UNIVERSITATEA POLITEHNICA DIN BUCURESTI
FACULTATEA DE AUTOMATICA SI CALCULATOARE

DEPARTAMENTUL DE AUTOMATICA SI INGINERIA SISTEMELOR

PROIECT PS

Proiectarea filtrelor FIR prin Metoda Ferestrei

Autor : Student Irina COSTACHESCU

Coordonatori: As.drd.Iulia-Cristina RADULESCU
Prof. Dan STEFANOIU

Anul universitar: 2017-2018

CUPRINS

Sumar

Lucrarea prezentata in raportul curent este structurata in 5 capitole ce se regasesc in document la paginile specificate in cuprins. Capitolul I este dedicat formularii obiectivelor proiectului. In cea de-a doua parte, Capitolul II, se descriu pe scurt pasii ce trebuie efectuati pentru atingerea obiectivelor propuse. Aceste prime parti au ca rol introducerea lectorului in problematica abordata precum si familiarizarea acestuia cu notiunile expuse. Capitolul III prezinta in detaliu modalitatile alese pentru a rezolva temele din cadrul enuntului proiectului precum si rezultatele obtinute. In cea de-a patra parte se va regasi capitolul de Concluzii in care se vor rezuma fenomenele observate pe parcursul rezolvarii temei precum si semnificatia rezultatelor obtinute. Lucrarea se incheie cu o Bibliografie in care se vor enumera sursele de documentare aferente identificarii solutiilor pentru problemele propuse.

Capitolul I

Proiectul propus are ca obiectiv principal intelegerea Metodei ferestrei pentru proiectarea filtrelor de tip FIR. Se urmareste rezolvarea unor probleme de tip raspuns cu tolerante fixate pe baza Metodei ferestrei. De asemenea, prin acest proiect, se doreste determinarea celei mai bune ferestre in proiectarea de filtre FIR. Scopul este de a obtine un filtru cat mai apropiat de cel ideal. Astfel, studiul caracteristicilor de frecventa ale mai multor tipuri de ferestre este necesar. Un alt obiectiv propus este observarea fenomenelor ce apar la proiectarea filtrelor FIR prin Metoda ferestrei.

Proiectul este structurat in 5 teme, fiecare dintre acestea avand obiective simple:

Tema 1 - Observarea si analizarea raspunsurilor la impuls si in frecventa ale ferestrelor uzuale

Tema 2 - Observarea si analizarea filtrelor proiectate cu diverse ferestre. Se urmareste comparative caracteristicilor de frecventa ale filtrelor obtinute si evaluarea calitatilor acestora.

Tema 3 - Utilizarea Metodei ferestrei pentru rezolvarea PPFTI

Tema 4 - Identificarea celui mai bun FTJ de tip FIR prin intermediul unui concurs de proiectare de filtre

Tema 5 - Observarea si analizarea caracteristicilor de frecventa ale unui filtru nestandard. Observarea fenomenului de ondulatie

Capitolul II

Metoda ferestrei este una dintre cele mai simple procedure de proiectare a filtrelor FIR. Ea se bazeaza pe modularea in timp a unui raspuns ideal cu un semnal de tip fereastra, adica un semnal cu support finit, care permite extragerea de segmente dintr-un alt semnal.

In rezolvarea proiectului trebuie urmata o serie de pasi, care sa conduca, treptat, la atingerea obiectivelor propuse pentru fiecare tema, ca astfel sa se poata realiza obiectivul principal, acela de a intelege functionarea Metodei ferestrei pentru proiectarea filtrelor de tip FIR.

In acest scop, se incepe cu introducerea celor noua tipuri de ferestre utilizate in cadrul proiectului. In cadrul Temei 1, se vizualizeaza din punct de vedere grafic comportamentul raspunsului la impuls al celor noua ferestre mentionate. Tot aici se traseaza amplitudinile raspunsurilor ferestrelor, observand astfel comportamentul acestora in domeniul frecventa.

In cadrul Temei 2, ferestrele cu care utilizatorul s-a familiarizat in tema anterioara, sunt folosite pentru a proiecta filtre de tipul *trece jos*. Se vor observa astfel caracteristicile de frecventa ale filtrelor obtinute si se vor evalua calitatile acestora. Se va pune in evidenta de asemenea influenta ordinului filtrului asupra similitudinii dintre amplitudinile raspunsurilor in frecventa ale filtrelor si cel al unui filtru ideal.

In urma intelegerii comportamentului filtrelor proiectate cu ajutorul ferestrelor precum si a utilitatii ferestrelor in problematica propusa, in cadrul Temei 3 se vor crea doua rutine ce au scop rezolvarea problemei PPFTI (Problema de Proiectare a Filtrelor cu Tolerante Impuse). Considerand algoritmul prezentat in enuntul temei, pasii urmati pentru a crea functiile cerute au ca scop fundamentarea notiunilor acumulate pana in prezent si aplicarea lor intr-o problema reala de proiectare.

Tema 4 are ca scop utilizarea rutinelor temei anterioare pentru a optimiza problema enuntata in cadrul acesteia din urma. Utilizatorul urmeaza pasii descrisi in algoritmul Temei 3 cu scopul determinarii celui mai bun FTJ de tip FIR. Crearea unei rutine care sa rezolve cerinta expusa este un algoritm amplu, in care trebuie luati in considerare toti parametri de care un filtru depinde.

In incheierea enuntului, se da spre rezolvarea Tema 5 ce presupune executarea acelorasi pasi ca in cadrul Temei 2, dar pentru un filtru nestandard, pentru care apare fenomenul de ondulatie (ripples). Observarea si intelegerea acestuia reprezinta ultimul pas ce trebuie urmat in scopul indeplinirii pe deplin a obiectivului principal al temei.

Dupa rezolvarea tuturor acestor pasi, utilizatorul va trebui sa aiba o imagine clara asupra Metodei ferestrei in domeniul de Prelucrare a Semnalelor, fundamentandu-si astfel cunostiintele ingineresti.

Principiul de proiectare a filtrelor FIR se bazeaza pe un algoritm expus in maniera rezumata in cele ce urmeaza. Detaliile aplicarii acestuia, precum si rezultatele obtinute vor fi prezentate in capitolul III, in care se vor aborda, pe rand, temele propuse spre rezolvare.

Datele de proiectare se specifica, ele fiind ordinul M al filtrului si frecventa de taiere wt ce delimiteaza banda de trecere de banda de stopare.

Pas 1: Se calculeaza raspunsul la impuls al filtrului ideal, considerand ca faza filtrului este liniara si proportional cu n0 = (M-1)/2. Filtrele ideale sunt nerealizabile din punct de vedere fizic.

Pas 2: Se alege o fereastra cu suportul n = 0 : (M-1)

Pas 3: Se calculeaza coeficientii filtrului FIR, moduland in timp raspunsul ideal h cu fereastra f. Se realizeaza inmultirea dintre raspusul ideal si vectorul fereastra ales. Se inmultesc apoi toti coeficientii filtrului cu o constanta potrivit aleasa, cu scopul de a nu permite filtrului sa distorsioneze amplificarea TF a semnalului de intrare in drumul lui catre iesire.Algoritmul propune asadar proiectarea de FTJ ce au castigul H(1) unitar.

Dupa aplicarea algoritmului se traseaza raspunsul in frecventa al filtrului FIR obtinut. Daca graficul nu este convenabil (cat mai apropiat de caracteristica in frecventa a unui FTJ ideal, vezi Fig 2.1), se poate alege un alt ordin M, chiar o alta fereastra. Fereastra trebuie aleasa astfel incat TF a sa sa se apropie cat mai mult de impulsul Dirac. Inmultirea de la Pas 3 devine in frecventa convolutie. Convolutia are ca element neutru impulsul Dirac. Asadar o fereastra cu TF cat mai apropiata de cea a unui impuls Dirac va lasa nemodificat din punct de vedere al caracteristicii de frecventa H(e^jw) semnalul initial care era ideal.

Performantele dorite in cadrul proiectarii de filtre FIR constau in incadrarea amplitudinii raspunsului in frecventa in niste tolerante impuse ca date de proiectare. Se permite o abatere maxima a amplitudinii de la valorile ideale 1 in banda de trecere si 0 in banda de stopare. Rasupunsul in frecventa trebuie de asemenea sa aiba o banda de tranzitie in care amplitudinea sa aiba o tendinta descrescatoare.

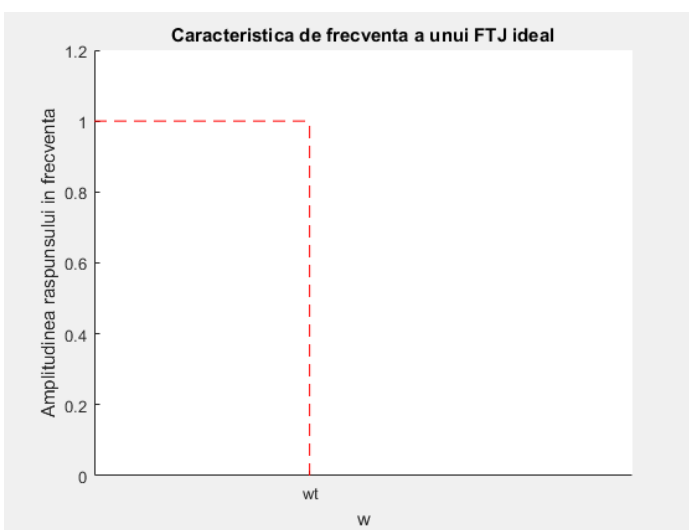

Fig 2.1 Caracteristica de frecventa a unui FTJ ideal

Capitolul III

In cadrul capitolului curent, voi descrie modul de abordare a proiectului, cu referirie la temele de prezentare. Voi furniza modalitatile de rezolvare a acestora precum si rezultatele de simulare incepand cu tema1.

Tema 1

Subpunctul a

Am generat ferestre de lungime M=16 folosind comenzile din cadrul indrumarului de laborator. Am variat valorile parametrilor in cazul frestrelor cu parametru conform enuntului.Trasand raspunsurile la impuls ale celor 9 ferestre, asemenator cu Figura 4.3 din enuntul temei (folosind insa functia stem pentru reprezentare), se obtin urmatoarele grafice:

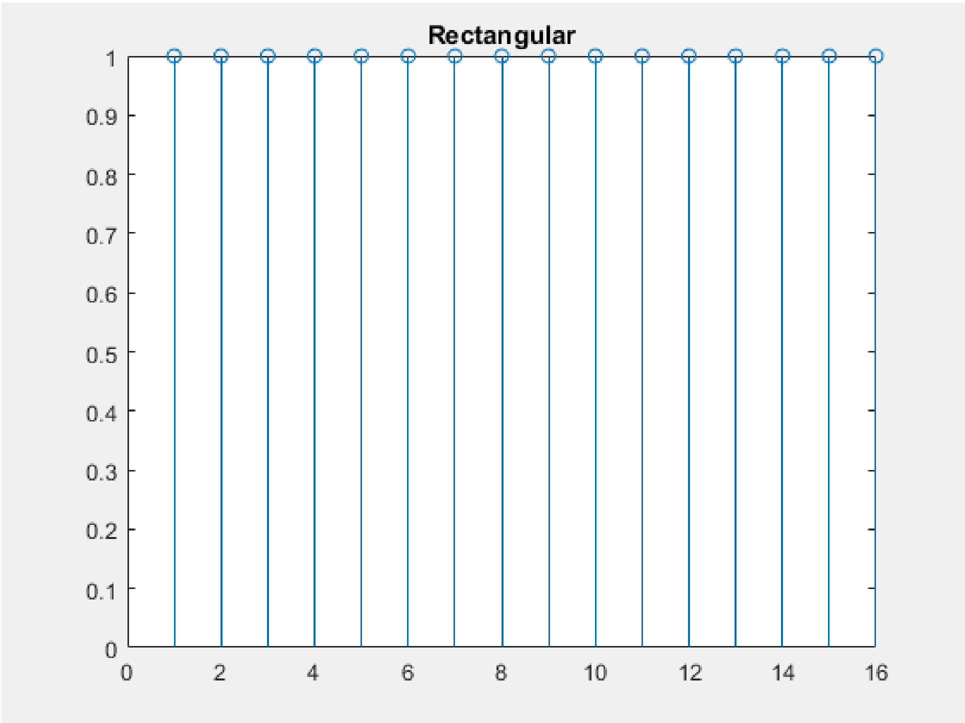

Fig 3.1.1 Raspunsul la impuls al unei fereastre de tip Rectangular

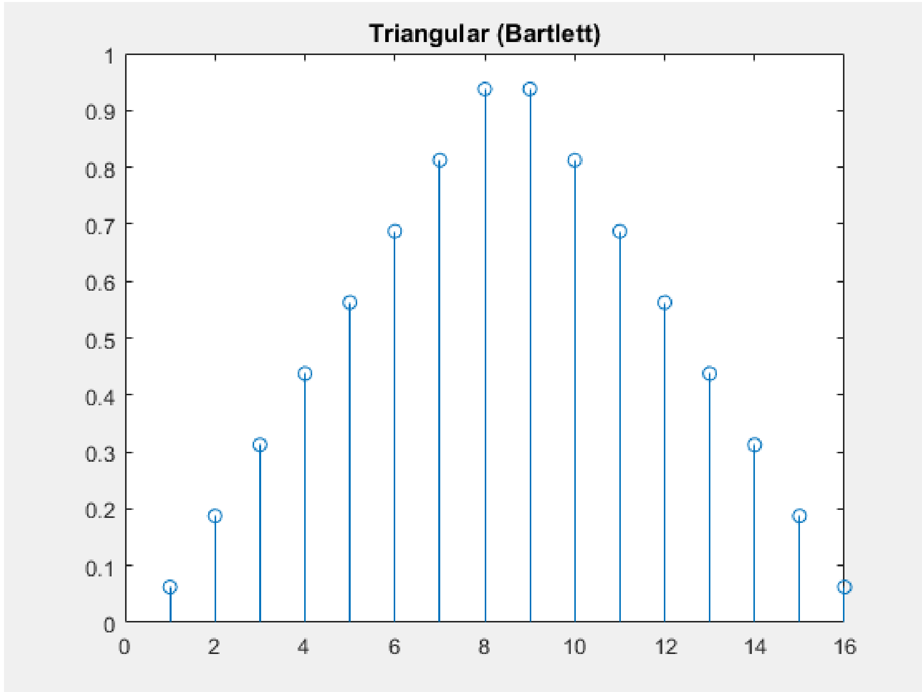

Fig 3.1.2 Raspunsul la impuls al unei fereastre de tip Triunghiular

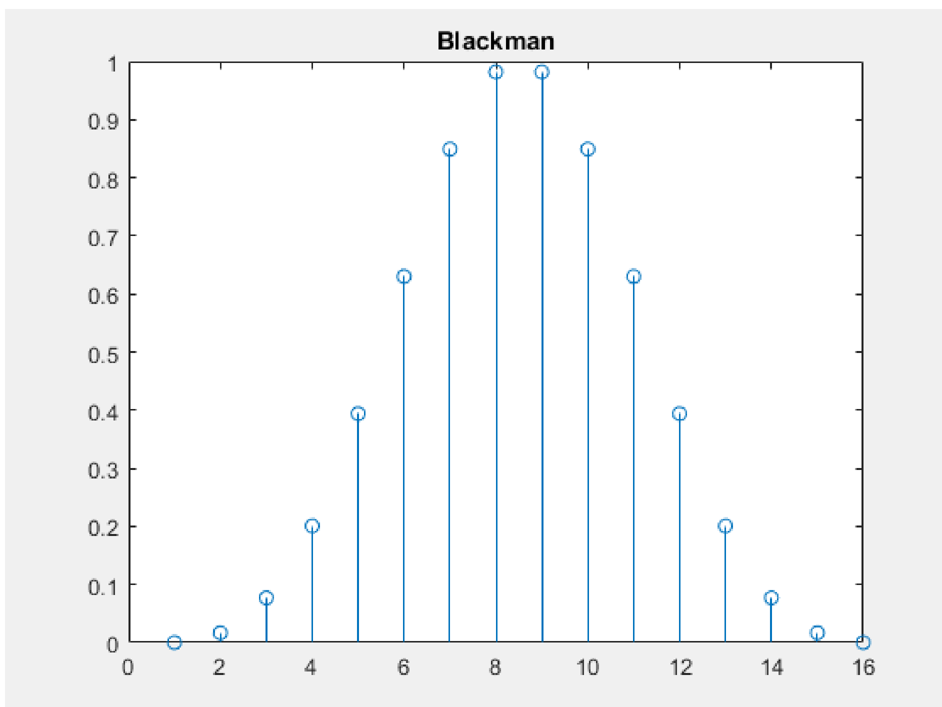

Fig 3.1.3 Raspunsul la impuls al unei ferestre de tip Blackman

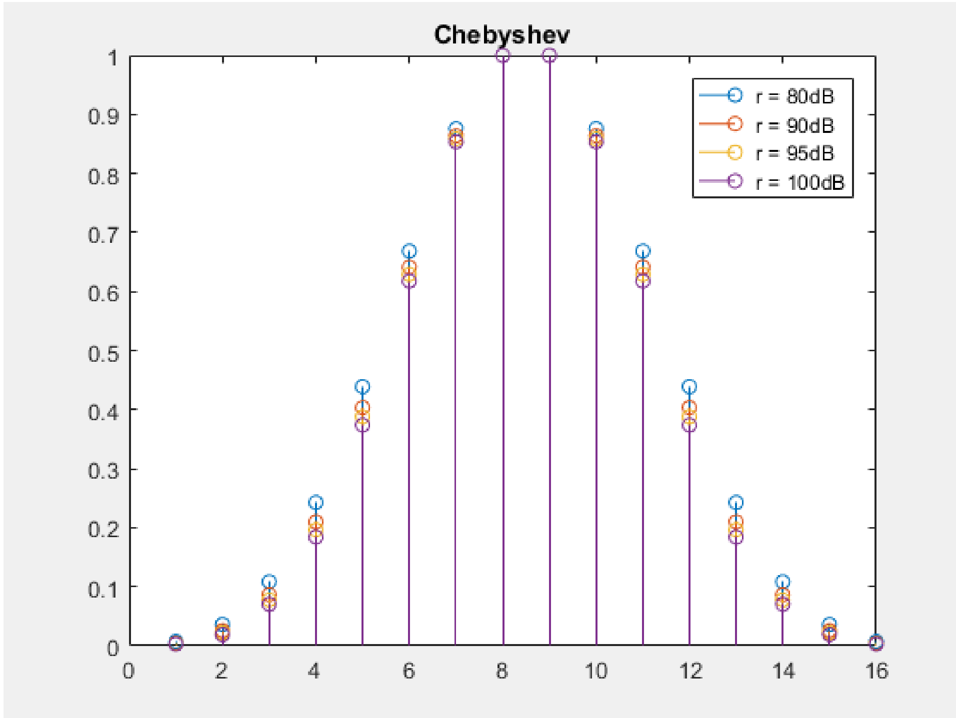

Fig 3.1.4 Raspunsul la impuls al unei ferestre de tip Chebyshev cu valori ale atenuarii
r = 80, r = 90, r = 95, r = 100

