayılarına göre RMSE değerlerini de RMSEP fonksiyonunu kullanarak bulabiliriz.

```
pcrmse <- RMSEP(pcrmodel,newdata=veritest)
pcrmse
```

## (Intercept)	1 comps	2 comps	3 comps	4 comps	5 comps
## 573.657	37.726	3.581	4.152	4.505	3.084

Test veri seti üzerinden baktığımızda performans açısından en küçük RMSE değeri 3.084 ile beşinci componenttedir.

Şimdi 5 component ile kurulan modelin katsayılarına bakalım.

```
coef(pcrmodel,ncomp=5)
```

```
## , , 5 comps
##
##          VWAP
## Volume -0.3619155
## High   206.7179358
## Low    129.5871708
## Close  257.0354530
## Last   -66.9235424
```

Bu çıktı bize pcr 5 component için modelin yanıt değişkeni tahminlerini verir.

Şimdi bu modeli kullanarak train ve test veri seti üzerinden RMSE değerlerini hesaplayalım.

```
rmse(predict(pcrmodel, ncomp=5), veritrain$VWAP)
```

```
## [1] 4.379819
```

Train veri seti üzerinden RMSE değeri 4.379819 dir.

```
rmse(predict(pcrmodel, veritest, ncomp=5), veritest$VWAP)
```

```
## [1] 3.084308
```

Test veri seti üzerinden RMSE degeri 3.084308 dir.

Componentlerimizin tamamini kullandigimiz icin sonucumuz Ekk modelimizle ayni cikmistir. Optimal component sayisini belirlerken test verisi uzerindeki performansla baktik. Bu is icin Cross Validation Yonteminin kullanilmasi aslinda daha dogru bir yaklasim olacaktir.

CROSS-VALIDATION ILE TEMEL BILESEN ANALIZI

Kac component olmasi gerektigini daha iyi verecek yontemdir. Diger yontemlerde her yapista farkliliklar olmaktadır.

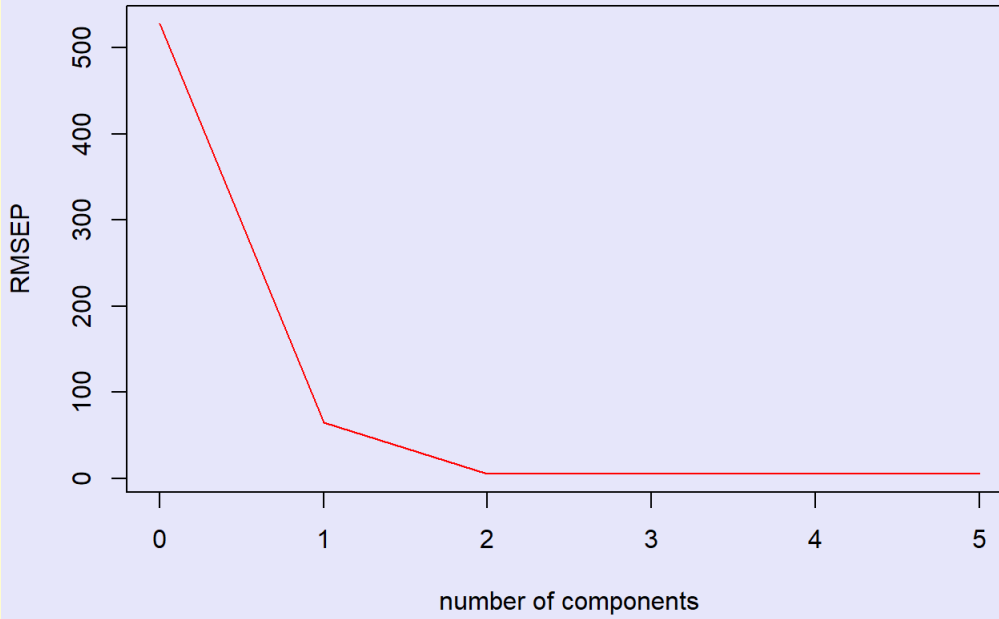
Train veri seti uzerinden Cross Validation hesaplatilim;

```
set.seed(3)
pcrmodel1 <- pcr(VWAP~Volume+
  High+
  Low+
  Close+
  Last,data=veritrain,scale=T,validation="CV")
pcrCV <- RMSEP(pcrmodel1, estimate="CV")
pcrCV
```

## (Intercept)	1 comps	2 comps	3 comps	4 comps	5 comps
## 527.591	64.374	5.203	5.158	5.218	5.116

RMSE degeri en dusuk besinci componentte (5.116) cikmistir.

```
op = par(bg = "lavender")
plot(pcrCV,main="",col="red")
```



Cross Validation icin componentlere karsilik RMSE degerlerinin grafigi yukarida gosterilmektedir.

PcrCV icin en kucuk RMSE degerini alan componentin hangisi olduguna bakmak icin;

```
which.min(pcrCV$val)
```

```
## [1] 6
```

Grafikte Cross Validated RMSE degerleri vardir. 10 fold Cross Validation ile pcrCV degerlerinin altincisi yani besinci component'e karsilik gelen RMSE degeri minimum cikti. (intercept+5 component)

```
coef(pcrmodel1,ncomp=5)
```



```
## , , 5 comps
##
##              VWAP
## Volume   -0.3619155
## High     206.7179358
## Low      129.5871708
## Close    257.0354530
## Last     -66.9235424
```

Bu çıktı bize pcrCV 5 component için modelin yanıt değişkeni tahminlerini verir. Yani tahmin performansımız beşinci componentte en iyi olmaktadır.

Veriyi NSTS olarak modelimizi kuralım;

```
model1<-lm(VWAP~Volume+
            High+
            Low+
            Close+
            Last,data=NSTS)
summary(model1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = NSTS)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -16.7176  -1.8093  -0.0132   1.9931  23.8569
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  1.983e+00  1.282e+00   1.547   0.1232
## Volume      -1.505e-07  1.993e-07  -0.755   0.4509
## High         3.824e-01  2.165e-02  17.666 < 2e-16 ***
## Low          2.517e-01  2.317e-02  10.861 < 2e-16 ***
## Close        5.419e-01  8.214e-02   6.597 2.62e-10 ***
## Last        -1.785e-01  8.325e-02  -2.144   0.0331 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.374 on 242 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9999, Adjusted R-squared:  0.9999
## F-statistic: 7.22e+05 on 5 and 242 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Kurulan Regresyon Modelinin anlamlılığına baktığımızda p value yaklaşık $0 < 0.05$ olduğundan H_0 red edilir yani kurulan model anlamlıdır deriz.

