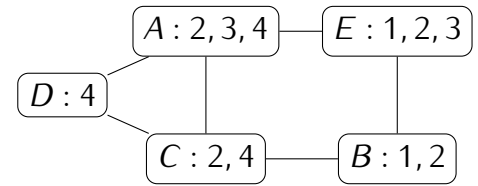


TDs : Problèmes de satisfaction de contraintes

1 Algorithmes de résolution

Exercice 1 (Coloration de graphes). On considère le problème de la coloration sur le graphe ci-dessous, où les domaines de départ des sommets sont indiqués dans le sommet. Les variables de décision sont x_A, x_B, x_C, x_D, x_E , les couleurs à choisir pour chaque sommet de telle sorte que deux sommets voisins ont des couleurs différentes.



Question 1.1. Déroulez l'algorithme de backtrack en prenant les sommets par ordre alphabétique, et les valeurs par ordre croissant. Vous indiquerez juste l'arbre d'affectation des variables en indiquant les impasses (avec la contrainte violée) et en arrêtant à la première solution rencontrée.

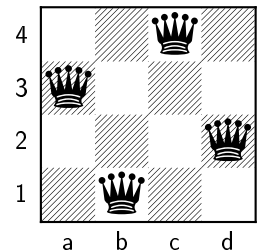
Question 1.2. Utilisez un ordonnancement des variables pour améliorer la recherche (en expliquant votre choix) et refaites le backtrack.

Question 1.3. Faites une propagation de contraintes sur le problème, et appliquez le back-track en partant du nouvel état des domaines des variables.

Question 1.4. On applique cette fois l'algorithme *backtrack* avec *forward checking*. Quels sont les domaines modifiés après l'affectation $x_A \leftarrow 2$. Montrer sous forme d'un tableau le déroulement de l'algorithme.

Exercice 2. Dans le problème des n reines, on a un plateau de $n \times n$ cases carrées, et on doit placer n reines, sur n cases distinctes, de manière à ne pas avoir 2 reines sur la même colonne, ni sur la même ligne, ni alignées en diagonale.

Pour modéliser cela, sachant qu'on ne peut avoir qu'une reine par ligne, on choisit de numéroté les reines de 1 à n , la reine i étant celle qui sera sur la ligne i . On peut alors associer une variable x_i à chaque reine, indiquant dans quelle colonne elle se trouve : pour tout $1 \leq i \leq n$, le domaine de x_i est $\{a, \dots, n\}$. Dans la disposition ci-contre, on aurait par exemple $x_1 = b$ et $x_2 = d$.



Question 2.1. Donner les contraintes binaires, en extension, pour $n = 3$ et $n = 4$.

Question 2.2. Appliquer la consistance d'arc pour éliminer des affectations dans le problème des 3-reines et des 4 reines.

2 Modélisation

Pour chacun des exercices de modélisation, on s'attachera à bien préciser :

1. les variables de décision choisies,
2. leurs domaines,
3. les contraintes qui portent sur ces variables.

Exercice 3. On considère le problème d'ordonnancement suivant :

- on a 4 tâches à réaliser de durées 5, 1, 3, 4
- les tâches 2 et 3 ne peuvent être faites en parallèle (mêmes ressources nécessaires), et la 3 doit être faite avant la 4.

On veut savoir si toutes les tâches peuvent être commencées avant le temps $t=7$.

Question 3.1. Modéliser ce problème en CSP.

Question 3.2. Qu'obtient-on en faisant la propagation de contraintes ?

Question 3.3. Donner une solution.

Exercice 4 (Configuration de produits). Le but est de simuler la réalisation d'un produit complexe à partir de composants. On considère ici des ordinateurs. Chaque ordinateur doit avoir : un processeur (P), de la mémoire vive (M) et un disque dur (D). On a le choix entre 3 types de P (P_1, P_2, P_3), 4 types de M (M_1, M_2, M_3, M_4) et 3 types de D (D_1, D_2, D_3). L'indice indique l'année de sortie. On suppose qu'on a une fonction cout, qui associe un coût réel à chaque composant. Contraintes :

- P_1 ne marche pas avec le composant D_3
- un processeur doit avoir une mémoire au moins aussi récente que lui.
- le seul disque possible avec P_2+M_2 est le disque D_2
- le coût total du produit doit être inférieur à une valeur C.

Question 4.1. Modélisez ce problème comme un CSP.

Question 4.2. Y a-t-il des solutions symétriques ? si oui, comment peut-on les supprimer ?

Question 4.3. On doit maintenant faire 3 produits avec les composants (tous en un seul exemplaire). Modélisez ce nouveau problème.

Exercice 5 (Team building). On doit constituer 10 équipes de 6 employés pour un séminaire. Il faut respecter les contraintes suivantes :

- Il y a 30 nouveaux, 30 anciens, et les équipes doivent être 50/50% de chaque.
- Pas plus de 4 membres d'un même service dans une équipe.
- Pas de mélange entre les services A et B, ni E et F.
- Certains nouveaux ont des "coachs" et doivent être dans la même équipe que leur coach. On suppose qu'on connaît l'ensemble des coachés, noté N_{oob} et qu'on a une fonction *coach* qui donne leur coach.
- L'employé 5 doit être mis avec 41 ou 51.
- Numéros : pairs pour les nouveaux, impairs pour les anciens

On peut considérer que les numéros sont attribués aux services dans l'ordre : A prend 0-19, B 20-39, C 40-44, D 45-49, E 50-54, F 55-59.

Modéliser le problème sous forme de CSP

Exercice 6 (Planification tournoi sportif). But : organiser une compétition sportive avec 4 équipes qui doivent jouer deux fois l'une contre l'autre (chaque équipe jouant une fois à domicile). Chaque équipe fait donc 6 matchs, à répartir sur six créneaux différents, en respectant les contraintes suivantes :

- chaque équipe doit jouer un match aller contre une autre dans les 3 premiers créneaux, et le retour dans les 3 derniers créneaux.
- les matchs aller-retour entre deux mêmes équipes ne peuvent pas se faire dans 2 créneaux consécutifs.
- chaque équipe doit jouer à domicile soit le premier créneau soit le dernier créneau.

Question 6.1. Modéliser ce problème comme un problème de satisfaction de contraintes.

Question 6.2. Quelles sont les solutions symétriques ?