Divide and Conquer: Quicksort

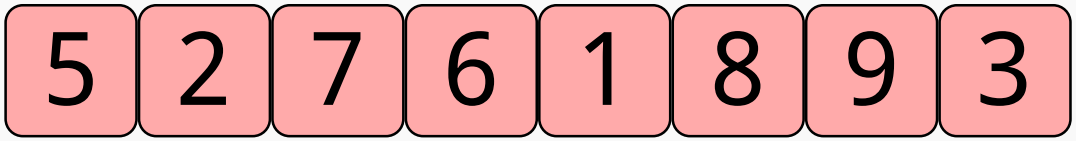
Tim Olimpiade Komputer Indonesia

Pengenalan

- Selain *Merge Sort*, ada algoritma pengurutan yang bekerja dalam $O(N \log N)$, salah satunya *Quicksort*.
- *Quicksort* menggunakan prinsip *Divide and Conquer* dalam pengurutan.

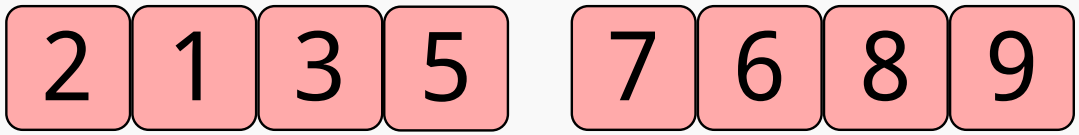
Konsep

- Misalkan kita hendak mengurutkan *array* bilangan secara menaik.
- Pilih salah satu elemen, misalnya 5.



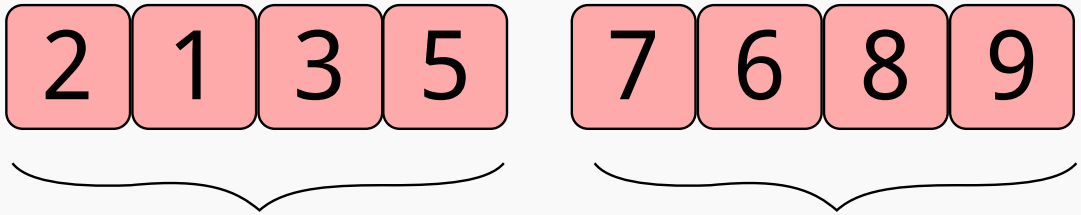
Konsep (lanj.)

- Tempatkan seluruh elemen yang ≤ 5 di bagian kiri *array*, dan yang > 5 di bagian kanan.
- Urutannya elemen setelah pemindahan tidak penting.



Konsep (lanj.)

- Lakukan *Quicksort* serupa untuk bagian kiri dan kanan secara rekursif.
- Suatu ketika, seluruh *array* menjadi terurut.



Konsep (lanj.)

Jika dikaitkan dengan *Divide and Conquer*:

- *Divide*: partisi *array* menjadi dua seperti yang dijelaskan sebelumnya.
- *Conquer*: ketika *array* tinggal satu elemen, berarti sudah terurut.
- *Combine*: tempelkan hasil *Quicksort* bagian kiri dan kanan.

Partisi

- Bagian utama dari *Quicksort* adalah proses partisi (bagian *divide*).
- Sebelum melakukan partisi, pilih suatu elemen yang akan dijadikan *pivot* (=pijakan).
- Nantinya, akan dilakukan partisi supaya seluruh elemen yang $\leq$ *pivot* berada di bagian kiri, dan yang $>$ *pivot* di bagian kanan.
- Untuk saat ini, kita akan menggunakan elemen di tengah *array pivot*.

Partisi (lanj.)