```
fit<- fitted(model1)
head(fit,10) #tahmin degerleri
```

```
##      1      2      3      4      5      6      7      8
## 1970.505 2000.941 2000.936 1955.733 1960.802 1972.083 2042.029 2103.662
##      9     10
## 2088.532 2117.493
```

```
resid <-residuals(model1)
head(resid,10) #artiklar
```

```
##      1      2      3      4      5      6      7
## 0.8348789 2.3089608 3.6538460 -0.9128143 1.7875111 0.6971293 -4.3386649
##      8      9     10
## -4.2621433 0.8882247 -6.6132122
```

HATA İLE İLGİLİ VARSAYIMLAR

NORMALLİK VARSAYIMININ KONTROLÜ TESTİ

Tum normallik testlerini (Shapiro-Wilk,Kolmogorov-Smirnov,Cramer-von Mises,Anderson-Darling) bir arada gormek icin asagidaki kodu kullanmaliyiz;

```
library(olsrr)
ols_test_normality(model1)
```

```
## -----
##          Test          Statistic      pvalue
## -----
## Shapiro-Wilk          0.915          0.0000
## Kolmogorov-Smirnov     0.0917          0.0309
## Cramer-von Mises       16.8161          0.0000
## Anderson-Darling       4.0377          0.0000
## -----
```

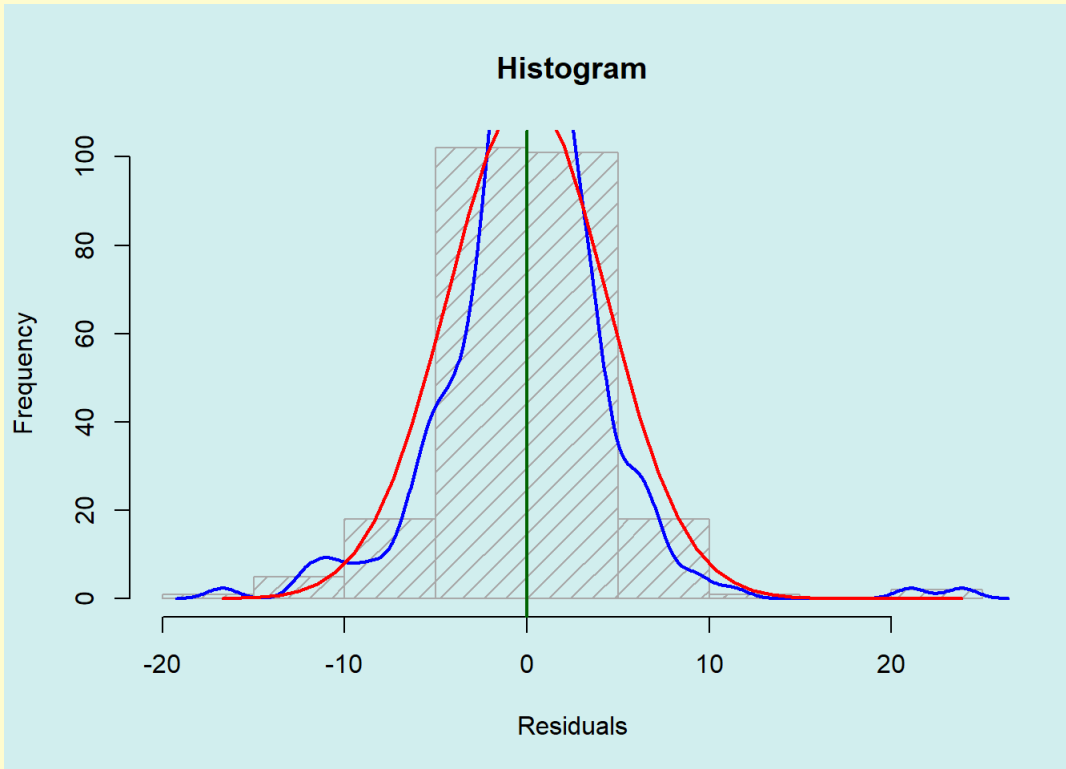
Normallik testlerimizin p-valuelerine baktigimizda 0.05 ten kucuk oldugunu goruyoruz yani artiklarimizin dagilimi normal degildir deriz.

```
op = par(bg = "lightcyan2")
x <- residuals(model1)

#Artiklarin histogrami;
histogram <- hist(x, breaks=10, density=10,col="darkgrey",xlab="Residuals", main="Histogram")
abline(v=mean(x), col="darkgreen", lwd=2)

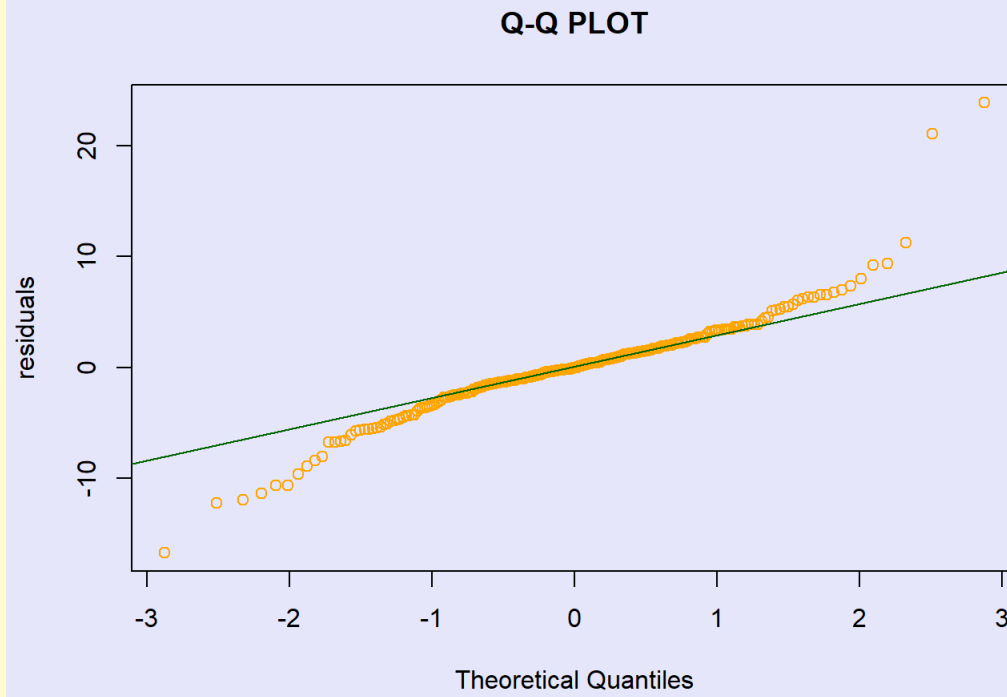
#Yogunluk egrisi cizme;
multiplier <- histogram$counts / histogram$density
mydensity <- density(x)
mydensity$y <- mydensity$y * multiplier[1]
lines(mydensity,col="blue", lwd=2)

