Dokumentasi Tugas 1 Logika Komputasional

Immanuel Rhesa

1106087534 – Victoria Anugrah Lestari

# 1. Cara kerja MiniSat dan SAT Solver pada umumnya

# 2. Problem yang diangkat untuk dipecahkan dengan MiniSat

## 2.1 Map Coloring Problem

Map Coloring Problem adalah permasalahan mewarnai peta di mana daerah yang berbatasan tidak boleh diwarnai dengan warna yang sama. Map Coloring Problem biasa diangkat sebagai contoh dalam materi Constraint Satisfaction Problem (CSP). Akan tetapi, Map Coloring Problem juga dapat diterjemahkan menjadi suatu Boolean Satisfiability Problem sehingga dapat dipecahkan dengan MiniSat.

### 2.1.1 Four Color Theorem

Four Color Theorem menyebutkan bahwa “pada suatu bidang planar yang dipisah-pisahkan sehingga menghasilkan sebuah peta, tidak lebih dari empat warna dibutuhkan untuk mewarnai daerah-daerah pada peta sehingga dua daerah yang bersebelahan tidak berwarna sama.” Syaratnya, sebuah daerah haruslah *contiguous* (tidak boleh terpisah).

### 2.1.2 Encoding Warna

Berdasarkan Four Color Theorem, peta yang dihasilkan pada program oleh user diasumsikan cukup diwarnai menggunakan empat warna saja. Untuk memudahkan proses penyelesaian permasalahan, setiap warna direpresentasikan oleh 2 bit, dengan kemungkinan nilai 0 (false) dan 1 (true):

* 00 – merah
* 01 – kuning
* 10 – hijau
* 11 – biru

### 2.1.3 Representasi Permasalahan

Setiap daerah diberikan 2 buah variabel dan dengan:

* adalah nomor daerah
* adalah bit ke-0 daerah
* adalah bit ke-1 daerah

Daerah yang saling terhubung diilustrasikan oleh sebuah *constraint graph*. Contohnya adalah gambar berikut:

1

2

3

**Gambar 1. Daerah (kiri) dan constraint graph yang berpadanan (kanan)**

Pada contoh di atas, ketiga daerah tidak boleh memiliki warna yang sama. Maka salah satu solusi yang mungkin adalah 1 – merah, 2 – kuning, 3 – biru.

Representasi bitnya adalah , , , , , .

Encoding untuk permasalahan di atas adalah:

|  |
| --- |
|  |

Dengan kata lain, tidak boleh ada kasus di mana dan , serta dan , serta dan .

# 3. Rumusan solusi dari problem yang diangkat, menggunakan notasi/ bahasa MiniSat

## 3.1 Bentuk CNF

Untuk menyederhanakan bentuk encoding yang diperoleh pada nomor sebelumnya, diambil sebuah *case* dimana daerah pertama tidak boleh memiliki warna yang sama dengan daerah ketiga yaitu

|  |
| --- |
|  |

Langkah penyederhanaannya adalah sebagai berikut :

1. Hukum De Morgan

|  |
| --- |
|  |

1. Aturan Distribusi

|  |
| --- |
|  |

Sehingga diperoleh bentuk sederhana seperti berikut

|  |
| --- |
|  |

Dengan encoding yang diperoleh pada nomor sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa berapapun banyaknya daerah yang berada pada constraint graph, kalimat logika yang dihasilkan tetap mengikuti pola yang sama. Bentuk kalimat logika untuk seluruh *case* di atas dapat diubah ke bentuk *conjunctive normal form* (CNF) berikut:

|  |
| --- |
|  |

Apabila dirumuskan dengan notasi MiniSat, maka representasinya menjadi:

|  |
| --- |
| p cnf 6 12  -10 -20 -11 -21 0  -10 -20 11 21 0  10 20 -11 -21 0  10 20 11 21 0  -10 -30 -11 -31 0  -10 -30 11 31 0  10 30 -11 -31 0  10 30 11 31 0  -30 -20 -31 -21 0  -30 -20 31 21 0  30 20 -31 -21 0  30 20 31 21 0 |

Jumlah variabel adalah 6 dan jumlah klausa adalah 12.

## 3.2 Generalisasi masalah

Diberikan suatu *graph* g, konjungsi klausa c merepresentasikan setiap *edge* e yang terdapat pada *graph* g. *Edge* e menghubungkan 2 buah daerah. Untuk setiap daerah i dan j yang terhubung dalam e, konjungsi klausa c akan berbentuk:

|  |
| --- |
|  |

Untuk setiap tambahan daerah yang terhubung (ada di edge), cukup menambahkan sebuah konjungsi klausa c.

# 4. Contoh eksekusi dan outputnya

Program yang dibuat dalam bahasa Java menggunakan library sat4j yang menerapkan algoritma MiniSat ke bahasa Java.

# Referensi

<http://minisat.se/downloads/escar05.pdf>

<http://minisat.se/downloads/synth_in_sat.pdf>

<http://cacm.acm.org/magazines/2009/8/34498-boolean-satisfiability-from-theoretical-hardness-to-practical-success/fulltext>

<http://mathworld.wolfram.com/Four-ColorTheorem.html>

<http://www.c3.lanl.gov/mega-math/gloss/math/4ct.html>