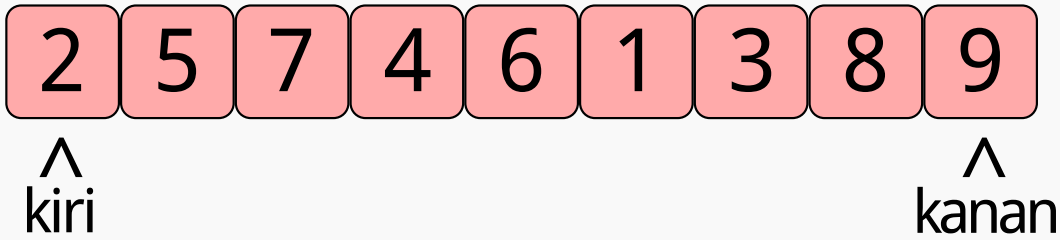
- Kini sudah ditentukan nilai *pivot*, bagaimana cara mempartisi *array*?
- Kita dapat menggunakan sebuah perulangan $O(N)$ untuk menampung hasil partisi di suatu *array* sementara, lalu menempatkan kembali hasil partisi ke *array* sebenarnya.
- Namun cara ini agak merepotkan, kita perlu membuat *array* sementara dan memindahkan isi *array*.

Partisi Hoare

- Ada beberapa algoritma untuk melakukan partisi secara *in place*, yaitu tanpa *array* sementara.
- Kita akan menggunakan salah satunya, yaitu algoritma partisi **Hoare**.

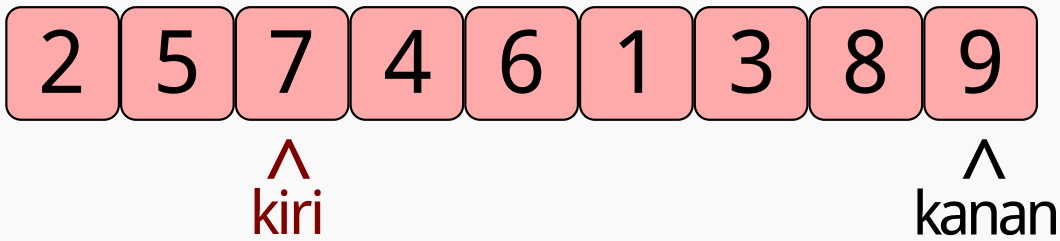
Partisi Hoare (lanj.)

Misalkan *pivot* $= 5$.
Mulai dengan dua variabel penunjuk, *kiri* dan *kanan* di ujung-ujung *array*.



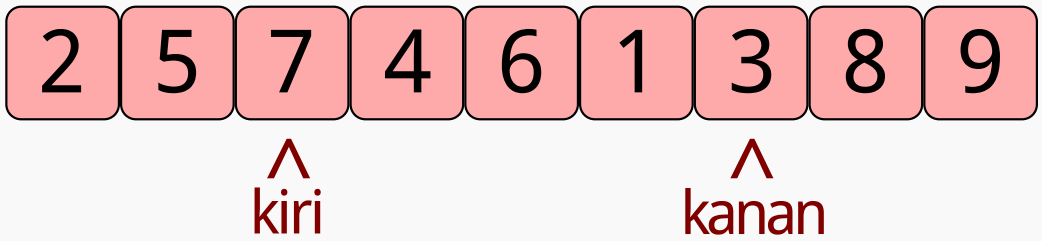
Partisi Hoare (lanj.)

Gerakkan variabel *kiri* ke arah kanan, sampai elemen yang ditunjuk tidak $<$ *pivot*



Partisi Hoare (lanj.)

