

Théorie des Langages

TD2

Analyse Syntaxique et Grammaires $LR(k)$

Elana Courtines
courtines.e@gmail.com
<https://github.com/irinacake>

Séance 3 - 27 septembre 2022

Séance 4 - 04 octobre 2022

Emmanuel Rio - emmanuel.rio@univ-tlse3.fr

Exercice 1 :Grammaire G_0 :

$$(0) - S' \rightarrow S\k$

$$(1) - S \rightarrow CC$$

$$(2) - C \rightarrow aC$$

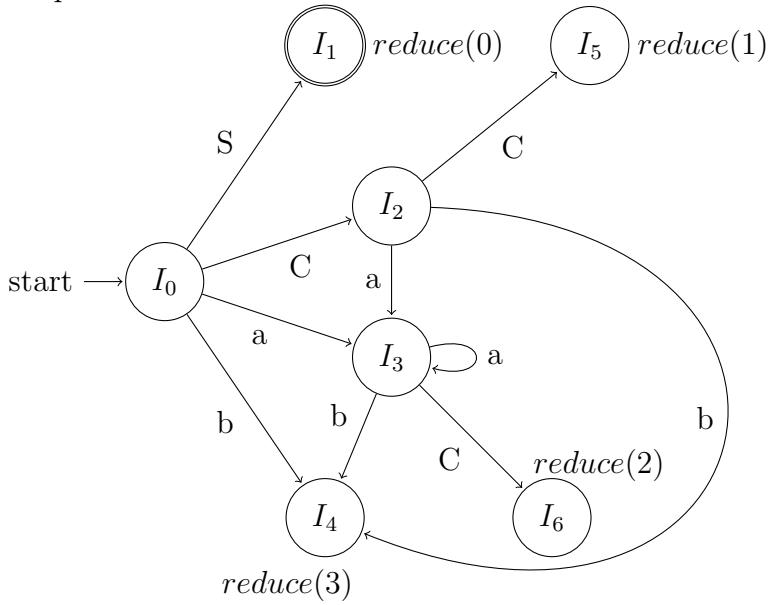
$$(3) - C \rightarrow b$$

Fermetures :

- I_0 :
 $S' \rightarrow \cdot S\k
 $S \rightarrow \cdot CC$
 $C \rightarrow \cdot aC$
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_0, S) = I_1$
 $S' \rightarrow S \cdot \k
(reduce 0)
- $goto(I_0, C) = I_2$
 $S \rightarrow C \cdot C$
 $C \rightarrow \cdot aC$
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_0, a) = I_3$
 $C \rightarrow a \cdot C$
 $C \rightarrow \cdot aC$
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_0, b) = I_4$
 $C \rightarrow b \cdot$
(reduce 3)
- $goto(I_2, C) = I_5$
 $S \rightarrow CC \cdot$
(reduce 1)
- $goto(I_2, a) = I_3$
 $C \rightarrow a \cdot C$
 $C \rightarrow \cdot aC$
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_2, b) = I_4$
 $C \rightarrow b \cdot$
- $goto(I_3, C) = I_6$
 $C \rightarrow aC \cdot$
(reduce 2)
- $goto(I_3, a) = I_3$
 $C \rightarrow a \cdot C$
 $C \rightarrow \cdot aC$
 $C \rightarrow \cdot b$

- $goto(I_3, b) = I_4$
 $C \rightarrow b \cdot$

Ce qui donne l'automate suivant :



D'où la table d'analyse :

	a	b	S	C	λ
I_0	shI_3	shI_4	shI_1	shI_2	<i>err</i>
I_1	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(0)
I_2	shI_3	shI_4	<i>err</i>	shI_5	<i>err</i>
I_3	shI_3	shI_4	<i>err</i>	shI_6	<i>err</i>
I_4	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(3)
I_5	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(1)
I_6	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(2)

Parse du mot $abaab\$$:

pile	mot	action
λ	abaab	shift
a	baab	shift
ab	aab	reduce 3
aC	aab	reduce 2
C	aab	shift
Ca	ab	shift
Caa	b	shift
Caab	λ	reduce 3
CaaC	λ	reduce 2
CaC	λ	reduce 2
CC	λ	reduce 1
S	λ	reduce 0
S'	λ	accept