#Normal egrisinin ayni ortalama ve standart sapma ile cizilmesi;
xfit <- seq (min(x), max(x), length=40)
yfit <- dnorm(xfit, mean =mean(x), sd = sd(x))
yfit <- yfit *diff(histogram$mids[1:2]) *length(x)
lines(xfit, yfit, col="red", lwd=2)
```



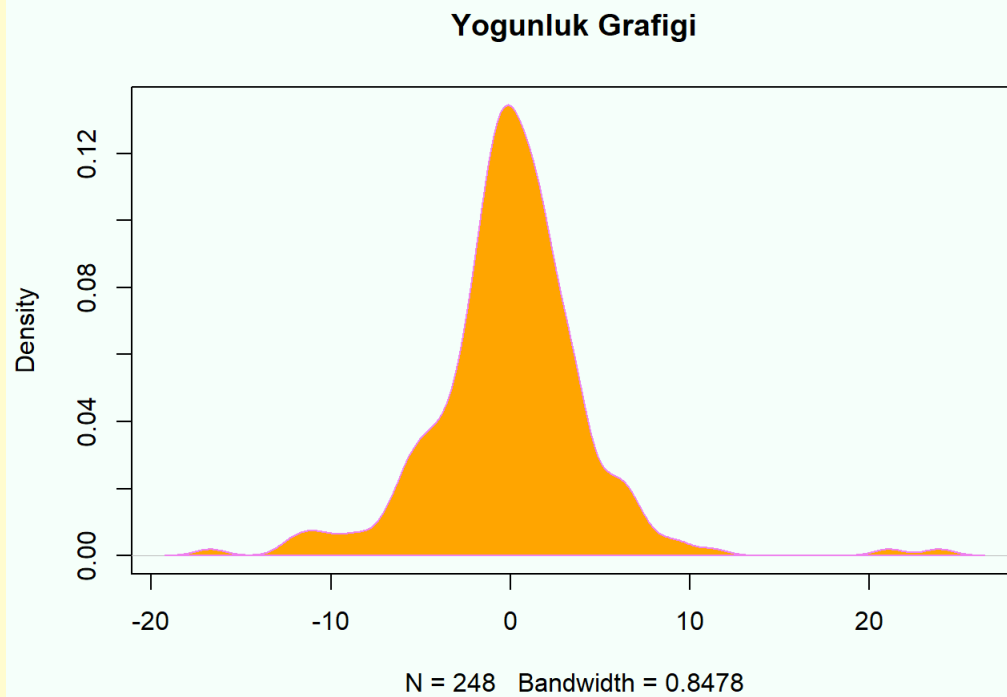
Histogram Grafigimize baktigimizda Kirmizi çizgi bize Normal Dagilim Egrisini verir , Mavi olan çizgi ise sınıf orta noktalarından gecen diyagramdır.Mavi ve Kirmizi çizgilerimiz birbirine benzemedigi için verinin Normal dagilmadigini söyleyebiliriz.

```
#QQ-plot;  
op = par(bg = "lavender")  
qqnorm(residuals(modell),ylab="residuals",main="Q-Q PLOT",col="orange")  
qqline(residuals(modell),col="darkgreen")
```



Q-Q Plot Grafigimize baktigimizda verimiz Q-Q Plot cizgisi uzerinde olmadigindan normal dagilim varsayiminin saglanmadigi gorulmektedir.

```
#Density;  
op = par(bg = "mintcream")  
  
d <- density(x)  
plot(d,main = "Yogunluk Grafigi")  
polygon(d, col="orange", border="violet")
```



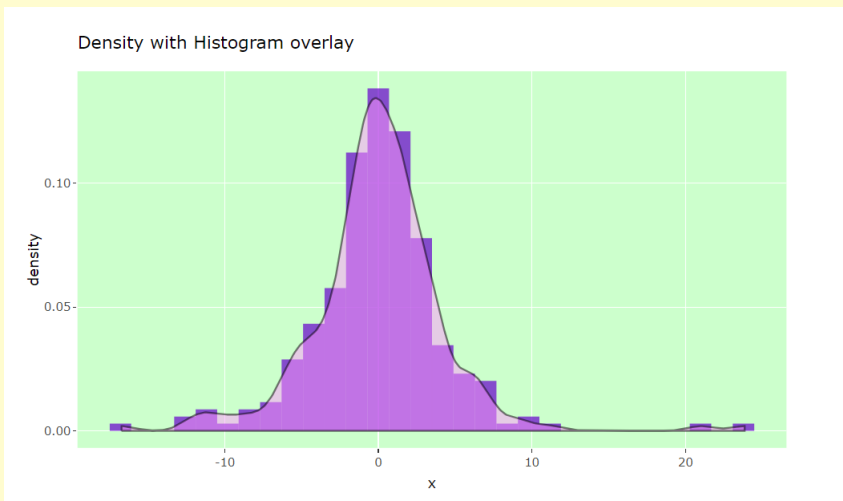
```
library(plotly)

p <- ggplot(NSTS, aes(x)) +
  geom_histogram(aes(y = ..density..), alpha = 0.7, fill = "#6600CC") +
  geom_density(fill = "#FF99FF", alpha = 0.5) +
  theme(panel.background = element_rect(fill = '#CCFFCC')) +
  ggtitle("Density with Histogram overlay")

fig <- ggplotly(p)
fig
```

```
# Interaktif density plotun gorseli;(Html ciktisini pdf e cevirince gozukmedigi icin ekledik)