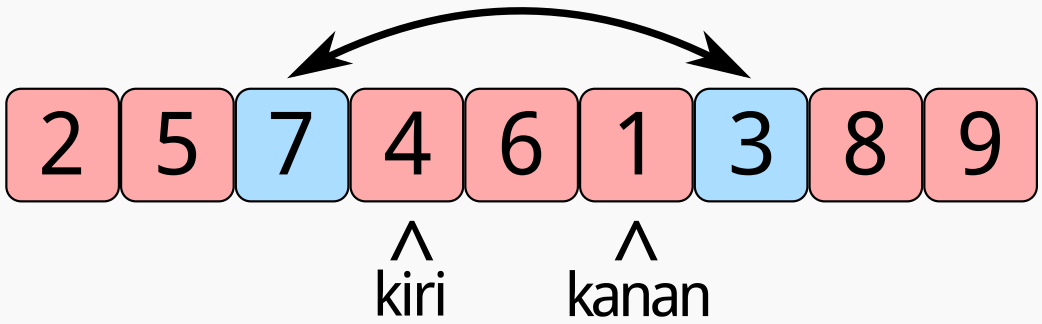
Gerakkan variabel *kanan* ke arah kiri, sampai elemen yang ditunjuk tidak $>$ *pivot*



Partisi Hoare (lanj.)

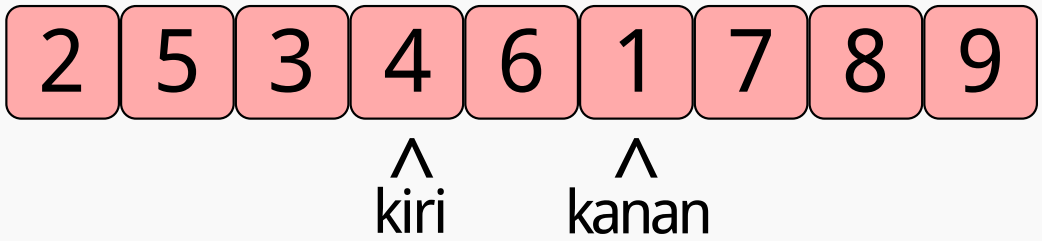
Tukar elemen yang ditunjuk *kiri* dan *kanan*, lalu gerakkan:

- *kiri* ke kanan satu langkah
- *kanan* ke kiri satu langkah



Partisi Hoare (lanj.)

Karena *kiri* $\leq$ *kanan*, artinya partisi belum selesai.
Kita akan mengulangi hal yang serupa.



Partisi Hoare (lanj.)

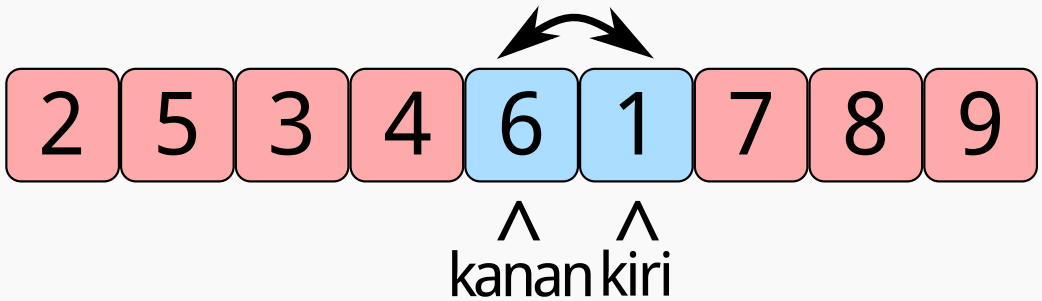
Gerakkan variabel *kiri*.

Partisi Hoare (lanj.)

Gerakkan variabel *kanan*.
Kebetulan, elemen yang ditunjuk sudah tidak $>$ *pivot*.

Partisi Hoare (lanj.)

Tukar dan gerakkan variabel *kiri* dan *kanan* satu langkah.

