

# Théorie des Langages

## TD2

### Analyse Syntaxique et Grammaires $LR(k)$

Elana Courtines  
courtines.e@gmail.com  
<https://github.com/irinacake>

Séance 3 - 27 septembre 2022

Séance 4 - 04 octobre 2022

Emmanuel Rio - [emmanuel.rio@univ-tlse3.fr](mailto:emmanuel.rio@univ-tlse3.fr)

*Note : au début des TDs, l'approche de résolution était légèrement différente de l'approche finalement faite en fin des TDs (d'où des potentielles différences de notation).*

**Exercice 1 :**Grammaire  $G_0$  :

$$(0) - S' \rightarrow S\$^k$$

$$(1) - S \rightarrow CC$$

$$(2) - C \rightarrow aC$$

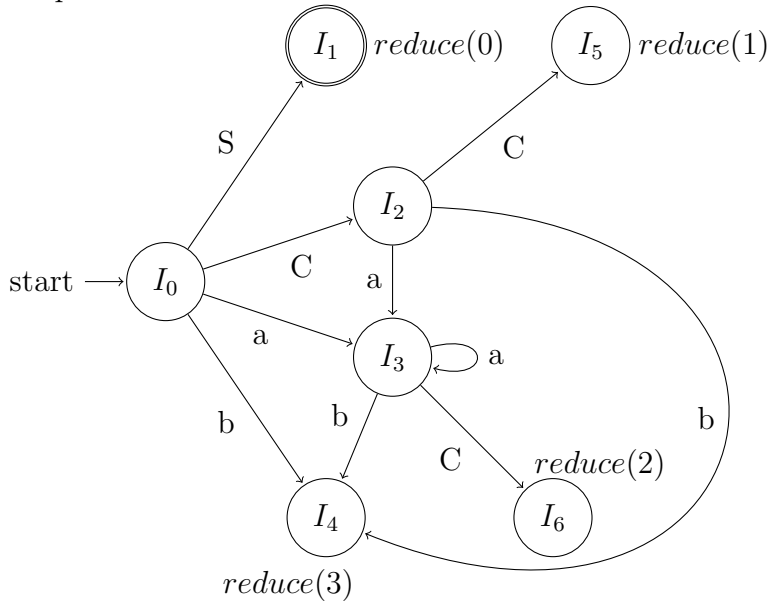
$$(3) - C \rightarrow b$$

Fermetures :

- $I_0$  :  
 $S' \rightarrow \cdot S\$^k$   
 $S \rightarrow \cdot CC$   
 $C \rightarrow \cdot aC$   
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_0, S) = I_1$   
 $S' \rightarrow S \cdot \$^k$   
(reduce 0)
- $goto(I_0, C) = I_2$   
 $S \rightarrow C \cdot C$   
 $C \rightarrow \cdot aC$   
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_0, a) = I_3$   
 $C \rightarrow a \cdot C$   
 $C \rightarrow \cdot aC$   
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_0, b) = I_4$   
 $C \rightarrow b \cdot$   
(reduce 3)
- $goto(I_2, C) = I_5$   
 $S \rightarrow CC \cdot$   
(reduce 1)
- $goto(I_2, a) = I_3$   
 $C \rightarrow a \cdot C$   
 $C \rightarrow \cdot aC$   
 $C \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_2, b) = I_4$   
 $C \rightarrow b \cdot$
- $goto(I_3, C) = I_6$   
 $C \rightarrow aC \cdot$   
(reduce 2)
- $goto(I_3, a) = I_3$   
 $C \rightarrow a \cdot C$   
 $C \rightarrow \cdot aC$   
 $C \rightarrow \cdot b$

- $goto(I_3, b) = I_4$   
 $C \rightarrow b \cdot$

Ce qui donne l'automate suivant :



