1. ***Generación de números y variables aleatorias***. Describir el método Monty Python para la distribución normal y compararlo con otros métodos para la generación de valores de la normal.

El método Monty Python

Dada una densidad decreciente f en 0 < x, el primer paso es elegir una base *b*, y luego dibujar un rectángulo de área 1, por lo que la altura es 1/*b*. La idea es adivinar una *b* para la cual la "tapa", la región por encima del rectángulo, parece ser una versión invertida de la esquina noreste del rectángulo.

Con $\boxed{f(x) = 2e^{-(1/2)x^2}/\sqrt{2\pi} \text{ and } b = 2.29}$ queda una imagen como la de la figura 2:

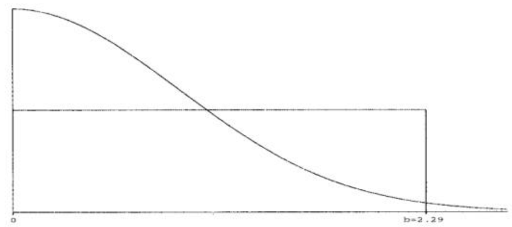
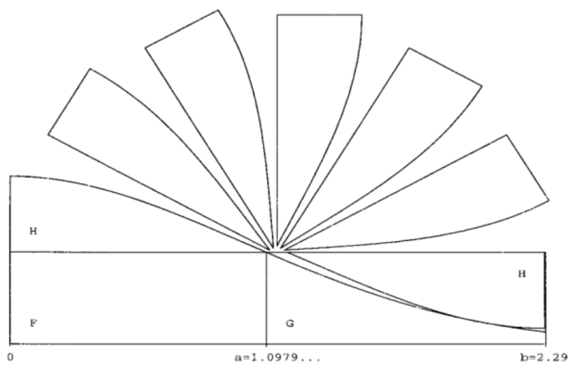


Fig. 2. The basic rectangle for applying the Monty Python method.

La coordenada x de un punto elegido uniformemente bajo f tendrá densidad f, pero por supuesto es difícil elegir un punto uniformemente bajo f de forma directa. Pero es fácil elegir (x, y) uniformemente a partir de un rectángulo, y la idea del método de Monty Python es elegir el rectángulo de forma que el área bajo f se pueda plegar limpiamente en él, y de tal forma que la variante resultante se pueda proporcionar rápidamente mediante unas cuantas pruebas sencillas sobre la magnitud.

Consideramos dos maneras de cortar y doblar f en un rectángulo: primero, cortando la tapa y poniéndola directamente en la esquina superior derecha, lo que lleva al método más simple pero no el más eficiente, o segundo, estirando la tapa para que encaje mejor en la esquina superior derecha del rectángulo. En ambos casos, estamos cortando f en trozos y volviéndolos a ensamblar en un rectángulo. Las transformaciones conservan el área y, salvo en la región de la cola estrecha, son lo suficientemente sencillas como para que la variante requerida sea una función simple de la coordenada x del punto aleatorio (x, y).

Para el método más sencillo, basta con girar y deslizar la "tapa" de la densidad hacia la esquina superior derecha del rectángulo, como en la figura 3.



Entonces para $x < a$ devuelve x; para (x, y) en ***G***, devuelve x; para (x, y) en ***H***, devuelve $b - x$. Por supuesto no podemos doblar completamente el área bajo f en el rectángulo: la cola sigue colgando. Pero el área de la cola es exactamente lo que nos queda para rellenar el rectángulo. Así que si nuestro punto aleatorio en el rectángulo cae en ese estrecho espacio entre f y g, simplemente devolvemos una variante de la cola normal mediante el método de Marsaglia o el método de la cola general de Marsaglia y Tsang.

La elección de b no es crítica, pero requiere cuidado. Si b es demasiado grande, entonces la girada y desplazada intersecará la curva inferior. Si b es pequeño, hay Si b es pequeño, hay mucho espacio para la tapa, pero entonces el método de la cola se requiere con demasiada frecuencia.

La elección b = 2,29 es casi la máxima posible, a menos que no sólo se rote, sino que se estire, la tapa para que se ajuste exactamente de a a b. La densidad de la tapa es f(x) - 1/b , 0 < x< a. Para estirarla, dejamos que x = st, siendo s el factor de estiramiento, s = a/(b - a). Entonces la densidad de t es s[f(st) - 1/b], y la tapa girada y estirada conduce a la función de prueba g(x) = 1/b - s[f(s(b - x)) - 1/b].

Al estirar y girar el tapón alrededor del punto (a, 1/b) proporciona una figura como la de la figura 4, (con cada tapa sucesiva estirada por un factor de $s^{1/6}$):

Ahora tenemos las regiones F, G, y (estirada) H de las cuales la se proporciona fácilmente, ya sea x o s(b - x). La región de la cola se La región de la cola se encuentra con una probabilidad de alrededor de 0,012, en comparación con 0,022 para la tapa no estirada con b 5 2,29. La elección de b = $\sqrt{2\pi}$ para el tapón estirado no es crítica. Cualquier valor entre 2,506 y 2,5074 sirve, pero b = $\sqrt{2\pi}$ y el resultante a = $\sqrt{ln4}$ son opciones fácilmente identificables con una precisión ilimitada.

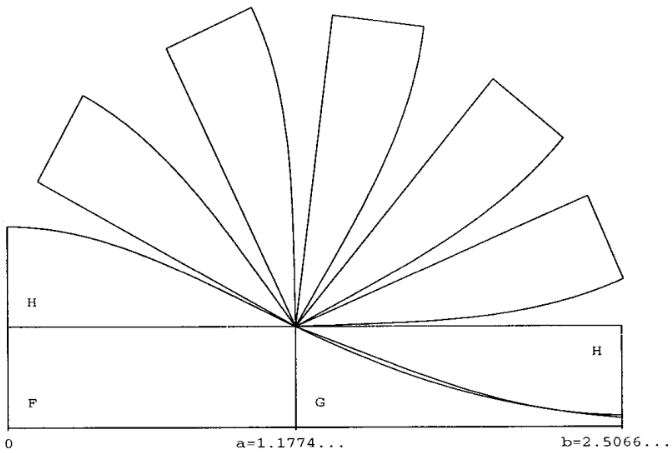


Fig. 4. Rotating and stretching the cap.

Fuente:

https://dl.acm.org/doi/pdf/10.1145/292395.292453

Otras fuentes no usadas pero útiles:

https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6412133?casa_token=hr3diaiB-o4AAAAA:dOgBDUWr0MJm8zkq3XJwdLlHIibHPpj5I4sfewXs5Q4J8l_w2RfQZXw-JcR-ita82ywZzGO6kg