knitr::include_graphics("densityplot.png")
```

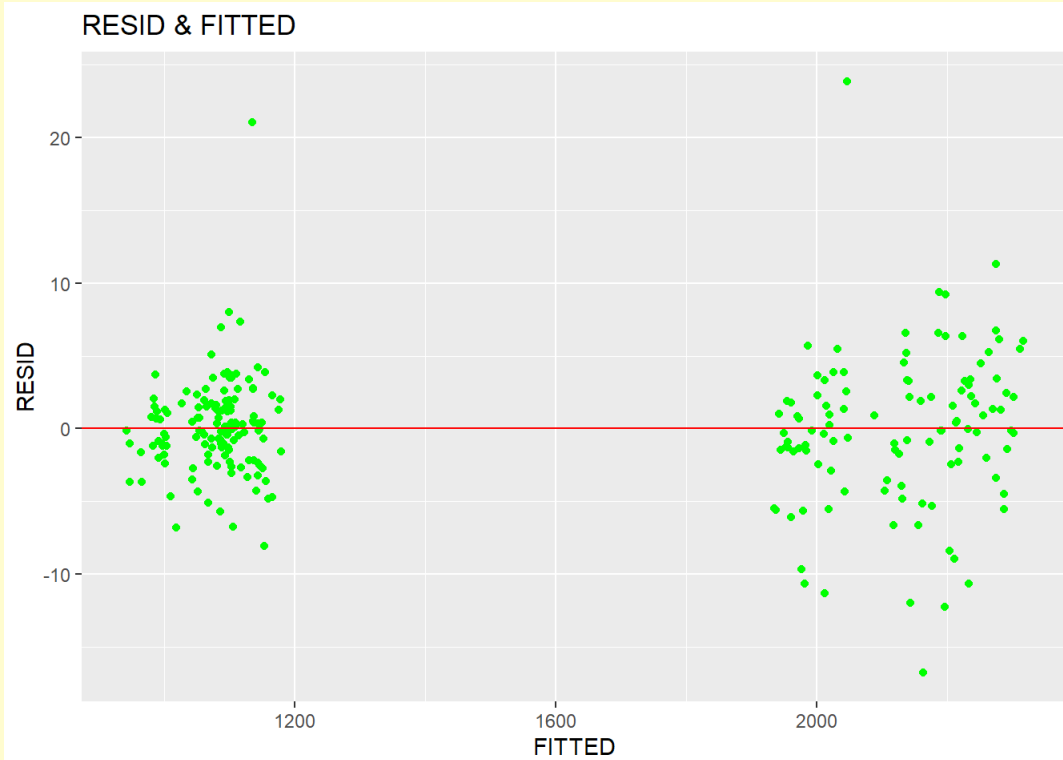


Yogunluk Grafigimize baktigimizda sag kuyruk daha uzun oldugu icin grafigimiz sola carpiktir deriz.

SABIT VARYANSLILIK

Sabit varyansliiligin en kullanisli teshis yontemi artiklara (residuals(lmod)) karsilik tahmin (fitted(lmod)) degerlerinin plotlanmasidir.

```
library(ggplot2)
ggplot(data=NSTS,mapping=aes(x=fit,y=resid))+
  geom_jitter(color="green")+
  geom_hline(yintercept=0,color="red")+ggtitle("RESID & FITTED ")+xlab(" FITTED ")+ylab("RESID")
```

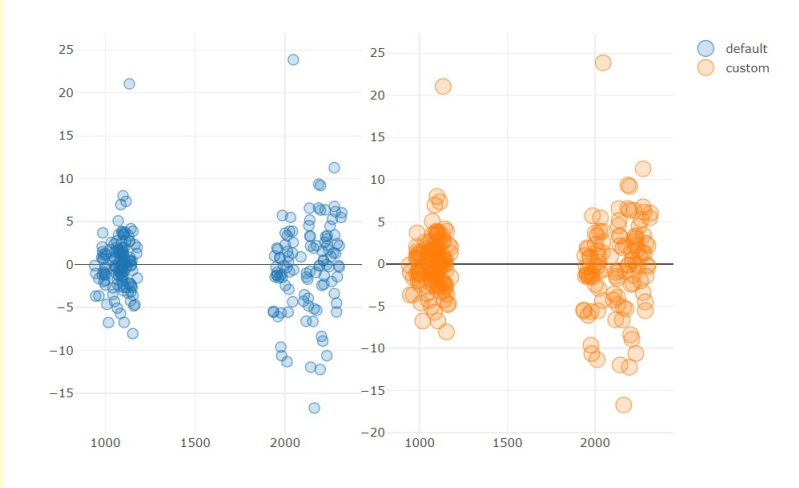


```
# Interaktif bir sekilde gorsellestirelim;

p <- plot_ly(veritrain, x = fit, y = resid, alpha = 0.3)
subplot(
  add_markers(p, size = 2, name = "default"),
  add_markers(p, size = 2, sizes = c(1, 248), name = "custom")
)
```

```
#Interaktif plotun gorseli;(Html ciktisini pdf e cevирince gozukmedigi icin ekledik)
```

```
knitr::include_graphics("sabitvaryans2.png")
```



Cizdirdigimiz grafigimiz bize duzdun bir sekil vermedigi icin sabit varyansli olup olmadigina emin olamiyoruz.Bu yuzden degisken varyanslilik testlerine basvuruyoruz.

DEGISKEN VARYANSLILIK TESTLERI

BREUSCH-PAGAN TESTI

H0:Heterosce dasticity (Degisken Varyanslilik) problemi yok. H1:Heterosce dasticity (Degisken Varyanslilik) problemi vardır.

```
#install.packages("lmtest")
library(lmtest)
bptest(modell,data=NSTS)
```

```
##
## studentized Breusch-Pagan test
##
## data: modell
## BP = 107.86, df = 5, p-value < 2.2e-16
```

BREUSCH-PAGAN testimizin sonucuna gore p-value yaklasik=0 <0.05 oldugundan H0 hipotezi reddedilir yani Heteroscedasticity (degisken varyanslilik) problemi vardır.

ILISKILI HATALAR (OTOKORELASYON)

H0: Otokorelasyon yoktur. H1: Otokorelasyon vardır.