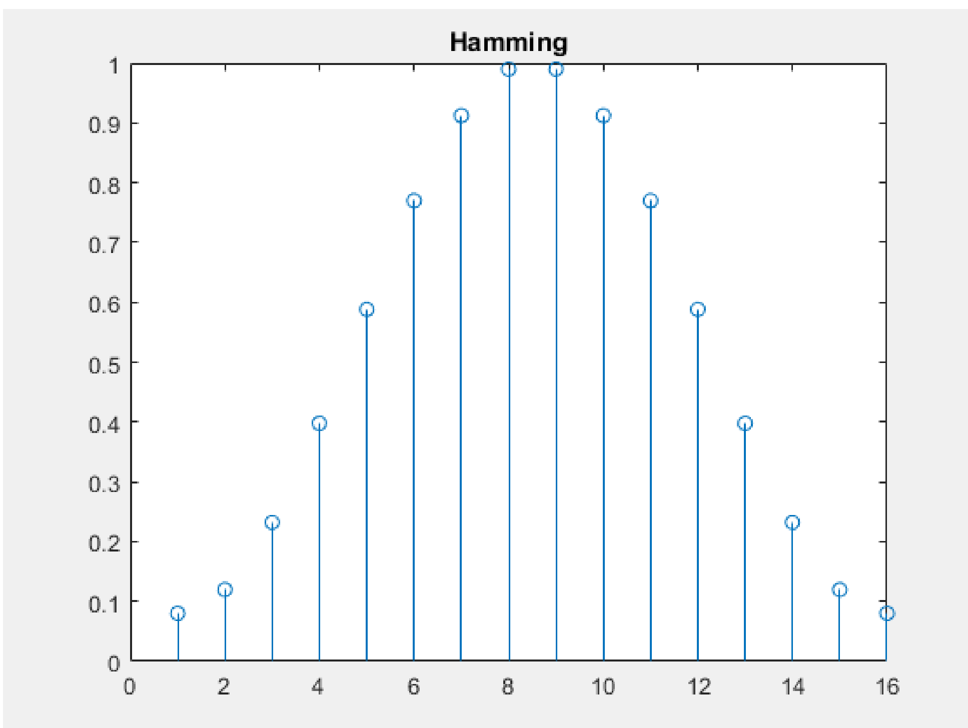

Fig 3.1.5 Raspunsul la impuls al unei ferestre de tip Hamming

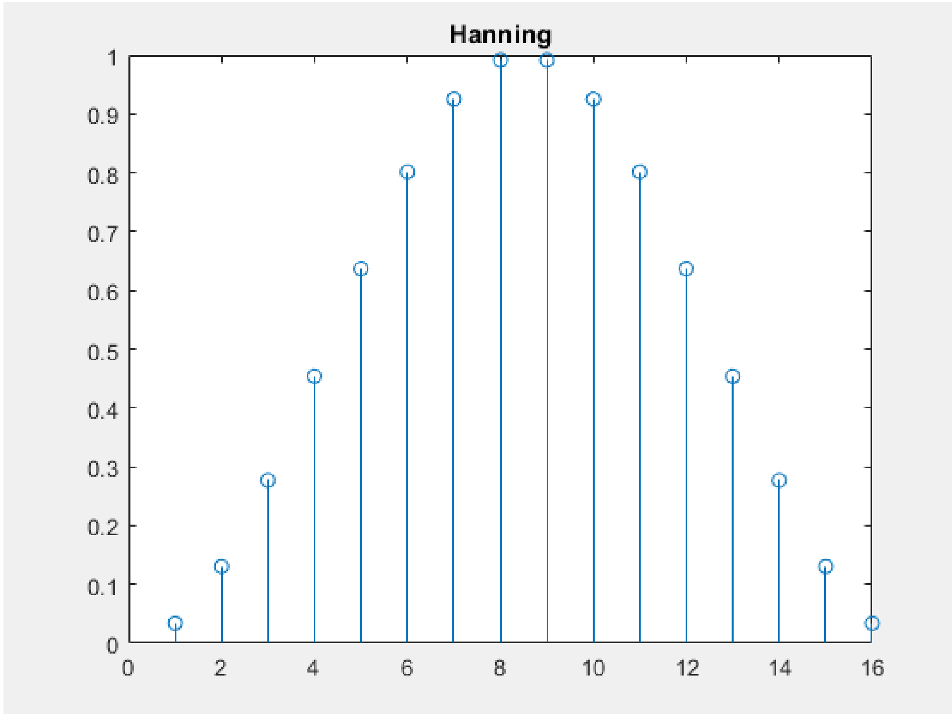

Fig 3.1.6 Raspunsul la impuls al unei ferestre de tip Hanning

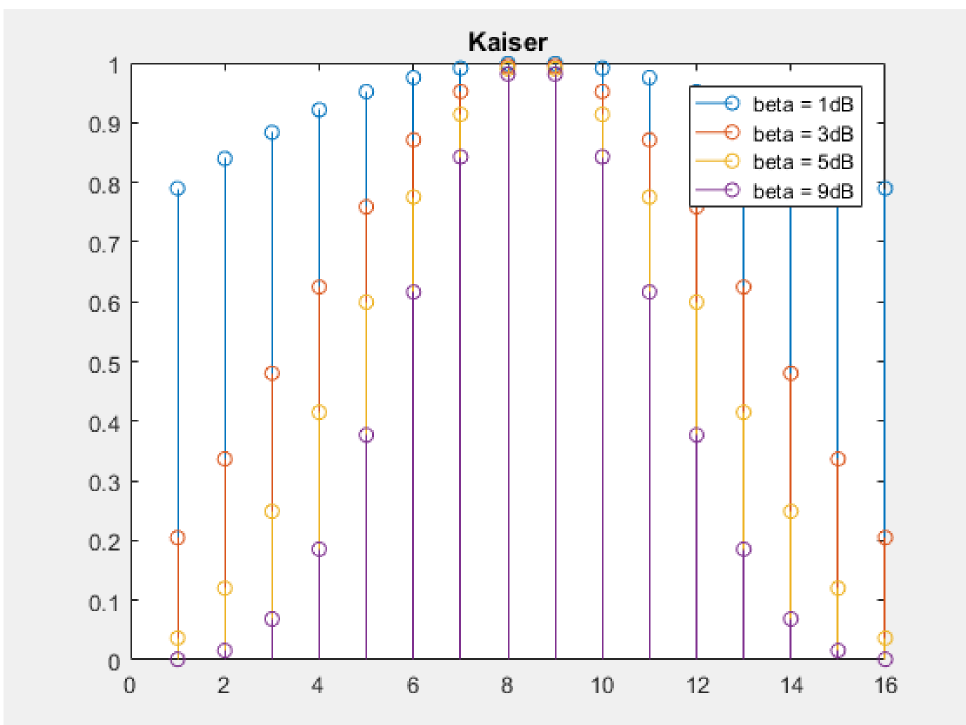

Fig 3.1.7 Raspunsul la impuls al unei ferestre de tip Kaiser cu valori ale parametrului
beta = 1, beta = 3, beta = 5, beta = 9

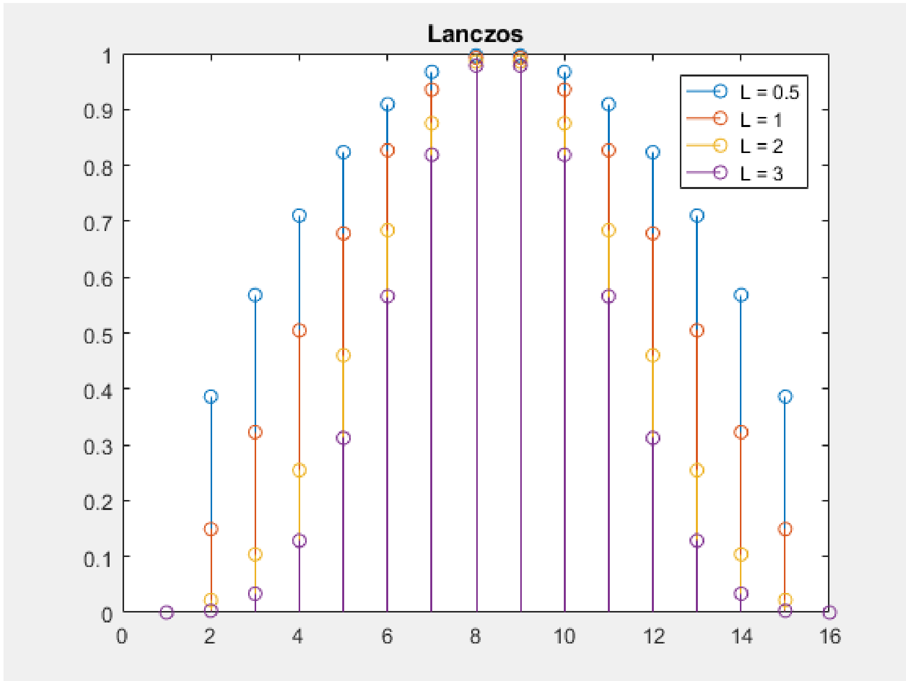

Fig 3.1.8 Raspunsul la impuls al unei ferestre de tip Lanczos cu valori ale parametrului
L= 0.5, L = 1, L = 2, L = 3

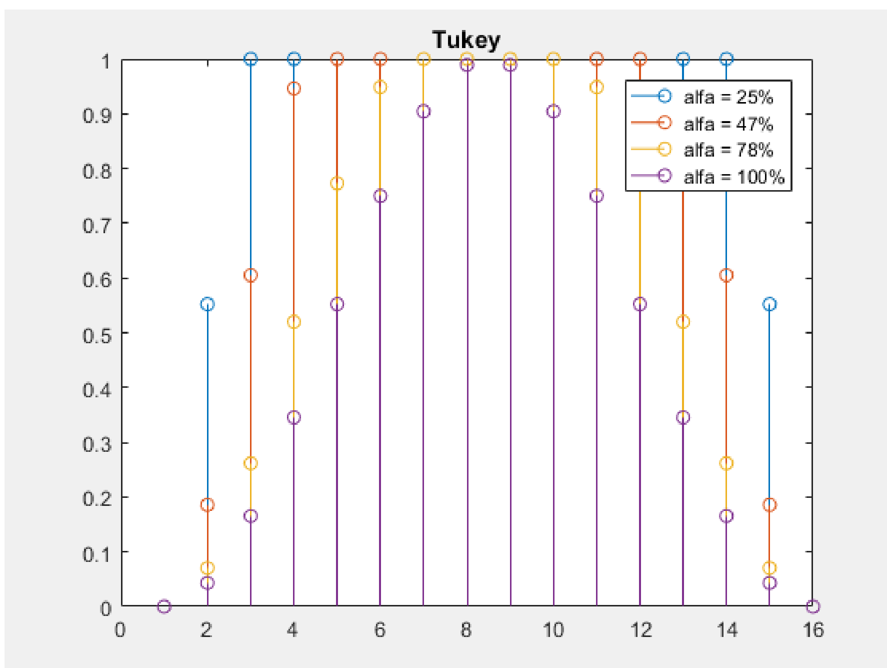

Fig 3.1.9 Raspunsul la impuls al unei ferestre de tip Tukey cu valori ale parametrului
alfa= 25%, alfa = 47%, alfa = 78% , alfa = 100%

Subpunctul b

Am variat amplitudinile raspunsurilor in frecventa ale ferestrelor de mai sus, ca in Figura 4.4 din enuntul temei. Am normat raspunsurile astfel incat amplitudinea la frecventa nula sa fie unitara. Normand fercventa si reprezentand in dB se obtin urmatoarele rezultate:

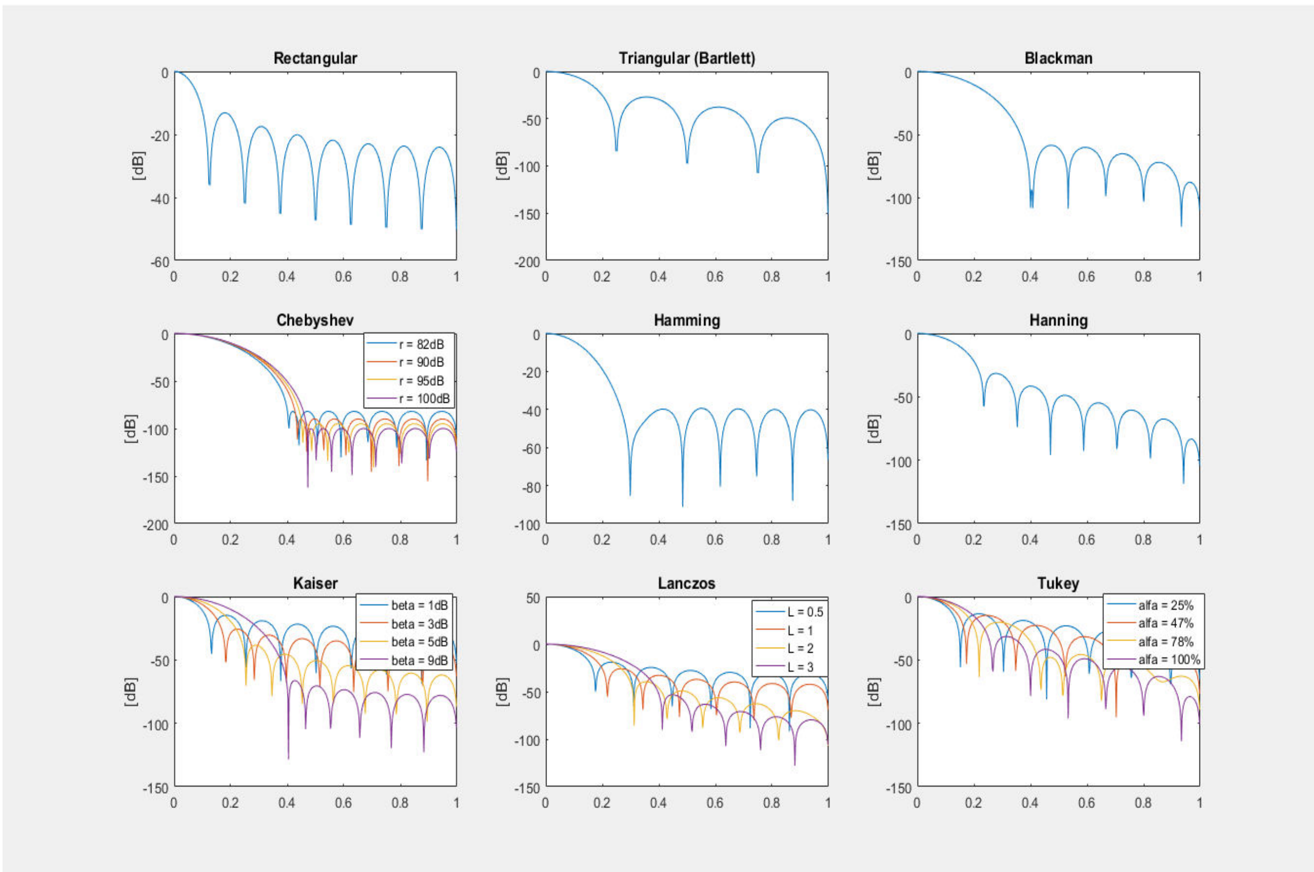

Fig 3.1.10: Spectrele celor 9 ferestre.