D'où la table d'analyse :

	a	b	S	C	\$
$I_0$	$shI_3$	$shI_4$	$shI_1$	$shI_2$	$err$
$I_1$	$err$	$err$	$err$	$err$	$reduce(0)$
$I_2$	$shI_3$	$shI_4$	$err$	$shI_5$	$err$
$I_3$	$shI_3$	$shI_4$	$err$	$shI_6$	$err$
$I_4$	$err$	$err$	$err$	$err$	$reduce(3)$
$I_5$	$err$	$err$	$err$	$err$	$reduce(1)$
$I_6$	$err$	$err$	$err$	$err$	$reduce(2)$

Parse du mot  $abaab\$$  :

pile	mot	action
$\lambda$	$abaab\$$	shift
a	$baab\$$	shift
ab	$aab\$$	reduce 3
aC	$aab\$$	reduce 2
C	$aab\$$	shift
Ca	$ab\$$	shift
Caa	$b\$$	shift
Caab	$\$$	reduce 3
CaaC	$\$$	reduce 2
CaC	$\$$	reduce 2
CC	$\$$	reduce 1
S	$\$$	reduce 0
S'	$\$$	accept

Grammaire  $G_1$  :

(0) -  $S' \rightarrow S\$^k$

(1) -  $S \rightarrow aAc$

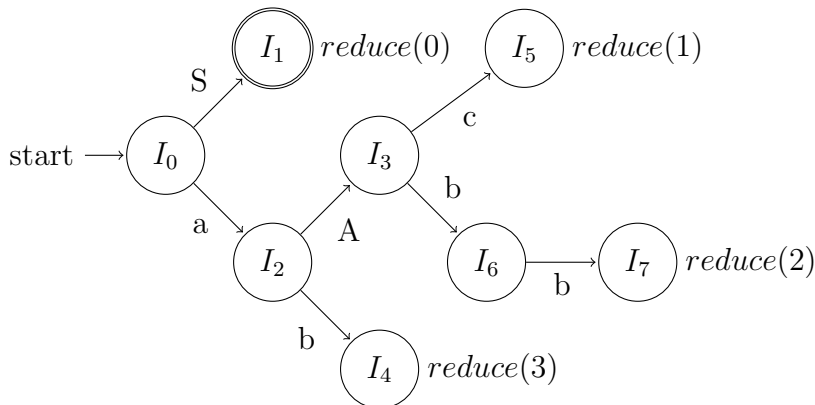
(2) -  $A \rightarrow Abb$

(3) -  $A \rightarrow b$

Fermetures :

- $I_0$  :  
 $S' \rightarrow \cdot S\$^k$   
 $S \rightarrow \cdot aAc$
- $goto(I_0, S) = I_1$   
 $S' \rightarrow S \cdot \$^k$   
(reduce 0)
- $goto(I_0, a) = I_2$   
 $S \rightarrow a \cdot Ac$   
 $A \rightarrow \cdot Abb$   
 $A \rightarrow \cdot b$
- $goto(I_2, A) = I_3$   
 $S \rightarrow aA \cdot c$   
 $A \rightarrow A \cdot bb$
- $goto(I_2, b) = I_4$   
 $S \rightarrow b \cdot$   
reduce(3)
- $goto(I_3, c) = I_5$   
 $S \rightarrow aAc \cdot$   
reduce(1)
- $goto(I_3, b) = I_6$   
 $A \rightarrow Ab \cdot b$
- $goto(I_6, b) = I_7$   
 $A \rightarrow Abb \cdot$   
reduce(2)

Ce qui donne l'automate suivant :



D'où la table d'analyse :

	a	b	c	S	A	\$
$I_0$	$shI_2$	$err$	$err$	$shI_1$	$err$	$err$
$I_1$	$err$	$err$	$err$	$err$	$err$	reduce(0)
$I_2$	$shI_4$	$err$	$err$	$err$	$shI_3$	$err$
$I_3$	$err$	$shI_6$	$shI_5$	$err$	$err$	$err$
$I_4$	$err$	$err$	$err$	$err$	$err$	reduce(3)
$I_5$	$err$	$err$	$err$	$err$	$err$	reduce(1)
$I_6$	$err$	$shI_7$	$err$	$err$	$err$	$err$
$I_7$	$err$	$err$	$err$	$err$	$err$	reduce(2)

Grammaire  $G_2$  :

$$(0) - S' \rightarrow S\$^k$$

$$(1) - S \rightarrow aAc$$

$$(2) - A \rightarrow bAb$$

$$(3) - A \rightarrow b$$

Parse du mot  $abbbc\$$  :

pile	mot	action
$\lambda$	abbbc\$	shift
a	bbbc\$	shift
ab	bbc\$	shift
abb	bc\$	???