```
library(car)
library(lmtest)
dwtest(VWAP~Volume+
        High+
        Low+
        Close+
        Last ,data=NSTS)
```

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last
## DW = 1.906, p-value = 0.2024
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Sonucumuza gore p-value degerimiz 0.2024 cikmistir.P-value degerimiz 0.05'ten buyuk oldugu icin H0 kabul edilir.Bu nedenle Otokorelasyon yoktur deriz.

OLAGAN DISI GOZLEMLER(AYKIRI GOZLEMLERIN

BELIRLENMESİ)

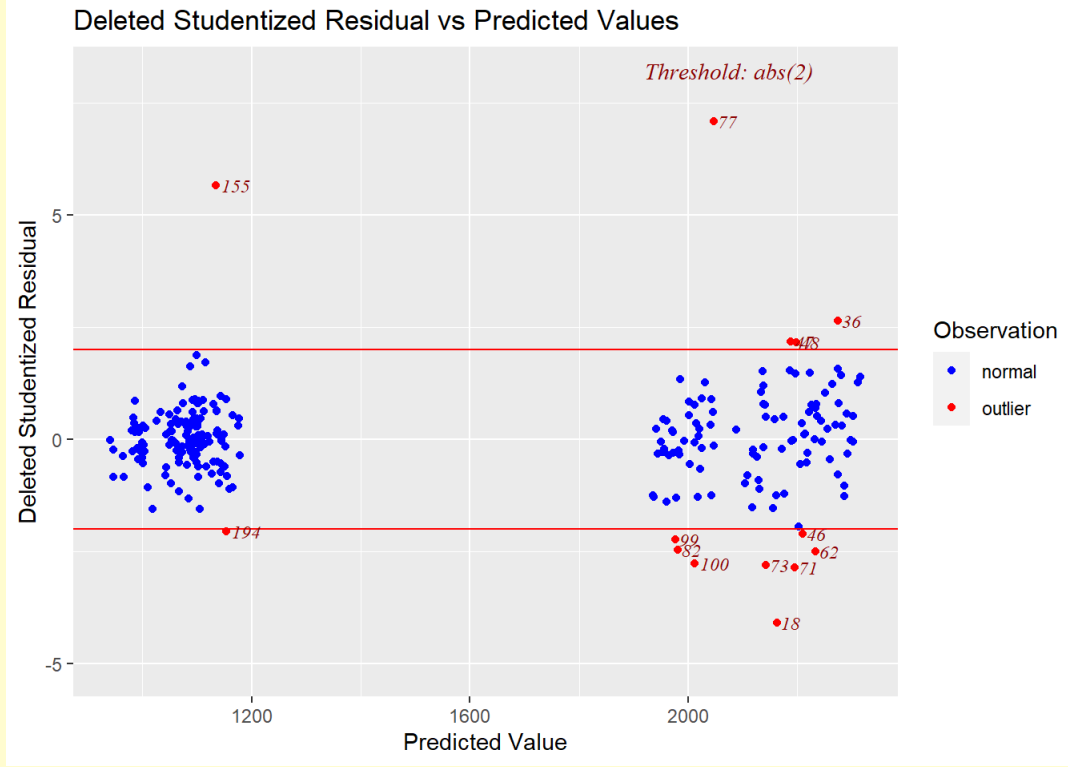
OUTLIER

Model tarafından iyi tahmin edilemeyen gözlemlere denir.(Hataları büyük olan gözlemlere denir.)

Şimdi kurulan regresyon modelimizin grafiklerini inceleyelim;

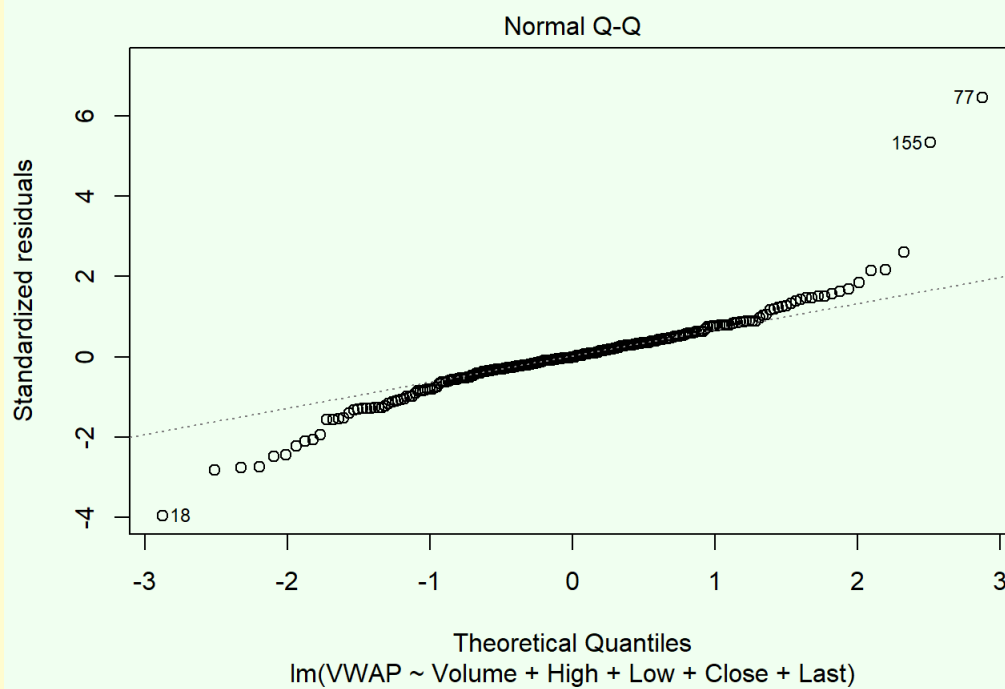
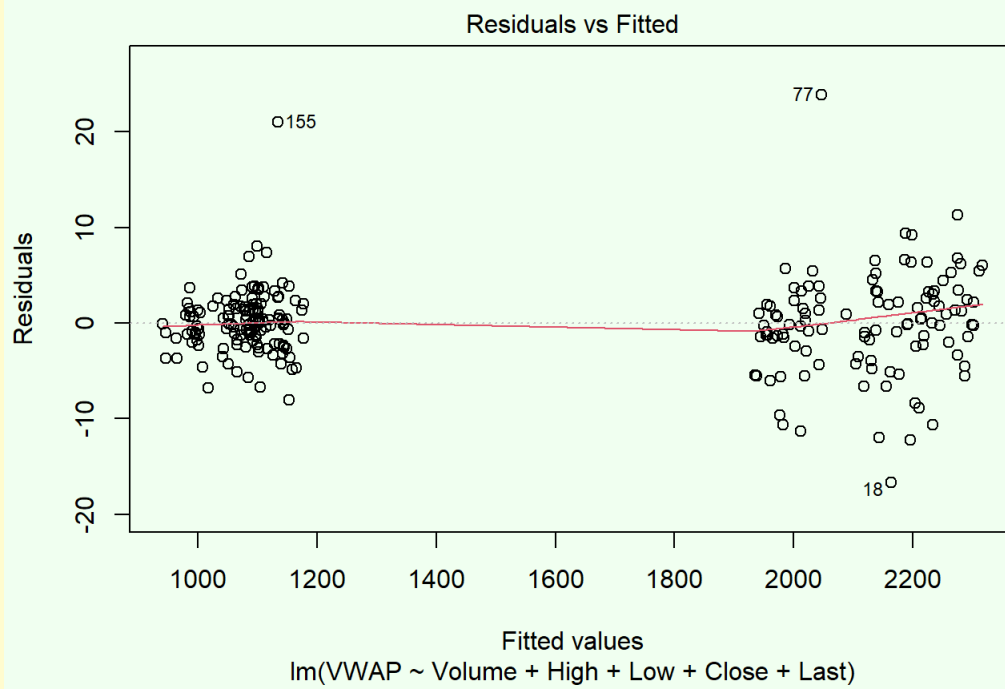
İlk öncelikle modelimiz için şüpheli outlier varsayımlarımıza bakalım;

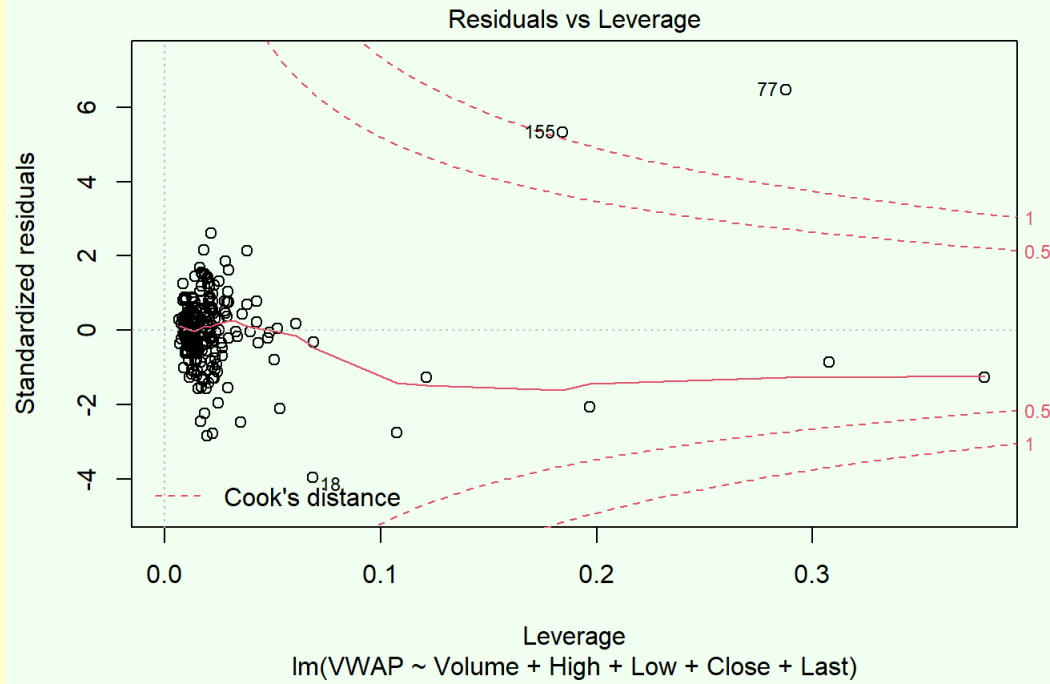
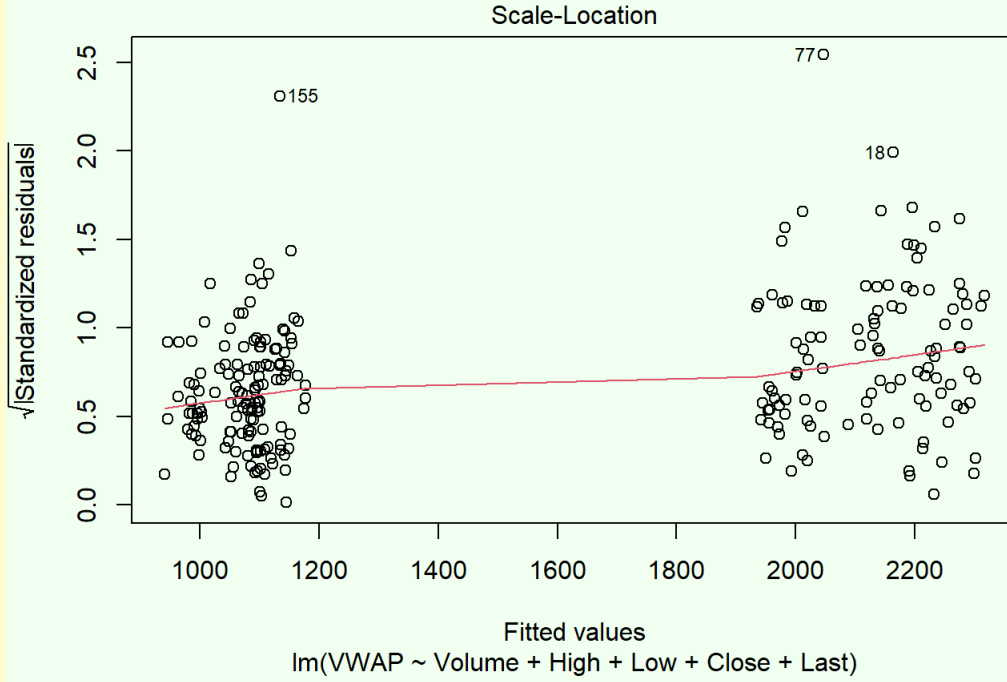
```
ols_plot_resid_stud_fit(model1)
```



Cizdirdiğimiz grafikte kırmızı olan gözlemler şüpheli outlier değerlerimizdir. Bu grafik sadece varsayım yapmaktadır bu nedenle öncelikle `library(faraway)` ile plot çizdirerek modelimizde outlier şüphesi olan gözlemlerine bakalım;