Pentru reprezentarea functiei Lanczos, nu am folosit o functie predefinita Matlab, ci am creat una conform formulei din enuntul temei. Am creat un vector fereastra de lungime M, pe suportul n = 0 : (M-1). In cazul in care M este impar, din cauza termenului (2*n – M +1) de la numitor, valoarea vectorului in (M-1)/2 + 1 ar fi fost NaN (impartire la 0). Pentru a solutiona aaceasta problema, in cazul nefavorabil in care M este impar, termenul de pe pozitia (M-1)/2 + 1 va primi valoarea 1, asemenator modului de abordare din Figura 4.3 din enuntul temei. Pentru toate celelalte elemente ale ferestrei, valorile se calculeaza conform formulei. Aleg valoarea 1 pentru a o atribui in cazul M impar in ideea in care in enunt se specifica necesitatea normarii raspunsului astfel incat amplitudinea la frecventa nula sa fie unitara, ceea ce inseamna 0dB, asa cum am obtinut pentru toate spectrele din Fig 3.1.10

Reprezentarea spectrelor se va face pana la pi (in cazul graficelor 1 – am normalizat frecventa pentru a avea o reprezentare conform celei din enunt) datorita proprietatilor TF de simetrie si periodicitate (perioada 2*pi). Utilitatea ferestrelor este aceea ca, aplicate raspunsului ideal, prin formula 4.4 din enunt (inmultite cu acesta) sa returneze un semnal cat mai apropiat de cel ideal. Cel ideal are lungime infinita (pe suport intreg). Se doreste extragerea e unei secvente finite pentru ca aceasta sa se poata reprezenta. In acelasi timp nu dorim modificarea raspunsului ideal. Inmultirea din formula 4.4 devine convolutie in domeniul frecventa. Stim ca elementul neutru al convolutiei este impulsul Dirac, asadar pentru a obtine o secventa finita ce poate fi reprezentata si cat mai apropiata de raspunsul ideal, TF a ferestrei trebuie sa fie cat mai similara impulsului Dirac. In mod inevitabil, spectrul original al datelor este distorsionat de catre cel al ferestrei, de aceea urmarim ca aceasta modificare sa fie cat mai mica.

$$H(e^{jw}) = Hid(e^{jw}) * F(e^{jw}) \qquad (1)$$

In acest scop se urmareste alegerea unei ferestre al carei spectru sa aiba un lob principal (la frecventa joasa) cat mai ingust si lobi secundari (la frecventa medie, inalta) cat mai atenuati. Cu o fereastra a carei TF este identica cu impulsul Dirac, spectrul datelor nu mai este distorsionat. Acest lucru este insa imposibil de obtinut din cauza principiului de incertitudine Gabor-Heisenberg. Astfel, se considera ca o fereastra buna este cea ce are o deschidere cat mai mica a lobului principal si o atenuare accentuata a celor paraziti.

Aceste proprietati sunt insa opuse.

Cu cat lobul principal este mai ingust, cu atat creste posibilitatea localizarii in frecventa a datelor. Acest lucru insa face ca energia spectrala a ferestrei sa se imprastie in lobii secundari, acuratetea amplitudinii scazand astfel. In mod similar se intampla si invers. Cu cat lobii paraziti (secundari) sunt mai atenuati, cu atat lobul principal este mai lat (energia spectrala se va acumula la joasa frecventa).

In concluzie, trebuie alese ferestrele care au “compromisul” cel mai bun intre aceste doua criterii (am explicat anterior imposibilitatea indeplinirii amandurora simultan). In acest scop, am realizat doua clasamente pentru ferestrele utilizate. Unul in care ferestrele sunt notate de la cea mai buna la cea mai putin performanta pe baza criteriului lobului principal, iar cel de-al doilea va fi destinat clasarii ferestelor in functie de amplitudinea lobilor secundari. Pentru aceasta am folosit functia matlab wvtool care ofera informatii legate de aceste doua aspecte, pentru fiecare fereastra. Pentru ferestrele cu parametru am variat corespunzator parametrul. Spre exemplu, pentru o fereastra de tip Rectangular, functia wvtool(f) va returna:

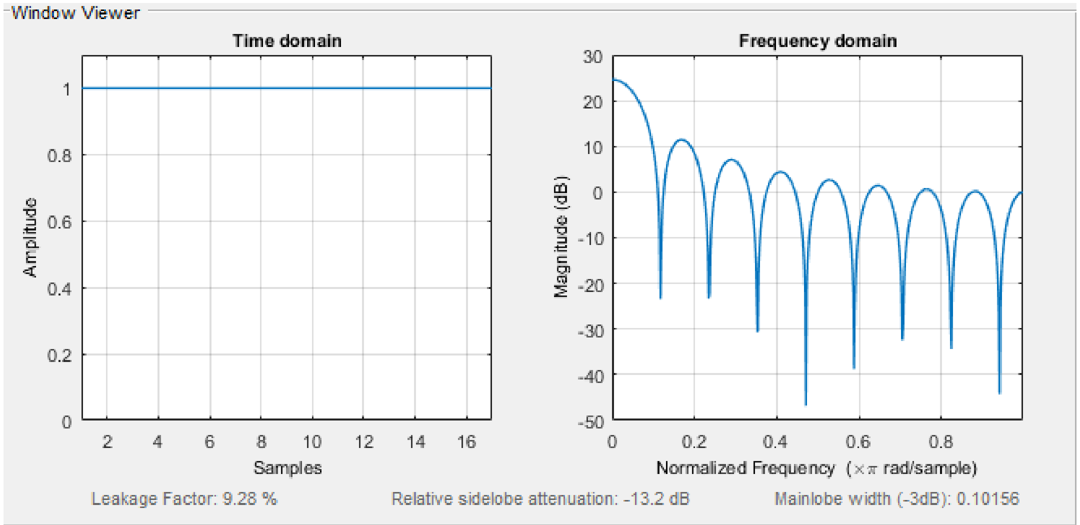

Fig 3.1.12 Evidentierea latimii lobului principal precum si a inaltimii celor secundari pentru ferestra Rectangulara.

Am procedat in mod analog si pentru celelalte ferestre, dar nu voi incarca raportul proiectului cu inca 20 de imagini de genul 3.1.12. Pentru vizualizarea tuturor parametrilor specifici ferestrelor, recomand rularea temei 1. Realizez in schimb cele doua clasamente:

Tab 3.1.1 Clasamentul ferestrelor in functie de latimea lobului principal

Numele ferestrei	**Latimea lobului principal**	**Nota**
Rectangular	0.10156	11
Triunghiular	0.14063	8
Blackman	0.20313	2
Chebyshev r = 80dB	0.1875	4
Chebyshev r = 90dB	0.19531	3
Chebyshev r = 95dB	0.20313	2
Chebyshev r = 100dB	0.20313	2
Hamming	0.15625	7
Hanning	0.15625	7
Kaiser beta = 1dB	0.10156	11
Kaiser beta = 3dB	0.125	10
Kaiser beta = 5dB	0.15625	7
Kaiser beta = 9dB	0.17969	5
Lanczos L = 0.5	0.13281	9
Lanczos L = 1	0.15625	7
Lanczos L = 2	0.1875	4
Lanczos L = 3	0.22656	1
Tukey alfa = 25%	0.125	10
Tukey alfa = 47%	0.14063	8
Tukey alfa = 78%	0.16406	6
Tukey alfa = 100%	0.17969	5

Pentru a evidentia inaltimea lobilor secundari, voi proceda in mod similar. Mentionez ca ferestrele cele mai bune vor fi cele care vor avea atenuarile cele mai mici deoarece atenuarea relativa a lobilor secundari se face fata de lobul principal. Cu alte cuvinte, atenuarea exprima cat de jos fata de lobul principal se afla lobii secundari (cel mai inalt dintre ei). Trec rezultatele intr-un tabel similar cu cel anterior. Voi obtine:

Tab 3.1.2 Clasamentul ferestrelor in functie de atenuarea relativa a lobilor secundari in raport cu lobul principal

Numele ferestrei	**Atenuarea relativa a lobilor secundari**	**Nota**
Rectangular	-13.2dB	1
Triunghiular	-25.8dB	8
Blackman	-58.5dB	16
Chebyshev r = 80dB	-80dB	17
Chebyshev r = 90dB	-90dB	18
Chebyshev r = 95dB	-95dB	19
Chebyshev r = 100dB	-100dB	20
Hamming	-39.7dB	13
Hanning	-31.5dB	10
Kaiser beta = 1dB	-14.8dB	3
Kaiser beta = 3dB	-25.6dB	7
Kaiser beta = 5dB	-38.3dB	11
Kaiser beta = 9dB	-50.3dB	14
Lanczos L = 0.5	-19.2dB	5
Lanczos L = 1	-26dB	9
Lanczos L = 2	-39.6dB	12
Lanczos L = 3	-53.4dB	15
Tukey alfa = 25%	-13.6dB	2
Tukey alfa = 47%	-14.9dB	4
Tukey alfa = 78%	-20.3dB	6
Tukey alfa = 100%	-31.5dB	10

Astfel, adunand punctajele obtinem:

Tab 3.1.3 Punctajele celor 9 ferestre

Numele ferestrei	**Punctaj**
Rectangular	12
Triunghiular	16
Blackman	18
Chebyshev r = 80dB	21
Chebyshev r = 90dB	21
Chebyshev r = 95dB	21

Chebyshev r = 100dB	22
Hamming	20
Hanning	17
Kaiser beta = 1dB	14
Kaiser beta = 3dB	17
Kaiser beta = 5dB	18
Kaiser beta = 9dB	19
Lanczos L = 0.5	14
Lanczos L = 1	16
Lanczos L = 2	16
Lanczos L = 3	16
Tukey alfa = 25%	12
Tukey alfa = 47%	12
Tukey alfa = 78%	12
Tukey alfa = 100%	15

Am marcat fereastra castigatoare cu rosu. Rezultatul arata ca o fereastra de tip Cebyshev (cu parametrul 100dB) este cea care are un spectru cat mai apropiat de impulsul Dirac. Se observa ca ferestrele de tip Cebyshev au cele mai mari punctaje, urmate de Kaiser, Blackman, Hamming.

Tema 2

Subpunctul a

Pentru acest subpunct am creat filtre cu comanda fir1 pentru toate ferestrele utilizate in cadrul exercitiului precedent. Am reprezentat in fiecare figura, cu linie punctata rosie, caracteristica filtrului ideal. Am calculat amplitudinea raspunsului in frecventa a fiecarui filtru si am reprezentat-o grafic asa cum urmeaza:

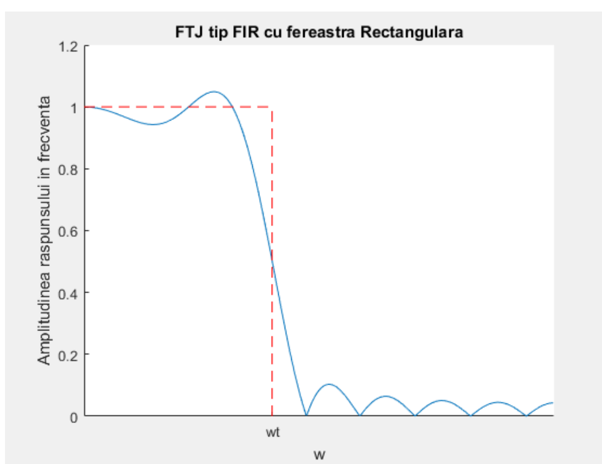

Fig 3.2.1 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Rectangulara

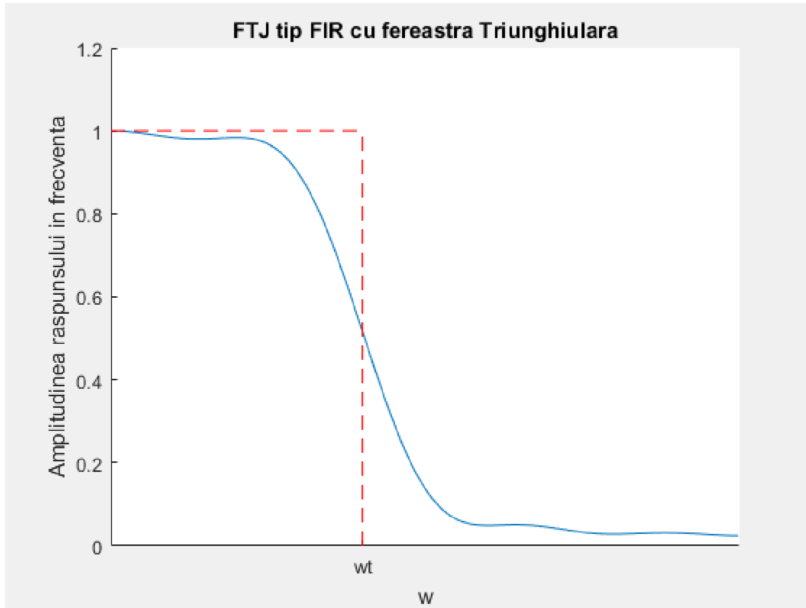

Fig 3.2.2 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Rectangulara

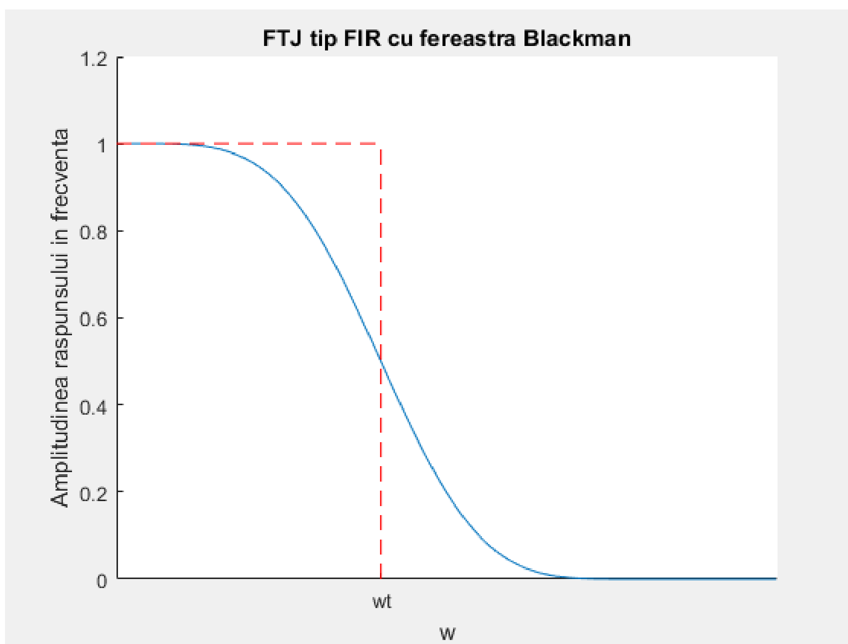

Fig 3.2.3 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Blackman

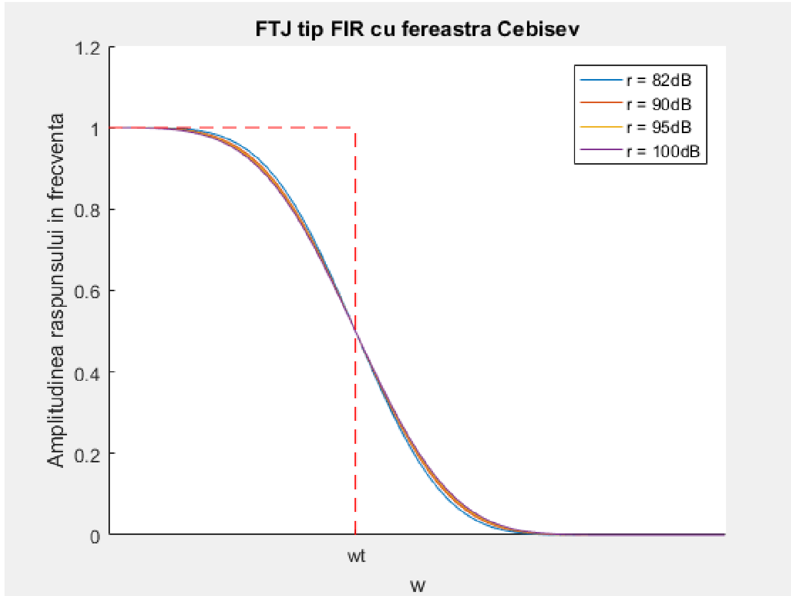

Fig 3.2.4 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Cebyshev

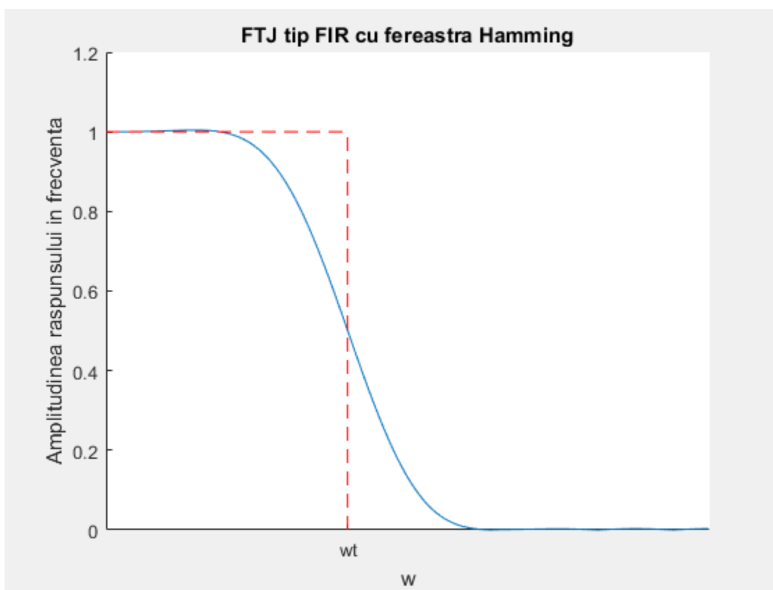

Fig 3.2.5 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Hamming

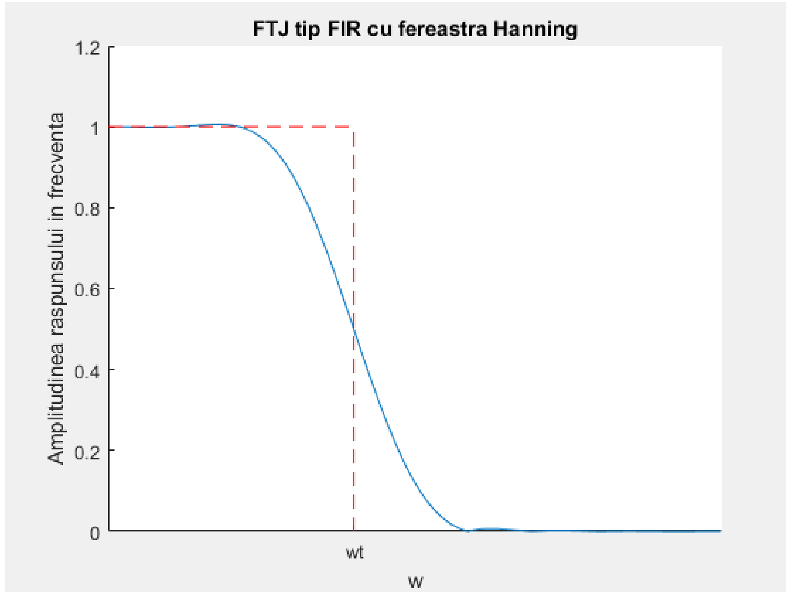

Fig 3.2.6 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Hanning

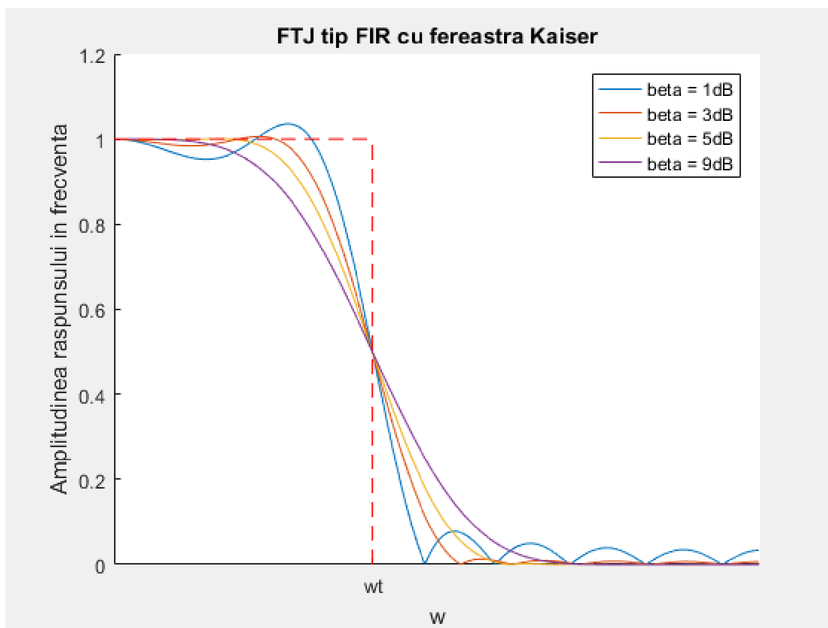

Fig 3.2.7 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Kaiser

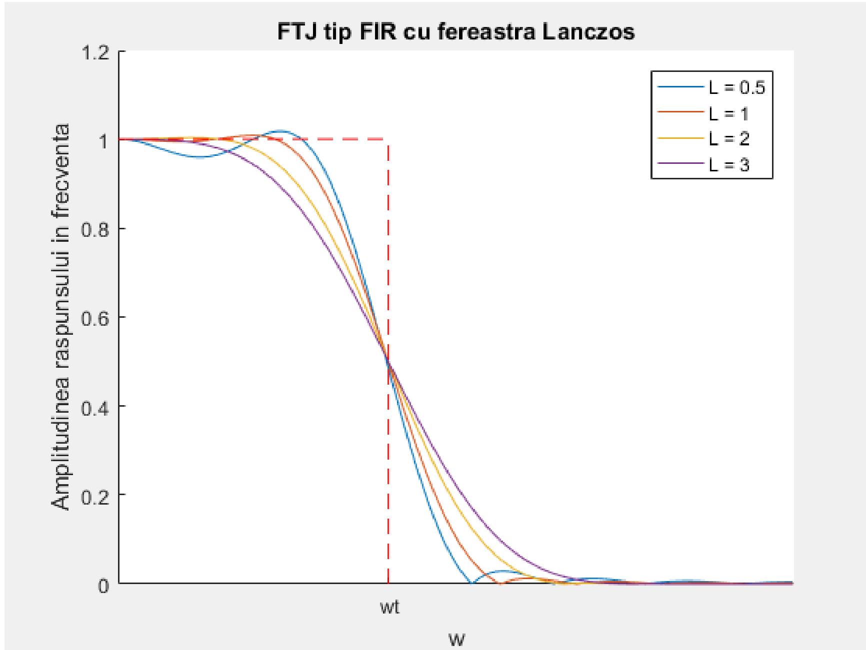

Fig 3.2.8 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Lanczos

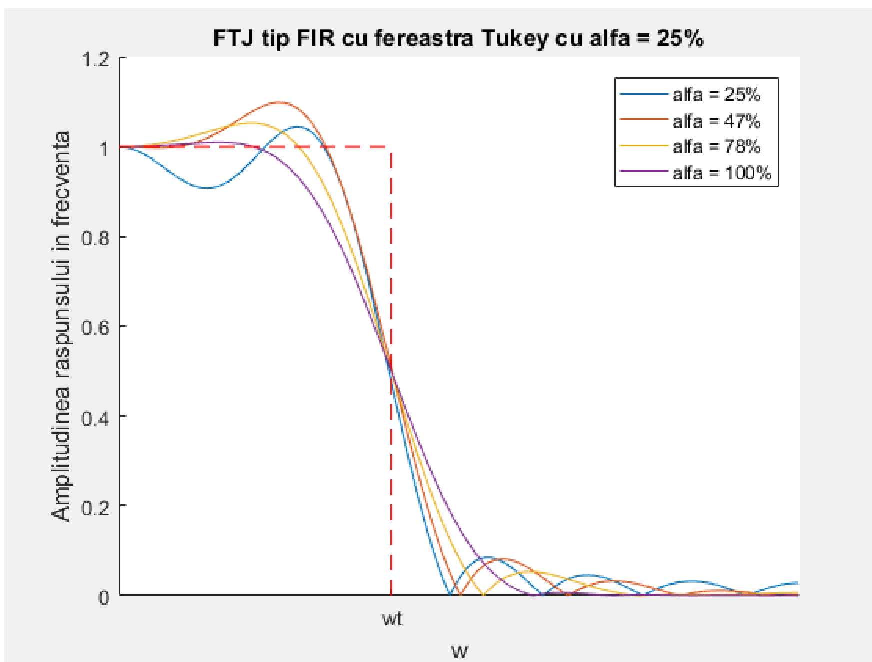

Fig 3.2.9 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru realizat cu o fereastra Tukey