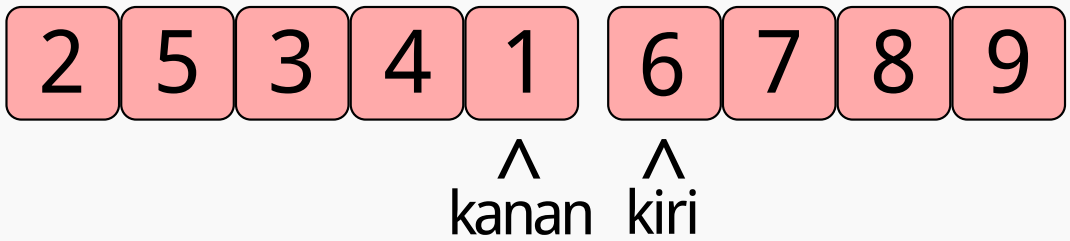


Partisi Hoare (lanj.)

Kini sudah tidak *kiri* $\leq$ *kanan*, artinya partisi selesai.

Partisi Hoare (lanj.)

Perhatikan bahwa seluruh elemen yang $\leq$ *pivot* berada di kiri, dan sisanya di kanan.



Implementasi Partisi Hoare

```
PARTITION(arr[], left, right, pivot)
 1  pLeft = left
 2  pRight = right
 3  while pLeft ≤ pRight
 4        while arr[pLeft] < pivot
 5              pLeft = pLeft + 1
 6        while arr[pRight] > pivot
 7              pRight = pRight − 1
 8        if pLeft ≤ pRight
 9              swap(arr[pLeft], arr[pRight])
10              pLeft = pLeft + 1
11              pRight = pRight − 1
```

Analisis Algoritma Partisi Hoare

- Terdapat dua variabel penunjuk, yang setiap langkahnya selalu bergerak ke satu arah tanpa pernah mundur.
- Algoritma berhenti ketika variabel *kiri* dan *kanan* bertemu.
- Artinya, setiap elemen *array* dikunjungi tepat satu kali.
- Kompleksitasnya adalah $O(N)$.

Integrasi ke Quicksort

Setelah kita mengimplementasikan algoritma partisi, mengintegrasikan ke *Quicksort* cukup mudah.

```
QUICKSORT(arr[], left, right)
1   if left ≥ right
2       // Tidak ada elemen yang perlu diurutkan
3   else
4       pivot = arr[(left + right) div 2]

5       // ... sisipkan isi algoritma Hoare di sini ...
6       // Sampai saat ini, dipastikan pRight < pLeft

7       QUICKSORT(left, pRight)
8       QUICKSORT(pLeft, right)
```

Analisis Algoritma Quicksort

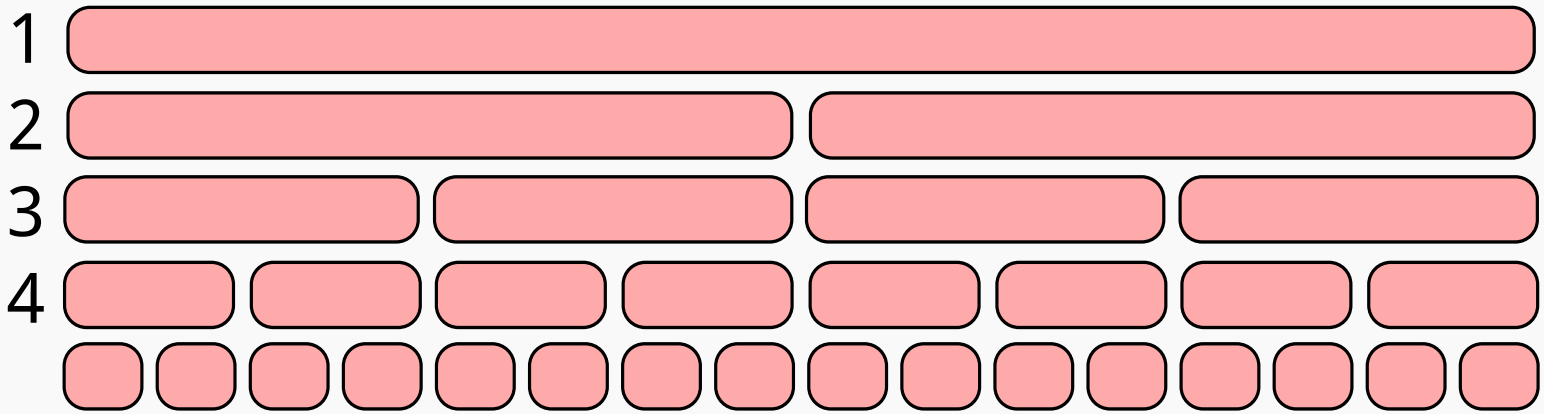
- Pada setiap kedalaman rekursif, *array* hasil partisi belum tentu memiliki ukuran yang sama.
- Hasil partisi bergantung pada nilai pivot yang kita pilih.
- Kita anggap dulu hasil partisi selalu membelah *array* menjadi dua *subarray* sama besar.