```
library(faraway)
op = par(bg = "honeydew")
plot(model1)
```





1.Grafik için ; Artıklara karşı çizdiğimiz grafiğe baktığımızda varyansların homojen olmadığı görülmektedir.Outlier şüphesi olan gözlemlerimiz 18,77 ve 155. gözlem çıkmıştır.

2.Grafik için; Normal Q-Q Plot Grafiğimize baktığımızda verimiz Q-Q Plot çizgisi üzerinde olmadığından normal dağılım varsayımının sağlanmadığı görülmektedir.Outlier şüphesi olan gözlemlerimiz 18,77 ve 155. gözlem çıkmıştır.

3.Grafik için; Standartlaştırılmış artıkların karekokuna karşı çizdiğimiz grafiğe baktığımızda varyansların homojen olmadığı görülmektedir.Outlier şüphesi olan gözlemlerimiz 18,77 ve 155. gözlem çıkmıştır.

4.Grafik için; Cook's Distance'a göre grafikte çıkan değerler yani 18,77 ve 155. gözlemlere outlier şüphesiyle yaklaşılar.

Bu grafiklere baktığımızda 18,77 ve 155. gözlemleri muhtemelen sorunlu olarak tanımlayabiliriz.

Hangi durumları temsil ettiğini görmek için bu gözlemlere bakalım;