Se observa in figurile reprezentate anterior ca raspunsurile cu atenuare mare in banda de trecere au benzi de tranzitie largi, in timp ce cele cu benzi de tranzitie inguste au atenuari mici. Acest lucru este cauzat de convolutia din formula (1). Spectrul filtrului ideal este un FTJ ideal. Convolutandu-l pe acesta cu spectrul TF a ferestrei, vor aparea inevitabil distorsiuni. Cum influenteaza spectrul TF a ferestrei distorsiunile din amplitudinea filtrului obtinut? Stim ca operatia de convolutie va da in acest caz cantitatea de suprapunere a TF a ferestrei cand e shiftata pe raspunsul ideal. Inainte de inceputul operatiei de convolutie semnalele vor arata astfel:

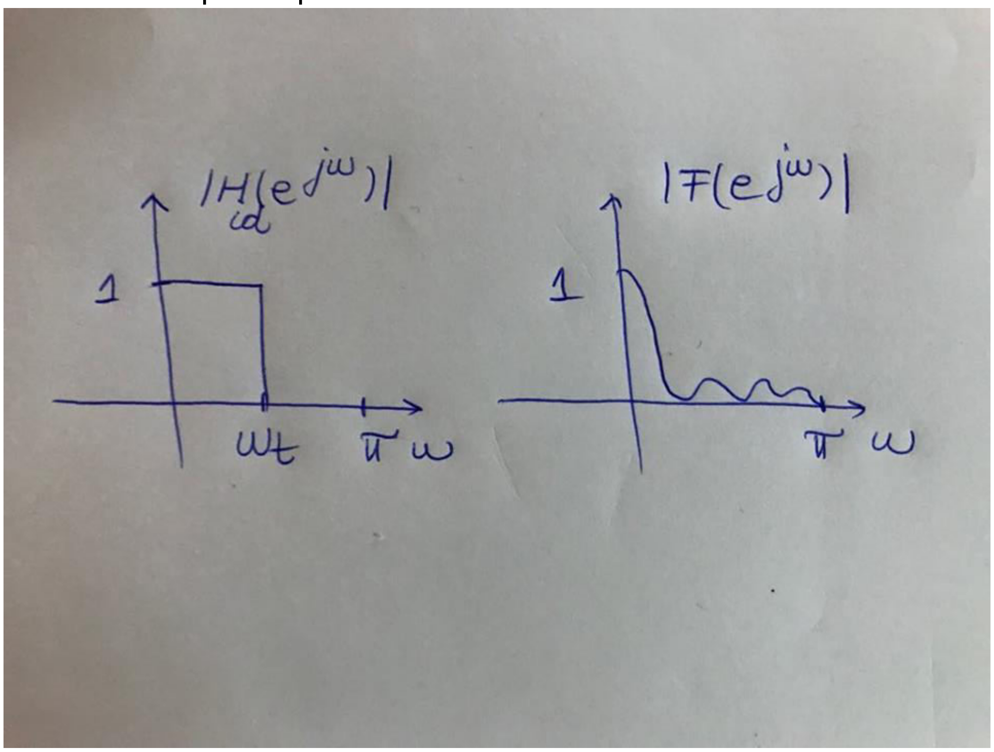

Fig 3.2.10 Amplitudinile caracteristicilor de frecventa pentru un filtru ideal si o fereastra aleasa random. Explicatie convolutie

Cand se va incepe operatia de convolutie spectrul ferestrei se va translata, iar pe masura ce acesta se shifteaza, se calculeaza aria de sub produsul H(e^jw) * F(e^jw). Aria aceasta se va modifica in mod constant deoarece fereastra nu are forma ideala a unui impuls Dirac. Pe masura ce lobii secundari trec de marginea din wt (discontinuitatea din frecventa de taiere), vor avea loc fluctuatii dese de arie intr-un interval relativ scurt (din cauza formei acestora) lucru ce va conduce la aparitia ondulatiilor. (atat in banda de trecere cat si in banda de stopare).

Tot din modalitatea de efectuare a convolutiei este intuitiv de afirmat ca un lob principal mai larg va conduce la o banda de tranzitie mai larga (unui lob principal mai larg ii va lua mai mult timp sa se shifteze pe zona lui H ideal in care amplitudinea acestuia este 1). Astfel, putem afirma ca un lob principal larg inseamna banda de tranzitie larga, in timp ce un lob principal ingust inseamna banda de tranzitie ingusta. Cu ce afecteaza totusi acest lucru atenuarile? Raspunsul consta in explicatiile oferite la Tema 1. Un lob principal mai larg presupune lobi secundari de inaltimi reduse, in timp ce un lob principal ingust presupune lobi secundari de inaltimi semnificative (energia spectrala a ferestrei se imprastie in lobii secundari). Am vazul din fenomenul de convolutie ca prezenta lobilor secundari cauzeaza aparitia ondulatiilor. Asadar:

- Banda de tranzitie larga = latime mare a lobului principal = lobi secundari mici = (din convolutie) ondulatii reduse = atenuare mare
- Banda de tranzitie ingusta = latime mica a lobului principal = lobi secundari mari = (din convolutie) ondulatii mari = atenuare mica

Si de aceasta data avem doua criterii opuse ce trebuie indeplinite fiecare cat mai bine. Primul este : atenuari mari, al doilea : banda de tranzitie ingusta. Se observa ca fiecare o banda de tranzitie ingusta de obtine pentru filtrele proiectate cu ferestre : Rectangular, Tukey, Lanczos, Kaiser. In ciuda benzilor inguste, ele au atenuari mici, ondulatiile fiind vizibile. Pe de alta parte filtrele proiectate cu ferestre Cebyshev, Triunghiular, Blackman, Hamming, Hanning prezinta atenuari mari in banda de trecere, dar totusi benzile de tranzitie devin mai largi.

Este greu in aceasta situatie de ales cel mai bun filtru. Decizia ar trebui sa se faca in functie de problema de proiectare data inspre rezolvat.

Subpunctul b

Conform rezultatelor de la tema 1, am ales fereastra Cebyshev cu parametru r = 100dB pentru care, mentinand wt constant, am marit ordinul filtrului la valorile M = 24 si apoi M = 32. Se obtine:

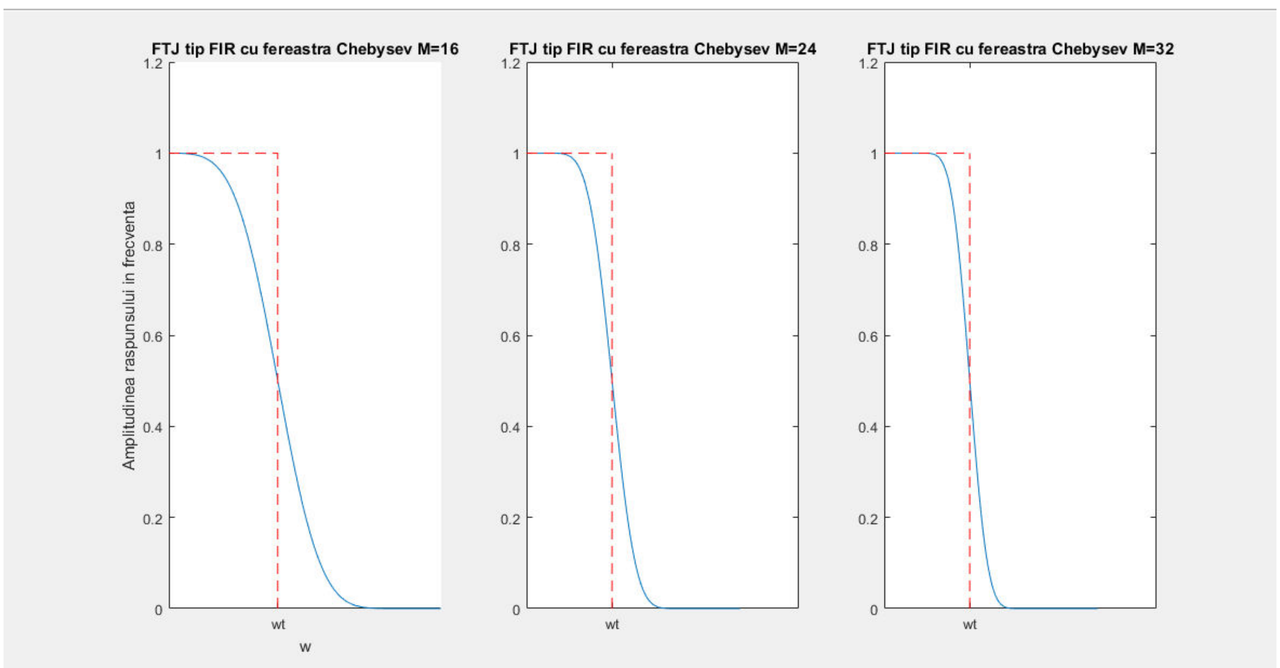

Fig 3.2.11 Amplitudinile caracteristicilor de frecventa ale filtrelor realizate cu fereastra de tip Cebyshev pentru M = 16, M = 24, M = 32

Se observa ca daca M creste, raspunsul se apropie mai mult de unul ideal. Acest lucru se datoreaza faptului ca odata cu cresterea lui M va creste si rezolutia spectrului TF a ferestrei utilizate. Astfel lobul principal va deveni mai ingust. Acesta se va apropia din ce in ce mai mult de impulsul Dirac. Astfel, va creste precizia localizarii datelor in frecventa, fapt ce va conduce la o reprezentare a amplitudinii filtrului cat mai apropiata de cea ideala.

Tema 3

Subpunctul a

In cadrul acestui subpunct am redactat o functie Matlab care primeste ca argumente raspunsul la impuls al unui filtru FIR si frecventele wb si ws ce definesc benzile de trecere, respectiv stopare. Functia calculeaza si returneaza abaterile amplitudinii raspunsului in frecventa fata de 1 in banda de trecere ([0,wb]) si fata de 0 in banda de stopare ([ws,pi]) dupa formulele expuse in enuntul temei. Cu alte cuvinte, calculeaza diferenta dintre filtrul analizat si filtrul ideal pentru fiecare dintre cele doua benzi (trecere, stopare). Mentionez ca valorile pentru wb si ws trebuie sa fie subunitare (frecventele sa fie normalizate) pentru a respecta conditia wb < wt < ws. Acest lucru este cauzat de faptul ca functia Matlab fir1 nu accepta ca parametru un wt > 1. Dorind sa respect in continuare conditia precizata, le-am inmultit pe toate mai apoi cu pi pentru o reprezentare grafica corecta.