Grammaire G_1 :

$$(0) - S' \rightarrow S\k$

$$(1) - S \rightarrow aAc$$

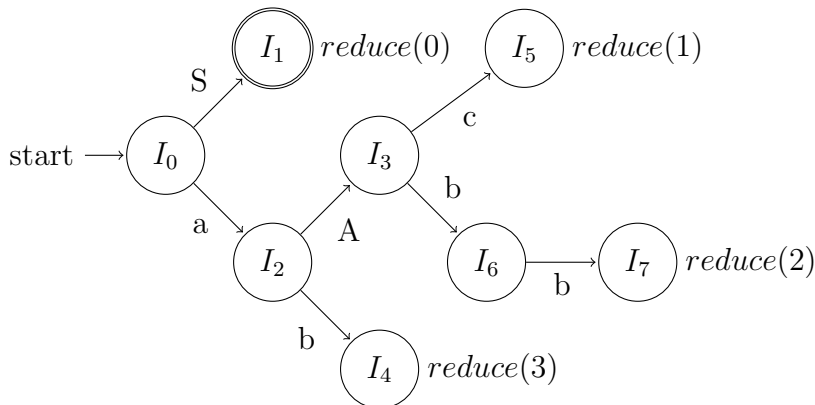
$$(2) - A \rightarrow Abb$$

$$(3) - A \rightarrow b$$

Fermetures :

- I_0 :
 $S' \rightarrow \cdot S\k
 $S \rightarrow \cdot aAc$
- $goto(I_0, S) = I_1$
 $S' \rightarrow S \cdot \k
(reduce 0)
- $goto(I_0, a) = I_2$
 $S \rightarrow a \cdot Ac$
 $A \rightarrow \cdot Abb$
 $A \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_2, A) = I_3$
 $S \rightarrow aA \cdot c$
 $A \rightarrow A \cdot bb$
- $goto(I_2, b) = I_4$
 $S \rightarrow b \cdot$
reduce(3)
- $goto(I_3, c) = I_5$
 $S \rightarrow aAc \cdot$
reduce(1)
- $goto(I_3, b) = I_6$
 $A \rightarrow Ab \cdot b$
- $goto(I_6, b) = I_7$
 $A \rightarrow Abb \cdot$
reduce(2)

Ce qui donne l'automate suivant :



D'où la table d'analyse :

	a	b	c	S	A	λ
I_0	shI_2	<i>err</i>	<i>err</i>	shI_1	<i>err</i>	<i>err</i>
I_1	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(0)
I_2	shI_4	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	shI_3	<i>err</i>
I_3	<i>err</i>	shI_6	shI_5	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>
I_4	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(3)
I_5	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(1)
I_6	<i>err</i>	shI_7	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>
I_7	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	<i>err</i>	reduce(2)

Grammaire G_2 :

$$(0) - S' \rightarrow S\k$

$$(1) - S \rightarrow aAc$$

$$(2) - A \rightarrow bAb$$

$$(3) - A \rightarrow b$$

Parse du mot $abbbc\$$:

pile	mot	action
λ	abbbc	shift
a	bbbc	shift
ab	bbc	shift
abb	bc	???

Supposons que G_2 soit $LR(k)$

Alors, quelque soit k , lorsqu'on souhaite parser les mots du type :

$$ab^n bb^n c \text{ avec } n \geq k$$

On ne sait pas quand appliquer $reduce(3)$, ce qui n'est pas en accord avec la définition d'une grammaire $LR(k)$.

Donc G_2 n'est pas $LR(k)$

Grammaire G_3 :

$$(0) - S' \rightarrow S\k$

$$(1) - S \rightarrow aAc$$

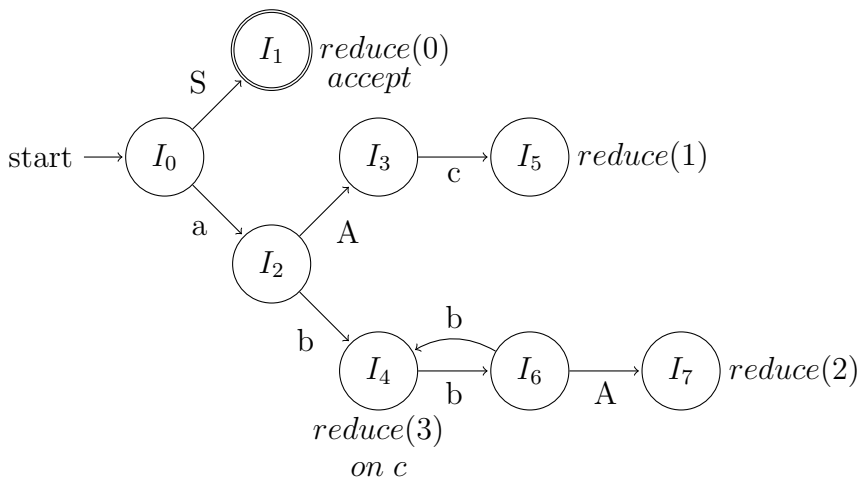
$$(2) - A \rightarrow bbA$$

$$(3) - A \rightarrow b$$

Fermetures :