Supposons que  $G_2$  soit  $LR(k)$

Alors, quelque soit  $k$ , lorsqu'on souhaite parser les mots du type :

$$ab^n bb^n c \text{ avec } n \geq k$$

On ne sait pas quand appliquer  $reduce(3)$ , ce qui n'est pas en accord avec la définition d'une grammaire  $LR(k)$ .

Donc  $G_2$  n'est pas  $LR(k)$

Grammaire  $G_3$  :

$$(0) - S' \rightarrow S\$^k$$

$$(1) - S \rightarrow aAc$$

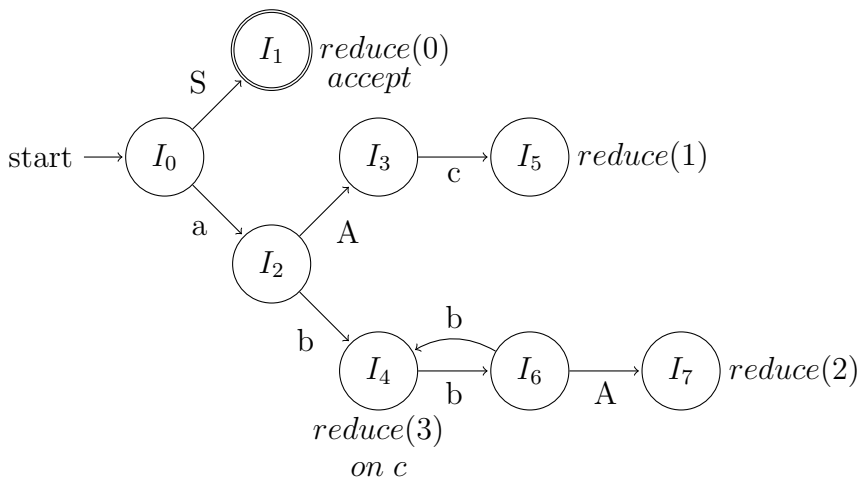
$$(2) - A \rightarrow bbA$$

$$(3) - A \rightarrow b$$

Fermetures :

- $I_0$  :  
 $S' \rightarrow \cdot S, \$^k$   
 $S \rightarrow \cdot aAc, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$   
 $S' \rightarrow S \cdot \$^k$   
(reduce 0)
- $goto(I_0, a) = I_2$   
 $S \rightarrow a \cdot Ac$   
 $A \rightarrow \cdot bbA, c$   
 $A \rightarrow \cdot b, c$
- $goto(I_2, A) = I_3$   
 $S \rightarrow aA \cdot c$
- $goto(I_2, b) = I_4$   
 $A \rightarrow b \cdot bA, c$  shift on b  
 $A \rightarrow b \cdot , c$  reduce(3) on c
- $goto(I_3, c) = I_5$   
 $S \rightarrow aAc \cdot$   
reduce(1)
- $goto(I_4, b) = I_6$   
 $A \rightarrow bb \cdot A$   
 $A \rightarrow \cdot bbA, c$   
 $A \rightarrow \cdot b, c$
- $goto(I_6, A) = I_7$   
 $A \rightarrow bbA \cdot$   
reduce(2)
- $goto(I_6, b) = I_4$

Ce qui donne l'automate suivant :