Subpunctul b

Rutina creata in cadrul subpunctului b foloseste functia redactata anterior pentru proiectarea unui FTJ de tip FIR care sa resolve PPFTI cu tolerante impuse. Ea primeste ca argumente frecventa de trecere wb, frecventa de stopare ws si cele doua maxime admise delta_b (in banda de trecere) si delta_c (in banda de stopare)

In cadrul functiei de alege un M, un wt si o fereastra f. Se construieste filtrul h, iar apoi se apeleaza rutina de la subpunctul a care va returna abaterile filtrului creat fata de cel ideal. Daca acestea sunt mai mici decat cele impuse, inseamna ca filtrul respecta cerintele de proiectare, in caz contrar, se va afisa un mesaj care va informa utilizatorul asupra abaterilor ce nu respecta conditiile cerute. Functia nu returneaza nicio valoare, dar in schimb ploteaza raspunsul in frecventa al filtrului creat, impreuna cu limitele in care acesta trebuie sa se incadreze si afiseaza mesaje corespunzatoare cazurilor in care filtrul este bun, respectiv trebuie reproiectat. Ordinul M, fereastra f si valoarea wt se pot modifica manual din interiorul functiei in cautarea unui filtru mai bun. Analog exercitiului anterior, precizez ca wb si ws se vor da ca fiind 0.3 si 0.5 (de exemplu) in loc de 0.3*pi si 0.5*pi in scopul respectarii conditiei wb < wt < ws. Ele vor fi inmultite apoi cu pi pentru o reprezentare grafica corecta.—

Spre exemplu pentru ***wt = 0.4, M = 15 si f = kaiser(M+1,2)***, functia va afisa:

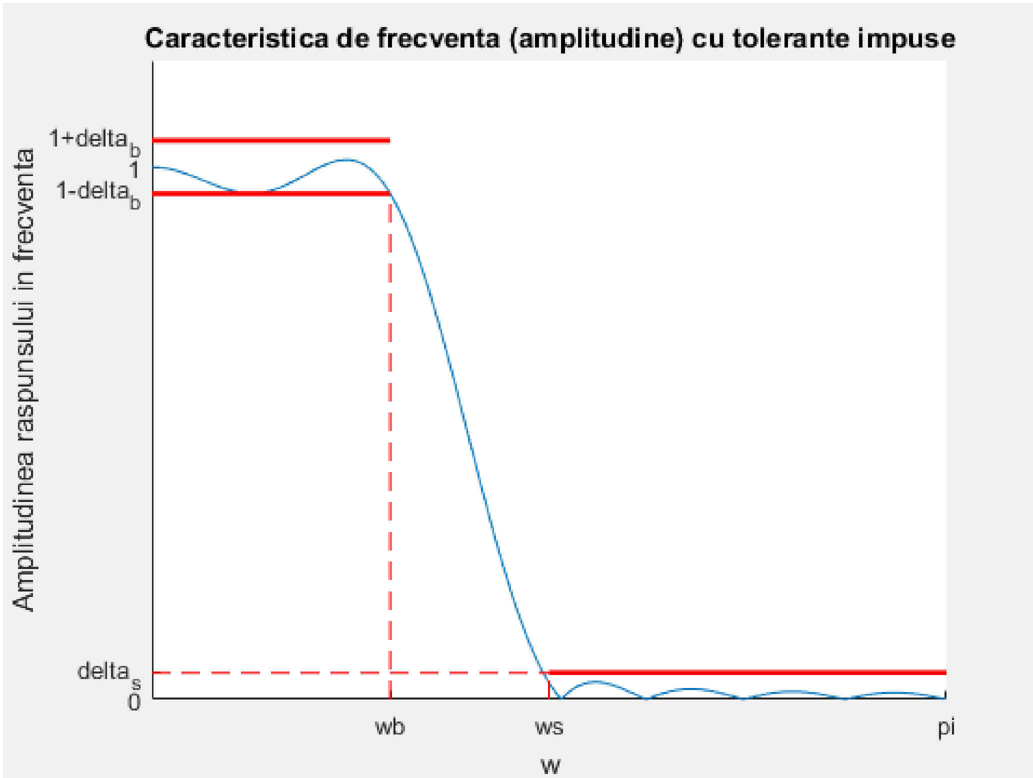

Fig 3.3.1 Exemplul 1 de output al rutinei de la Tema 3, subpunctul b pentru wt = 0.4, M = 15 si f = kaiser(M+1,2)

In Matlab se va afisa urmatorul mesaj:

Filtrul respecta abaterea din banda de trecere
Filtrul respecta abaterea din banda de stopare

Daca modific acum M = 14, rezultatul va fi urmatorul:

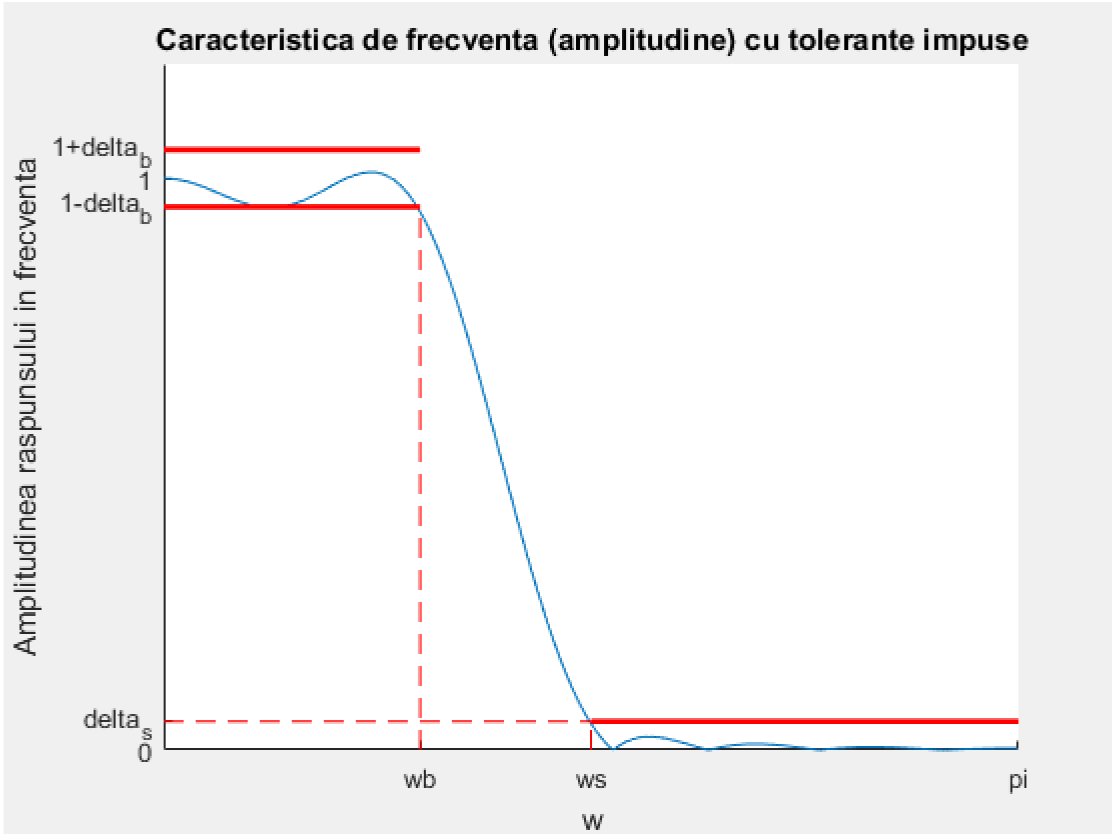

Fig 3.3.2 Exemplul 2 de output al rutinei de la Tema 3, subpunctul b pentru wt = 0.4, M = 14 si f = kaiser(M+1,2)

In Matlab se va afisa urmatorul mesaj:

Filtrul nu respecta abaterea din banda de trecere, trebuie reproiectat
Filtrul respecta abaterea din banda de stopare

Intr_adevar, cu un zoom pe Fig 3.3.2 se obtine:

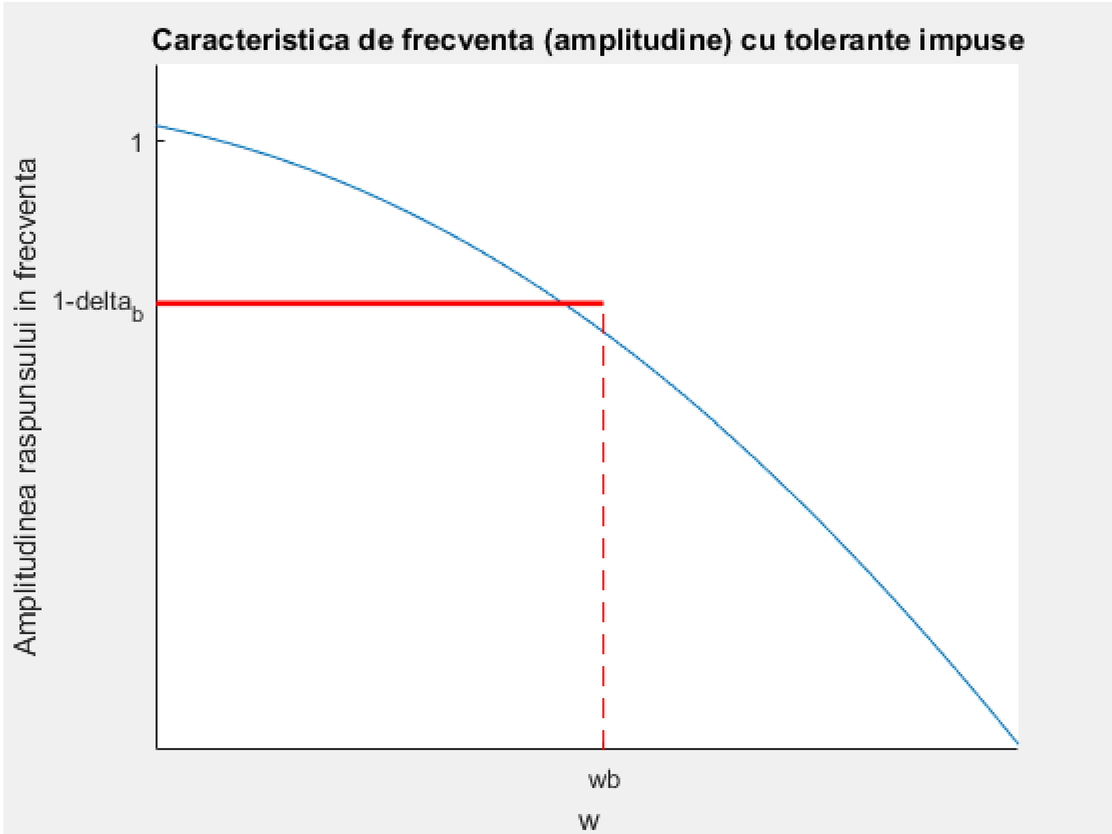

Fig 3.3.3 Zoom pentru figura 3.3.2. Filtrul incalca toleranta impusa

Tema 4

Pentru a rezolva problema propusa, am creat o rutina care va primi ca argumente datele de proiectare wb, ws, delta_b si delta_s si va returna:

- Vectorul ordin_min de lungime 9: contine pe fieacare pozitie ordinul minim obtinut pentru fereastra corespunzatoare pozitiei. 1 – Rectangular, 2 – Trinughiular, etc (se respecta ordinea prezentarii lor in indrumarul de laborator)
- Vectorul wt_min de lungime 9: contine pe fiecare pozitie, frecventa de taiere in care se atinge minimul din ordin_min si abaterea minima din abatere_min
- Vectorul abatere_min de lungime 9: contine pe fiecare pozitie abaterea minima (delta_b_c + delta_s_c) ce se obtine pentru ordinul minim corespunzator
- Un mesaj ce contine numele celui mai bun filtru, ordinul acestuia, frecventa de taiere pe care se atinge minimul si abaterea_minima

Rutina foloseste functiile implementate in cadrul temei 3, doar ca in loc de cea de la tema 3 subpunctul b, va folosi varianta sa adaptata tema3_subpunctul_b_adap.m. In acest fisier se intampla aceleasi lucruri ca in cel prezentat la tema 3, doar ca in urma rularii acestuia nu se va mai plota amplitudinea caracteristicii in frecventa a filtrului utilizat. Va returna 1 in cazul in care filtrul respecta tolerantele impuse si 0 in rest. Am considerat irelevanta si consumatoare de timp afisarea de grafice la fiecare iteratie din tema 4 (unde exista o multitudine), acesta fiind motivul pentru care am adaptat functia la noile cerinte, si anume doar de a stii daca filtrul indeplineste conditiile cerute sau nu. Va returna de asemenea si valorile calculate ale abaterilor utile mai apoi in determinarea abaterii minime. De asemenea, tema3_subpunctul_b_adap va folosi ca parametri de intrare si M, wt si f, variabile de care performantele unui filtru depind.