```
NSTS[c(8, 77, 155), ]
```

```
##           Date Symbol Series Prev.Close   Open    High    Low    Last   Close
## 8    2015-01-12  INFY      EQ    2074.45 2092.0 2119.20 2075.00 2112.95 2115.95
## 77   2015-04-24  INFY      EQ    2122.00 2135.9 2150.20 1980.00 1993.00 1995.20
## 155  2015-08-13  INFY      EQ    1144.40 1147.0 1166.85 1055.55 1155.35 1158.00
##           VWAP      Volume      Turnover Trades Deliverable.Volume X.Deliverable
## 8    2099.40  3189722 6.696516e+14 107209          1818800          0.5702
## 77   2070.28 10891363 2.254814e+15 317809          4101422          0.3766
## 155  1155.49  4893980 5.654928e+14 128074          3469113          0.7089
```

Modelimiz icin standartlastirilmis artiklarimiza bakacak olursak;

```
stud <- rstudent(model1)
head(stud,10)
```

```
##           1           2           3           4           5           6           7
## 0.1919764 0.5345281 0.8386665 -0.2134322 0.4107688 0.1606421 -1.2606563
##           8           9          10
## -0.9852964 0.2042155 -1.5290932
```

Standartlastirilmis artiklarimizin mutlakca en buyugune bakmaliyiz.

```
stud[which.max(abs(stud))]
```

```
##           77
## 7.088158
```

En buyuk standartlastirilmis artik (rstudent) degerim 77. gozlem olup degeri mutlakca 7.088158 dir. Fakat aykiri gozlem midir ?

Benferonni duzeltmesi yaparsak; Simdi cut point belirlemeliyiz.

cut point degeri alfa/2n dir. rstudentler (n-p-1) serbestlik dereceli t-dagilimina sahiptir. (p:degisken sayisi +1 , n : gozlem sayisi)

```
qt(0.05/(length(stud)*2) , (length(NSTSS$VWAP)-6-1)) # (alfa/2n) , (n-p-1)
```

```
## [1] -3.774908
```

Burada en buyuk standartlastirilmis mutlak artik degerini 7.088158 olarak bulmustuk. (|7.088158| > |-3.774908|) oldugundan 77 inci gozlem bizim icin outlierdir.

Bunu hazır kod ile yaptigimizda;

```
library(car)
outlierTest(model1)
```

```
##           rstudent unadjusted p-value Bonferroni p
## 77    7.088158          1.4939e-11    3.7050e-09
## 155    5.658987          4.3065e-08    1.0680e-05
## 18   -4.085940          5.9806e-05    1.4832e-02
```

En buyuk aykiri deger 77. gozleme ait olmakla beraber diger outlier degerler ise 155,18 gozlemlere aittir. Veri setimizde aykiri gozlemler mevcuttur.

Varsayımlar gercekleşmediginde (hatalar normal dağılmadığında)ve aykiri gozlemler oldugunda ROBUST REGRESYON yontemi kullanilabilir.

ROBUST REGRESYON

Tum regresyon varsayımlari gecerli oldugunda , dogrusal regresyon icin normal EKK tahminleri en uygundur.Bu varsayımlardan bazilari gacersiz oldugunda , EKK regresyonu kotu performans gosterebilir.

Aykiri gozlemler regresyon dogrusunu kendine gore kendine dogru ceker.Bu sekilde parametre tahminlerini olmasi gerektiği yerden cok uzaga tasiyabilir.Model uzerinde etkileri diger gozlemlerden daha fazla olur.Bu durum bizim model tahmin performansimizi dusurur.Bu durumda robust regresyon kullanilir.

Bu gozlemlerin model uzerinde etkisini dusunerek agirliklandirma yapiyoruz.

Birden cok aykiri gozlem varsa modele bundan etkilenebiliyor(maskeleme-swamping).Bu sekilde kurulan modelde yanlis olmus oluyor ve bu modelin artiklari uzerinden yorum yapmak da cok dogru olmuyor.

Aykiri gozlem calismasi yapilacaksa Robust Regresyon Modeli kurup bu regresyon modelinin artiklari uzerinden konusmak daha dogru olacaktir.

Robust Regresyon iteratif yeniden agirlikli En Kucuk Kareler (IRLS) ile yapilir.Robust Regresyon calistirma komutu MASS paketinde rlm'dir.IRLS icin kullanilabilecek cesitli agirlik fonksiyonlari vardir.

Siradan EKK regresyonu ve robust regresyonun sonuclarini karsilastirirken sonuclar cok farkliysa Robust Regresyondan gelen sonuclar kullanilir.Buyuk farkliliklar, model parametrelerinin aykiri degerlerden buyuk oranda etkilendigini gostermektedir.Farkli agirliklandirmalarin avantajlari ve dezavantajlari vardir.Huber agirliklari siddetli aykiri degerlerde zorluklar yasayabilir ve bisquare agirliklar yakinsamada zorluk yasayabilir veya birden fazla cozum verebilir.

Robust Regresyon modelimizi kuralim.

```
library(MASS)
hubermod <- rlm(VWAP~Volume+
               High+
               Low+
               Close+
               Last ,data=NSTS)
summary(hubermod)
```