- I_0 :
 $S' \rightarrow \cdot S, \k
 $S \rightarrow \cdot aAc, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$
 $S' \rightarrow S \cdot \k
(reduce 0)
- $goto(I_0, a) = I_2$
 $S \rightarrow a \cdot Ac$
 $A \rightarrow \cdot bbA, c$
 $A \rightarrow \cdot b, c$
- $goto(I_2, A) = I_3$
 $S \rightarrow aA \cdot c$
- $goto(I_2, b) = I_4$
 $A \rightarrow b \cdot bA, c$ shift on b
 $A \rightarrow b \cdot , c$ reduce(3) on c
- $goto(I_3, c) = I_5$
 $S \rightarrow aAc \cdot$
reduce(1)
- $goto(I_4, b) = I_6$
 $A \rightarrow bb \cdot A$
 $A \rightarrow \cdot bbA, c$
 $A \rightarrow \cdot b, c$
- $goto(I_6, A) = I_7$
 $A \rightarrow bbA \cdot$
reduce(2)
- $goto(I_6, b) = I_4$

Ce qui donne l'automate suivant :



D'où la table d'Analyse :

	a	b	c	\$	S	A
I_0	shI_2	err	err	err	shI_1	err
I_1	err	err	err	$red(0)$	err	err
I_2	err	shI_4	err	err	err	shI_3
I_3	err	err	shI_5	err	err	err
I_4	err	shI_6	$red(3)$	err	err	err
I_5	err	err	err	$red(1)$	err	err
I_6	err	shI_4	err	err	err	shI_7
I_7	err	err	err	$red(2)$	err	err

Grammaire G_4 :

$$(0) - S' \rightarrow S\k$

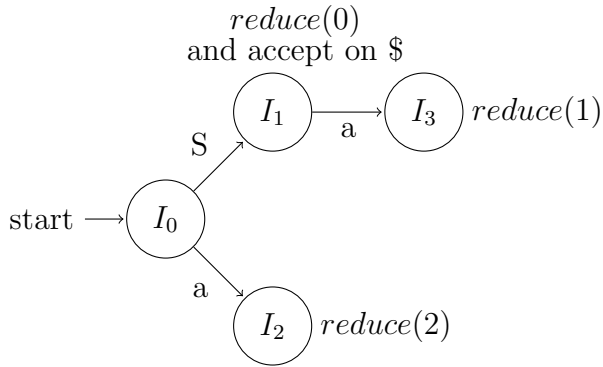
$$(1) - S \rightarrow Sa$$

$$(2) - S \rightarrow a$$

Fermetures :

- I_0 :
 $S' \rightarrow \cdot S, \$$
 $S \rightarrow \cdot Sa, a$
 $S \rightarrow \cdot a, a$
 $S \rightarrow \cdot Sa, \$$
 $S \rightarrow \cdot a, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$
 $S' \rightarrow S \cdot, \$ \text{ red}(0) \text{ and accept on } \$$
 $S \rightarrow S \cdot a, \$ \text{ shift on } a$
 $S \rightarrow S \cdot a, a \text{ shift on } a$
- $goto(I_0, a) = I_2$
 $S \rightarrow a \cdot, \$ \text{ red}(2)$
 $S \rightarrow a \cdot, a \text{ red}(2)$
- $goto(I_1, a) = I_3$
 $S \rightarrow Sa \cdot, \$ \text{ red}(1)$
 $S \rightarrow Sa \cdot, a \text{ red}(1)$

Ce qui donne l'automate suivant :



Parse du mot $aaaaa\$$:

pile	mot	action
I_0	aaaaa\$	shift
I_0 a I_2	aaaa\$	red(2)
I_0 S I_1	aaaa\$	shift
I_0 S I_1 a I_3	aaa\$	red(1)
I_0 S I_1	aaa\$	shift
I_0 S I_1 a I_3	aa\$	red(1)
I_0 S I_1	aa\$	shift
I_0 S I_1 a I_3	a\$	red(1)
I_0 S I_1	a\$	shift
I_0 S I_1 a I_3	\$	red(1)
I_0 S I_1	\$	red(0) accept