Analisis Algoritma Quicksort (lanj.)

- Ternyata kejadiannya menjadi seperti *Merge Sort*.
- Kompleksitasnya adalah $O(N \log N)$

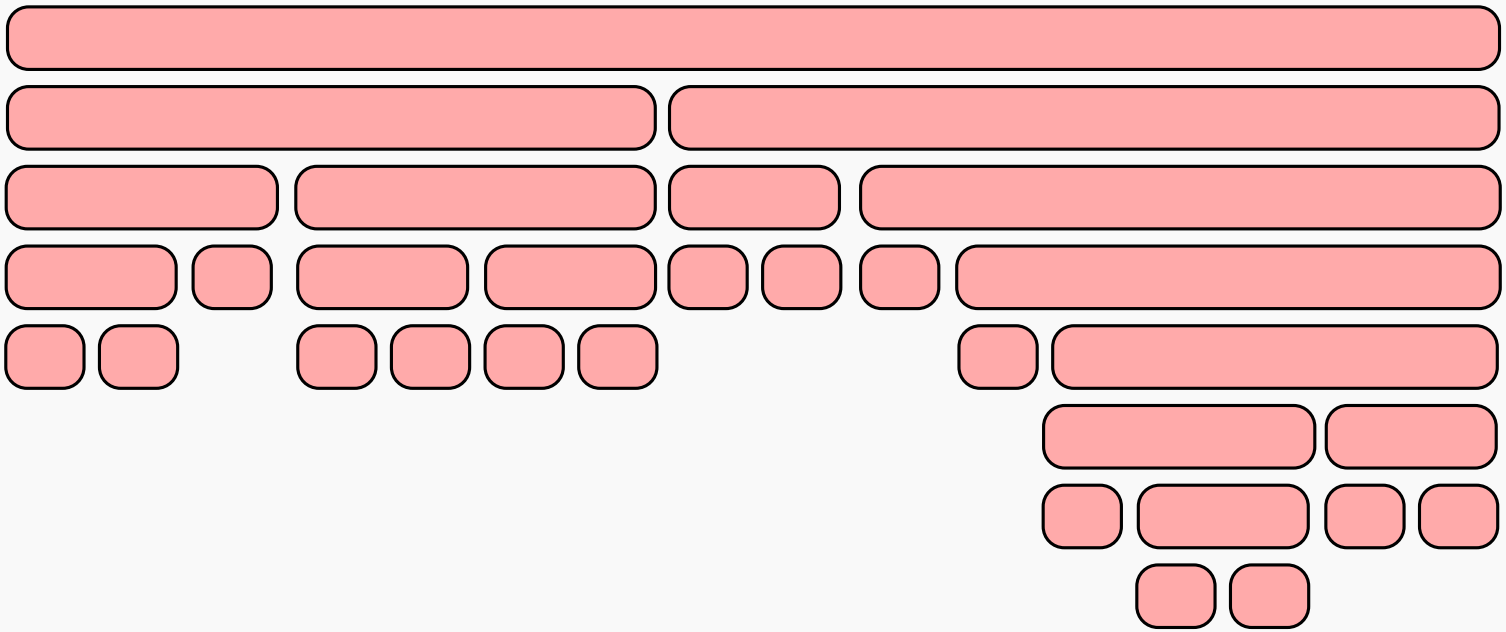
Analisis Algoritma Quicksort: Best Case

- Pembelahan menjadi dua *subarray* sama besar menjamin kedalaman rekursif sedangkal mungkin.
- Sehingga untuk kasus terbaik, jalannya algoritma menjadi seperti *Merge Sort* dan bekerja dalam $O(N \log N)$.