```
##
## Call: rlm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = NSTS)
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -13.8433  -1.9768  -0.1577   1.9707  30.9003
##
## Coefficients:
##              Value   Std. Error t value
## (Intercept)  1.2445    0.9934     1.2527
## Volume       0.0000    0.0000    -0.1708
## High         0.3197    0.0168    19.0533
## Low          0.2953    0.0180    16.4445
## Close        0.5346    0.0637     8.3969
## Last        -0.1507    0.0645    -2.3361
##
## Residual standard error: 2.932 on 242 degrees of freedom
```

Huber agirliklari kullanarak kurdugumuz Robust Regresyon Modelimizin Residual standard error u 2.932 cikmistir. EKK modelimizde Residual standard error u 4.374 cikmisti.

Ik Regresyon Modelinin katsayilarini yan yana gosterelim;

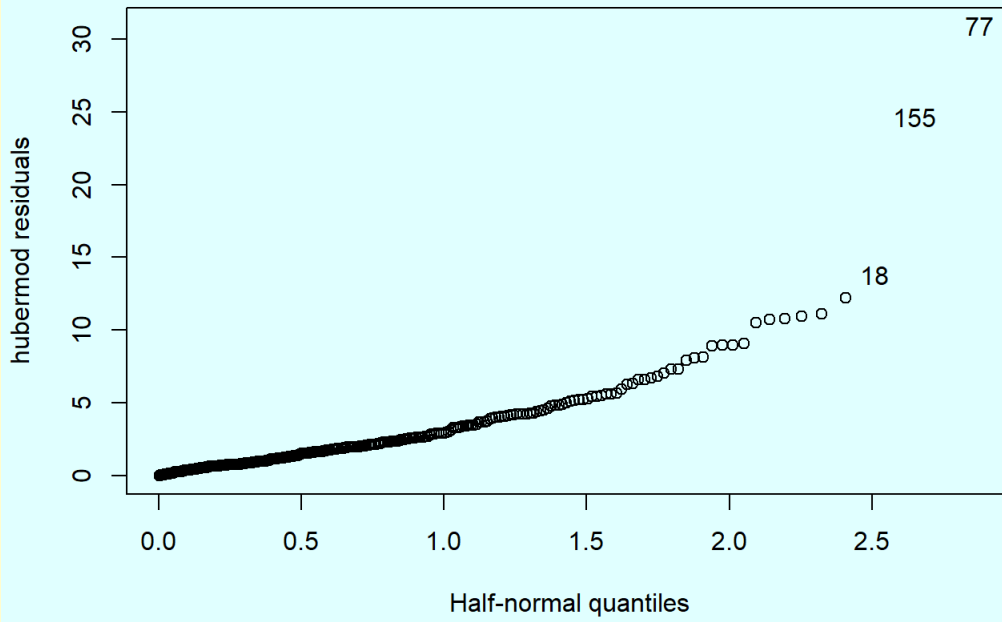
```
cbind(coef(model1),coef(hubermod))
```

```
##              [,1]      [,2]
## (Intercept) 1.982865e+00 1.244466e+00
## Volume      -1.504960e-07 -2.638095e-08
## High         3.824208e-01 3.196917e-01
## Low          2.516521e-01 2.953356e-01
## Close        5.419047e-01 5.346286e-01
## Last        -1.784653e-01 -1.507446e-01
```

Ik modelin ciktilari arasinda gozle gorulur degisimler vardir.

Simdi Robust Regresyon icin standart artiklari inceleyelim;

```
op = par(bg = "lightcyan1")
halfnorm(residuals(hubermod),3,ylab = "hubermod residuals")
```



Robust regresyonun ham artiklari 18,155 ve 77. gozlemler olarak cikmistir.

```
stud <- rstudent(hubermod) #robust regresyonunun standart artiklari
stud[which.max(abs(stud))]
```

```
##      77
## 7.978232
```

En buyuk standartlastirilmis artik (rstudent) degerim 77. gozlem olup degeri mutlakca 7.088158 dir.Fakat aykiri gozlem midir ?

Bonferonni duzeltmesi yaparsak;

```
#alfa 0.05
qt(.05/(length(stud)*2),length(NSTS$VWAP)-6-1) #p=bagimsiz degisken sayisi+1
```

```
## [1] -3.774908
```

Burada en buyuk standartlastirilmis mutlak artik degerini 7.088158 olarak bulmustuk. ($|7.088158| > |-3.774908|$) oldugundan 77 inci gozlem bizim icin outlierdir.

Diger outlier degerler;

```
outlierTest(hubermod)
```

```
##      rstudent unadjusted p-value Bonferroni p
## 77  7.978232      6.006e-14  1.4895e-11
## 155 5.999103      7.222e-09  1.7911e-06
```

En buyuk aykiri deger 77. gozleme ait olmakla beraber diger outlier deger ise 155. gozleme aittir. 18. gozlemimiz outlier olmaktan cikmistir Swamping olmustur. Swamping: Outlier yuzunden aslinda outlier olmayan bir gozlemin outliermis gibi gozukmesidir.

Simdi de Bisquare agirlilandirmasini kullanarak Regresyon Modelimizi kuralim;

```
bisquaremod <- rlm(VWAP~Volume+
  High+
  Low+
  Close+
  Last ,data=NSTS,psi=psi.bisquare)
summary(bisquaremod)
```

```
##
## Call: rlm(formula = VWAP ~ Volume + High + Low + Close + Last, data = NSTS,
##      psi = psi.bisquare)
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -12.8321  -2.0340  -0.2203   2.0211  33.0963
##
## Coefficients:
##              Value Std. Error t value
## (Intercept)  0.9308  0.9735     0.9561
## Volume       0.0000  0.0000     0.2861
## High         0.2988  0.0164    18.1711
## Low          0.3092  0.0176    17.5705
## Close        0.5274  0.0624     8.4533
## Last        -0.1361  0.0632    -2.1521
##
## Residual standard error: 3 on 242 degrees of freedom
```

Bisquare ağırlıkları kullanarak kurdüğümüz Robust Regresyon Modelimizin Residual standard error u 3 çıkmıştır. Huber ağırlıkları kullanarak kurdüğümüz Robust Regresyon Modelimizin Residual standard error u 2.932 çıkmıştır. EKK modelimizde Residual standard error u 4.374 çıkmıştır.

Huber ağırlıkları kullanarak kurdüğümüz Robust Regresyon Modelimizin Residual standard erroru daha iyi çıkmıştır.

Şimdi tekrardan ağırlıklara bakalım;

```
biweights <- data.frame(state= NSTS$Date, resid = bisquaremod$resid, weight = bisquaremod$w)
biweights2 <- biweights[order(bisquaremod$w), ]
biweights2[1:10, ]
```

```
##      state      resid      weight
## 77 2015-04-24 33.096310 0.00000000
## 155 2015-08-13 25.793464 0.00000000
## 18 2015-01-27 -12.832060 0.02769650
## 36 2015-02-23 12.635239 0.03687967
## 48 2015-03-11 11.636897 0.09904561
## 82 2015-05-04 -10.747578 0.17252706
## 71 2015-04-16 -10.701817 0.17663408
## 73 2015-04-20 -10.330710 0.21137892
## 100 2015-05-28 -10.105700 0.23333548
## 162 2015-08-24 9.199964 0.32676852
```

İlk sütun Robust Regresyon Modelinin artıklarını gösterir. Resid ler ne kadar büyükse ona karşılık gelen weight değeri de o kadar küçük olmaktadır.

İki modelin residual standart error'lerine bakıldığı zaman Huber yöntemi daha küçük residual standart error (2.932) değerine sahiptir.