Logout 4 Last Checkpoint: a day ago (autosaved)

Menu

Python 3

- File
  - New Notebook
    - Python 3
    - Python 2
  - Open...
  - Make a Copy...
  - Rename...
  - Save and Checkpoint
  - Revert to Checkpoint
    - Tuesday, February 28, 2017 2:22 PM
  - Print Preview
  - Download as
    - Notebook (.ipynb)
    - Python (.py)
    - HTML (.html)
    - Markdown (.md)
    - reST (.rst)
    - PDF via LaTeX (.pdf)
  - Trusted Notebook
  - Close and Halt
- Edit
  - Cut Cells
  - Copy Cells
  - Paste Cells Above
  - Paste Cells Below
  - Paste Cells & Replace
  - Delete Cells
  - Undo Delete Cells
  - Split Cell
  - Merge Cell Above
  - Merge Cell Below
  - Move Cell Up
  - Move Cell Down
  - Edit Notebook Metadata
  - Find and Replace
- View
  - Toggle Header
  - Toggle Toolbar
  - Cell Toolbar
    - None
    - Edit Metadata
    - Raw Cell Format
    - Slideshow
- Insert
  - Insert Cell Above
  - Insert Cell Below
- Cell
  - Run Cells
  - Run Cells and Select Below
  - Run Cells and Insert Below
  - Run All
  - Run All Above
  - Run All Below
  - Cell Type
    - Code
    - Markdown
    - Raw NBConvert
  - Current Outputs
    - Toggle
    - Toggle Scrolling
    - Clear
  - All Output
    - Toggle
    - Toggle Scrolling
    - Clear
- Kernel
  - Interrupt
  - Restart
  - Restart & Clear Output
  - Restart & Run All
  - Reconnect
  - Change kernel
    - Python 2
    - Python 3
- Help
  - User Interface Tour
  - Keyboard Shortcuts
  - Notebook Help
  - Markdown
  - Python
  - IPython
  - NumPy
  - SciPy
  - Matplotlib
  - SymPy
  - pandas
  - About

Code

CellToolbar

In [9]:

```
import numpy as np
import scipy.stats as sps
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.special import gamma, binom,gammaln,factorial
%matplotlib inline
```

```
$H_0: \mathsf{P} \in \mathcal{P}_0 \text{, где } \mathcal{P}_0 = \{Bin(m, p) | p \in [0,1]  \} \text{, причем плотность  Bin(m,p)} \text{ равна } \binom{m}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{m - x}.$
Положим m = 20



$H_1: \mathsf{P} \in \mathcal{P}_1 \text{, где } \mathcal{P}_1 = \{Pois(\lambda) | \lambda \in (0 , \infty) \} \text{, причем плотность } Pois(\lambda) \text{ равна } \frac{e^{-\lambda} \lambda^x} {x!}.$
```

Положим m = 20

```
В качестве априорных распределения $\beta(\alpha,\beta)$ и $\Gamma(\gamma,\delta)$ соответственно. Тогда сопряженные  апостериорные распределения будут иметь вид $\beta(\alpha + \sum_{i = 1}^n x_i, \beta + n m - \sum_{i = 1}^n x_i)$ и $\Gamma(\gamma + n, \delta + \sum_{i = 1}^n x_i)$
```

В качестве априорных распределения и соответственно. Тогда сопряженные апостериорные распределения будут иметь вид и

```
Тогда интергрируя полученные выражения получим:

$p^0(X) = \int\limits_\Theta p^0_\theta(X) q^0(\theta) d\theta = \int\limits_0^1 \prod\limits_{i = 1}^n \binom{m}{x_i} \cdot p^{\sum{x_i}} \cdot (1- p)^{nm - \sum{x_i}} \cdot p^{\alpha - 1} \cdot (1- p)^{\beta -1} dp =  \prod\limits_{i = 1}^n \binom{m}{x_i} \cdot \frac{\Gamma(\sum\limits_{i = 1}^n{x_i} + \alpha) \cdot \Gamma(\beta + mn -\sum\limits_{i = 1}^n{x_i})}{\Gamma(\alpha + \beta + mn)}
$



$p^1(X) = \int\limits_\Theta p^1_\theta(X) q^0(\theta) d\theta = \int\limits_0^{\infty} \frac{e^{-n \lambda} \lambda^{\sum x_i}}{\prod x_i!} \cdot \frac{\gamma^\delta \cdot \lambda^{\delta -1}}{\Gamma(\delta)} \cdot e^{-\gamma \lambda} d \lambda = \frac{\gamma^\delta }{\Gamma(\delta) \cdot \prod x_i!} \cdot \frac{\Gamma(\sum x_i + \delta )}{(\gamma + n)^{\sum x_i + \delta }}
$
```