D'où la table d'Analyse :

	a	b	c	\$	S	A
$I_0$	$shI_2$	$err$	$err$	$err$	$shI_1$	$err$
$I_1$	$err$	$err$	$err$	$red(0)$	$err$	$err$
$I_2$	$err$	$shI_4$	$err$	$err$	$err$	$shI_3$
$I_3$	$err$	$err$	$shI_5$	$err$	$err$	$err$
$I_4$	$err$	$shI_6$	$red(3)$	$err$	$err$	$err$
$I_5$	$err$	$err$	$err$	$red(1)$	$err$	$err$
$I_6$	$err$	$shI_4$	$err$	$err$	$err$	$shI_7$
$I_7$	$err$	$err$	$red(2)$	$err$	$err$	$err$

Grammaire  $G_4$  :

$$(0) - S' \rightarrow S\$^k$$

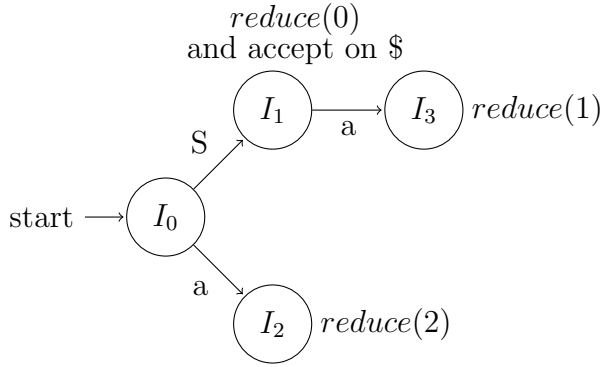
$$(1) - S \rightarrow Sa$$

$$(2) - S \rightarrow a$$

Fermetures :

- $I_0$  :
  - $S' \rightarrow \cdot S, \$$
  - $S \rightarrow \cdot Sa, a$
  - $S \rightarrow \cdot a, a$
  - $S \rightarrow \cdot Sa, \$$
  - $S \rightarrow \cdot a, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$ 
  - $S' \rightarrow S \cdot, \$ \text{ red}(0) \text{ and accept on } \$$
  - $S \rightarrow S \cdot a, \$ \text{ shift on } a$
  - $S \rightarrow S \cdot a, a \text{ shift on } a$
- $goto(I_0, a) = I_2$ 
  - $S \rightarrow a \cdot, \$ \text{ red}(2)$
  - $S \rightarrow a \cdot, a \text{ red}(2)$
- $goto(I_1, a) = I_3$ 
  - $S \rightarrow Sa \cdot, \$ \text{ red}(1)$
  - $S \rightarrow Sa \cdot, a \text{ red}(1)$

Ce qui donne l'automate suivant :



Parse du mot  $aaaaa\$$  :

pile	mot	action
$I_0$	aaaaa\$	shift
$I_0$ a $I_2$	aaaa\$	red(2)
$I_0$ S $I_1$	aaaa\$	shift
$I_0$ S $I_1$ a $I_3$	aaa\$	red(1)
$I_0$ S $I_1$	aaa\$	shift
$I_0$ S $I_1$ a $I_3$	aa\$	red(1)
$I_0$ S $I_1$	aa\$	shift
$I_0$ S $I_1$ a $I_3$	a\$	red(1)
$I_0$ S $I_1$	a\$	shift
$I_0$ S $I_1$ a $I_3$	\$	red(1)
$I_0$ S $I_1$	\$	red(0) accept

Grammaire  $G'_4$  :

$$(0) - S' \rightarrow S\$^k$$

$$(1) - S \rightarrow aS$$

$$(2) - S \rightarrow a$$

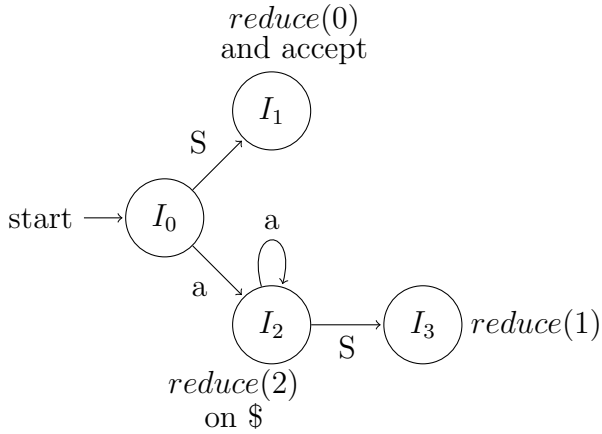
Fermetures :