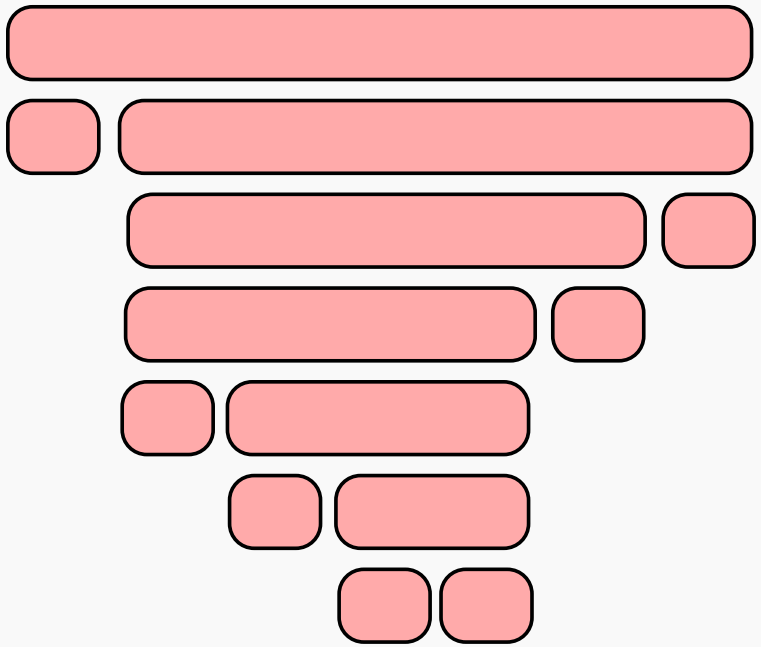
Analisis Algoritma Quicksort: Average Case

- Pada kebanyakan kasus, ukuran hasil partisi berbeda.
- Secara rata-rata kompleksitasnya masih dapat dianggap $O(N \log N)$.



Analisis Algoritma Quicksort: Worst Case

- Kasus paling buruk, ukuran hasil partisi sangat timpang.
- Akibatnya, kedalaman rekursif mendekati N.
- Kompleksitasnya menjadi $O(N^2)$.



Analisis Algoritma Quicksort (lanj.)

- Tidak perlu khawatir, peluang terjadinya kasus terburuk sangat-sangat-amat-lah kecil.
- Artinya, dijamin 99,9999% bahwa *Quicksort* akan berjalan dengan sangat cepat.

Pemilihan Pivot

Terdapat beberapa strategi pemilihan *pivot* untuk mencegah hasil partisi yang terlalu timpang:

- Pilih salah satu elemen secara acak, ketimbang selalu memilih elemen di tengah.
- Pilih median dari elemen paling depan, tengah, dan paling belakang.

Cara pertama umum digunakan pada kontes pemrograman rutin seperti Codeforces.

Stable Sort

- *Quicksort* memiliki sifat tidak *stable*.
- Artinya jika dua elemen a_1 dan a_2:
  - memiliki yang nilai sama
  - sebelum diurutkan a_1 terletak sebelum a_2

  maka setelah diurutkan tidak dijamin a_1 tetap terletak sebelum a_2.

Penutup

- Terdapat jiwa *Divide and Conquer* pada algoritma *Quicksort*.
- Kita telah mempelajari algoritma pengurutan yang efisien lainnya.