Тогда интергрируя полученные выражения получим:

```
Возьмём $\alpha = 2, \beta = 2, \gamma = 0.5, \delta = 2$
```

Возьмём

```
Для того, чтобы избежать переполнения, рассмотрим логарифм от критерия
```

Для того, чтобы избежать переполнения, рассмотрим логарифм от критерия

In [16]:

```
N = [100,250, 500]
Alp = [0.01, 0.05, 0.1]
```

In [24]:

```
def criteria(X, alpha = 2, beta = 2, gam = 0.5, delta = 2, m = 20):
    n = len(X)
    sum_x = np.sum(X)
    p_0_log = np.sum([np.log(binom(m ,x)) for x in X]) + gammaln(sum_x + alpha)
    p_0_log += gammaln(beta + m * n - sum_x)  - gammaln(alpha + beta + m * n)

    p_1_log = np.log(gam)*delta - gammaln(delta) - np.sum([np.log(factorial(x)) for x in X])
    p_1_log += gammaln(sum_x + delta) - np.log(gam + n) * (sum_x + delta)
    return p_0_log - p_1_log
```

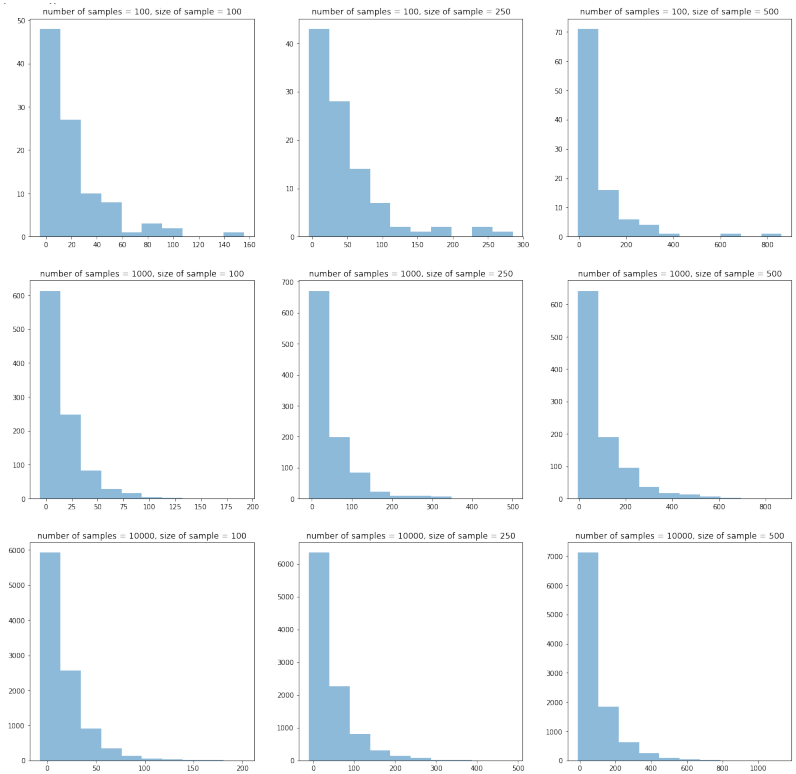
In [34]:

```
def create_criteria_samples(n, size = 100, alpha = 2, beta = 2,gam = 0.5, delta = 2, m = 20):
    params = sps.beta.rvs(alpha, beta, size=size)
    samples = [sps.binom.rvs(m, param, size=n) for param in params]
    criteria_samples = [criteria(sample) for sample in samples]

    return criteria_samples
```

In [35]:

```
plt.figure(figsize=(20,20))
plt.title("distribution for log of criteria")
for i in range(3):
    for j in range(3):
        plt.subplot(3,3,3*j + i + 1)
        criteria_samples = create_criteria_samples(N[i], size = 100 * 10**j)
        plt.hist(criteria_samples, alpha = 0.5)
        plt.title("number of samples = %d, size of sample = %d" % (100 * 10**j,N[i]))
plt.show()
```



In [ ]:

```
for i in range(3):

    criteria_samples = create_criteria_samples(N[i], size = 10**5)

    for j in range(3):

        quantile = sps.mstats.mquantiles(criteria_samples,1 - Alp[j])

        print('Критерий: {K(X) >= %.2f}' % quantile)
```

```
Критерий: {K(X) >= 106.19}
Критерий: {K(X) >= 62.18}
Критерий: {K(X) >= 44.89}
Критерий: {K(X) >= 258.36}
Критерий: {K(X) >= 151.97}
Критерий: {K(X) >= 108.86}
```