- $I_0$  :  
 $S' \rightarrow \cdot S, \$$   
 $S \rightarrow \cdot aS, \$$   
 $S \rightarrow \cdot a, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$   
 $S' \rightarrow S \cdot, \$ \text{ red}(0)$
- $goto(I_0, a) = I_2$   
 $S' \rightarrow a \cdot S, \$ \text{ shift on S}$   
 $S \rightarrow a \cdot aS, \$ \text{ shift on a}$   
 $S \rightarrow a \cdot a, \$ \text{ shift on a}$   
 $S \rightarrow a \cdot, \$ \text{ reduce}(2) \text{ on } \$$   
*Il y a des conflits donc  $G'_4$  n'est pas LR(k)*



- $goto(I_2, S) = I_3$   
 $S' \rightarrow aS \cdot , \$ \text{red}(1)$
- $goto(I_2, a) = I_2$   
 $S' \rightarrow a \cdot S, \$ \text{shift on } S$   
 $S \rightarrow a \cdot aS, \$ \text{shift on } a$   
 $S \rightarrow a \cdot a, \$ \text{shift on } a$   
 $S \rightarrow a \cdot , \$ \text{reduce}(2) \text{ on } \$$

Ce qui donne l'automate suivant :



pile	mot	action
$I_0$	aaaaa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2$	aaaa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	aaa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	aa\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	a\$	shift
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2$	\$	red(2)
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ a \ I_2 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ a \ I_2 \ S \ I_2$	\$	red(1)
$I_0 \ S \ I_1$	\$	red(0) accept

Grammaire  $G_5$  :

- (0) -  $S' \rightarrow S\$^k$
- (1) -  $S \rightarrow aAd$
- (2) -  $S \rightarrow bAB$
- (3) -  $A \rightarrow cA$
- (4) -  $A \rightarrow c$
- (5) -  $B \rightarrow d$

Fermetures :

- $I_0$  :  
 $S' \rightarrow \cdot S, \$$   
 $S \rightarrow \cdot aAd, \$$   
 $S \rightarrow \cdot bAB, \$$
- $goto(I_0, S) = I_1$   
 $S' \rightarrow S \cdot, \$ \text{red}(0)$
- $goto(I_0, a) = I_2$   
 $S \rightarrow a \cdot Ad, \$$   
 $A \rightarrow \cdot cA, d$   
 $A \rightarrow \cdot c, d$
- $goto(I_0, b) = I_3$   
 $S \rightarrow b \cdot AB, \$$   
 $A \rightarrow \cdot cA, d \text{ first}(B\$) = d$   
 $A \rightarrow \cdot c, d \text{ first}(B\$) = d$
- $goto(I_2, A) = I_4$   
 $S \rightarrow aA \cdot d, \$$
- $goto(I_2, c) = I_5$   
 $A \rightarrow c \cdot A, d$   
 $A \rightarrow \cdot cA, d$   
 $A \rightarrow \cdot c, d$   
 $A \rightarrow c \cdot, d \text{red}(4) \text{ on } d$
- $goto(I_3, A) = I_6$   
 $S \rightarrow bA \cdot B, \$$   
 $B \rightarrow \cdot d, \$$
- $goto(I_3, c) = I_5$
- $goto(I_4, d) = I_7$   
 $S \rightarrow aAd \cdot, \$ \text{red}(1)$
- $goto(I_5, A) = I_8$   
 $A \rightarrow cA \cdot, d \text{red}(3)$
- $goto(I_6, B) = I_9$   
 $S \rightarrow bAB \cdot, \$ \text{red}(2)$

- $goto(I_6, d) = I_{10}$   
 $B \rightarrow d \cdot , \$ \text{red}(5)$

D'où  $G_5$  est  $LR(1)$ .

Ce qui donne l'automate suivant :