Grammaire G'_4 :

$$(0) - S' \rightarrow S\k$

$$(1) - S \rightarrow aS$$

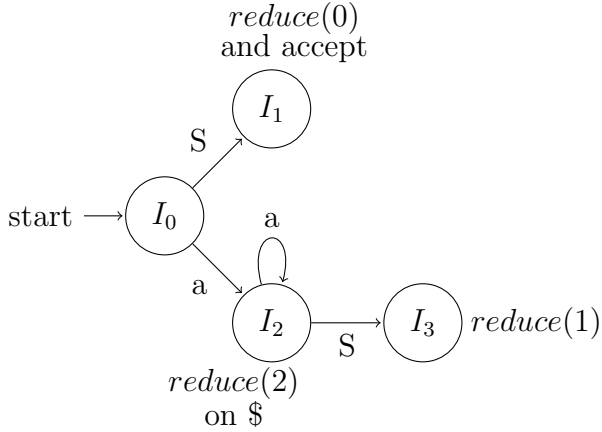
$$(2) - S \rightarrow a$$

Fermetures :

- I_0 :
 $S' \rightarrow \cdot S, \$$
 $S \rightarrow \cdot aS, \$$
 $S \rightarrow \cdot a, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$
 $S' \rightarrow S \cdot, \$ \text{ red}(0)$
- $goto(I_0, a) = I_2$
 $S' \rightarrow a \cdot S, \$ \text{ shift on S}$
 $S \rightarrow a \cdot aS, \$ \text{ shift on a}$
 $S \rightarrow a \cdot a, \$ \text{ shift on a}$
 $S \rightarrow a \cdot, \$ \text{ reduce}(2) \text{ on } \$$
Il y a des conflits donc G'_4 n'est pas LR(k)

- $goto(I_2, S) = I_3$
 $S' \rightarrow aS \cdot , \$ \text{red}(1)$
- $goto(I_2, a) = I_2$
 $S' \rightarrow a \cdot S, \$ \text{shift on } S$
 $S \rightarrow a \cdot aS, \$ \text{shift on } a$
 $S \rightarrow a \cdot a, \$ \text{shift on } a$
 $S \rightarrow a \cdot , \$ \text{reduce}(2) \text{ on } \$$

Ce qui donne l'automate suivant :



pile	mot	action
I_0	aaaaa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2$	aaaa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	aaa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	aa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	a\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	\$	red(2)
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ S \ I_1$	\$	red(0) accept

Grammaire G_5 :

- (0) - $S' \rightarrow S\k
- (1) - $S \rightarrow aAd$
- (2) - $S \rightarrow bAB$
- (3) - $A \rightarrow cA$
- (4) - $A \rightarrow c$
- (5) - $B \rightarrow d$

Fermetures :

- I_0 :
 $S' \rightarrow \cdot S, \$$
 $S \rightarrow \cdot aAd, \$$
 $S \rightarrow \cdot bAB, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$
 $S' \rightarrow S \cdot, \$ \text{red}(0)$
- $goto(I_0, a) = I_2$
 $S \rightarrow a \cdot Ad, \$$
 $A \rightarrow \cdot cA, d$
 $A \rightarrow \cdot c, d$
- $goto(I_0, b) = I_3$
 $S \rightarrow b \cdot AB, \$$
 $A \rightarrow \cdot cA, d \text{ first}(B\$) = d$
 $A \rightarrow \cdot c, d \text{ first}(B\$) = d$
- $goto(I_2, A) = I_4$
 $S \rightarrow aA \cdot d, \$$
- $goto(I_2, c) = I_5$
 $A \rightarrow c \cdot A, d$
 $A \rightarrow \cdot cA, d$
 $A \rightarrow \cdot c, d$
 $A \rightarrow c \cdot, d \text{red}(4) \text{ on d}$
- $goto(I_3, A) = I_6$
 $S \rightarrow bA \cdot B, \$$
 $B \rightarrow \cdot d, \$$
- $goto(I_3, c) = I_5$
- $goto(I_4, d) = I_7$
 $S \rightarrow aAd \cdot, \$ \text{red}(1)$
- $goto(I_5, A) = I_8$
 $A \rightarrow cA \cdot, d \text{red}(3)$
- $goto(I_6, B) = I_9$
 $S \rightarrow bAB \cdot, \$ \text{red}(2)$

- $goto(I_6, d) = I_{10}$
 $B \rightarrow d \cdot , \$ \text{red}(5)$

D'où G_5 est $LR(1)$.

Ce qui donne l'automate suivant :