Astfel, voi descrie algoritmul implementat in scopul aflarii celui mai bun filtru.

<u>Pas 1</u> : Initializez vectorii argumente de iesire cu 0

<u>Pas 2</u> : Pentru fiecare fereastra variez M si wt in scopul obtinerii filtrului de ordin minim. Astfel, pentru o valoare a lui M, variez wt intre wb si ws. Pentru fiecare combinatie astfel obtinuta de M si wt, apelez functia tema3_subpunctul_b_adap. Aceasta returneaza 1 in cazul in care combinatia M, wt si fereastra indeplineste criteriile impuse. Se salveaza M in vectorul ordin_min pe pozitia corespunzatoare ferestrei utilizate, wt in wt_min si delta_b_c + delta_s_c in abatere_min. M devine M-1 si procedura de reia. Daca nu se gaseste un M mai mic decat cel obtinut iteratia se sfarseste iar rutina trece la executia iteratiei urmatoare (corespunzatoare ferestrei urmatoare). In cazul ferestrelor cu parametru, il voi varia si pe acesta in scopul obitnerii unui rezultat cat mai corect, unui filtru cat mai performant.

<u>Pas 3</u> : Dupa ce programul a parcurs in mod analog pasului 2 si celelalte ferestre,
verific in vectorul ordin_min care este ordinul minim obtinut. Salvez pozitiile pe care se afla minimul, sau minimele in caz ca sunt mai multe ferestre pentru care s-au obtinut filtre de ordine minime egale in vectorul window si trec la pasul urmator

<u>Pas 4</u> : Parcurg vectorul window si stochez in vectorul cea_mai_mica_abatere valorile abaterilor corespunzatoare filtrelor care au iesit la egalitate dpdv al ordinelor.

<u>Pas 5</u> : Calculez minimul vectorului cea_mai_mica_abatere. = abatmin

<u>Pas 6</u> : Parcurg vectorul cea_mai_mica_abatere si atunci cand gasesc minimul acestuia, stochez pozitia sa in variabila winner

<u>Pas 7</u>: In functie de valoarea lui winner (1 – Rectangular, 2 – Triunghiular, etc), afisez un mesaj de tipul:

Cel mai bun filtru este cel proiectat cu o fereastra Kaiser de ordin 15 cu o frecventa de taiere wt = 0.4 cu o abatere de 0.082039 si pentru parametrul beta de valoare 2

Tema 5

In cadrul temei, am proiectat filtre cu ajutorul tuturor ferestrelor utilizate pana acum, cu ordinul M si frecventa de taiere wt = pi/2; Am procedat in aceeasi maniera ca la tema2. Am modificat doar datele precizate. Se obtin rezultatele:

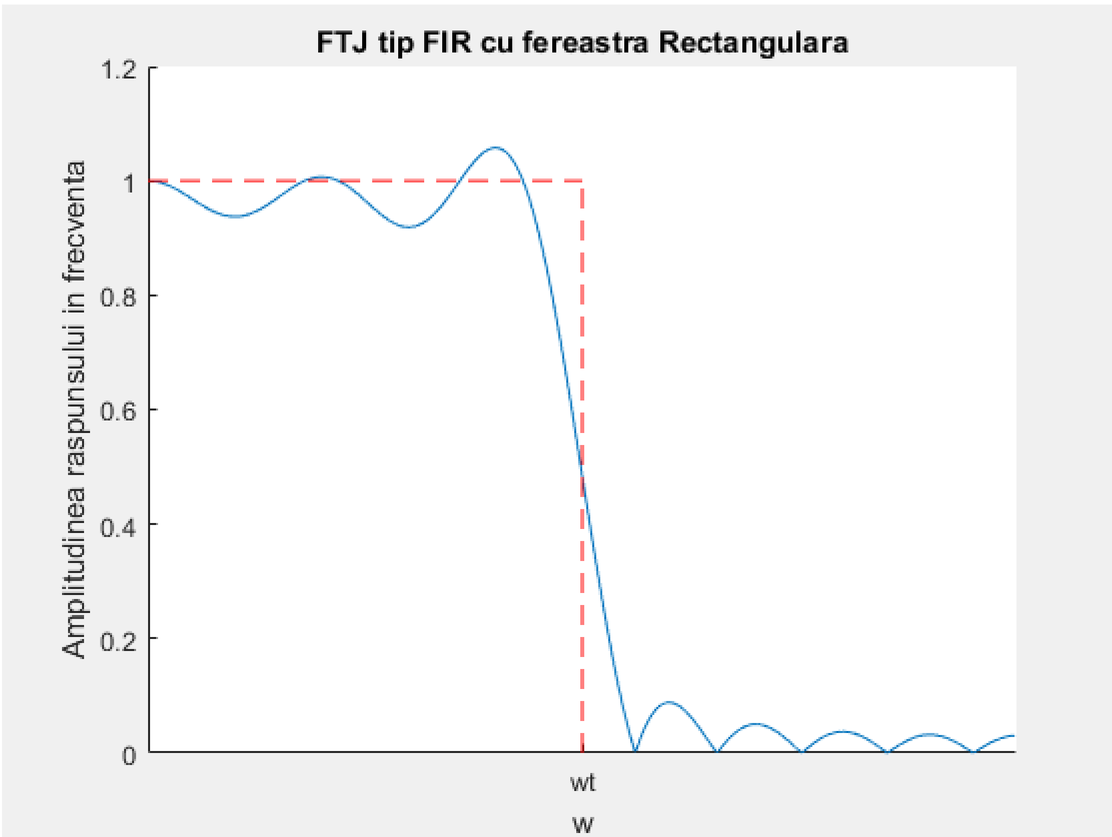

Fig 3.5.1 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Rectangulara

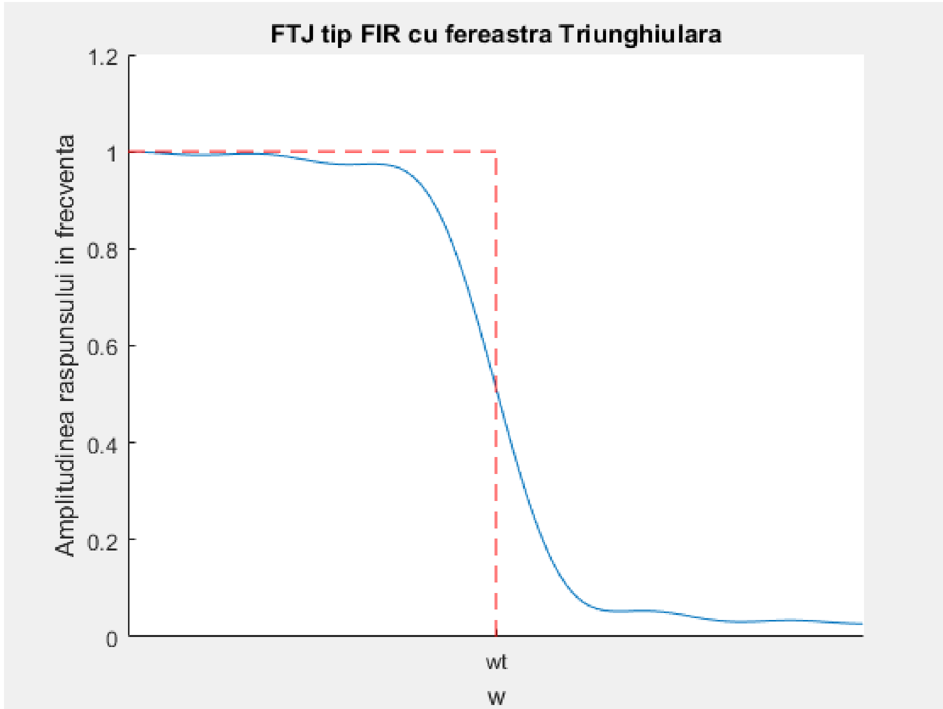

Fig 3.5.2 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Triunghiulara

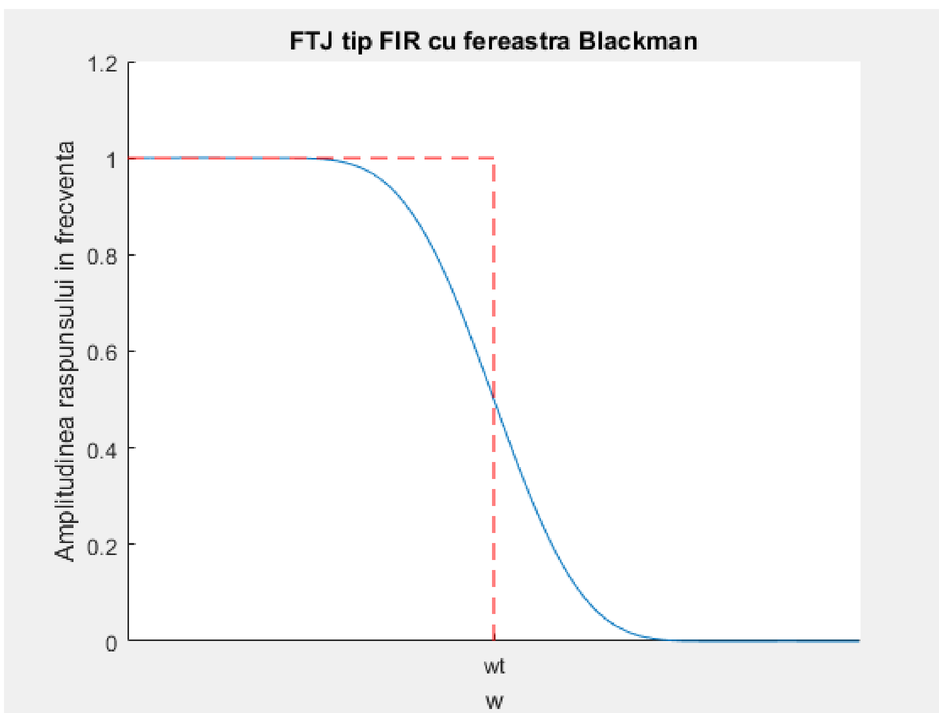

Fig 3.5.3 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Blackman

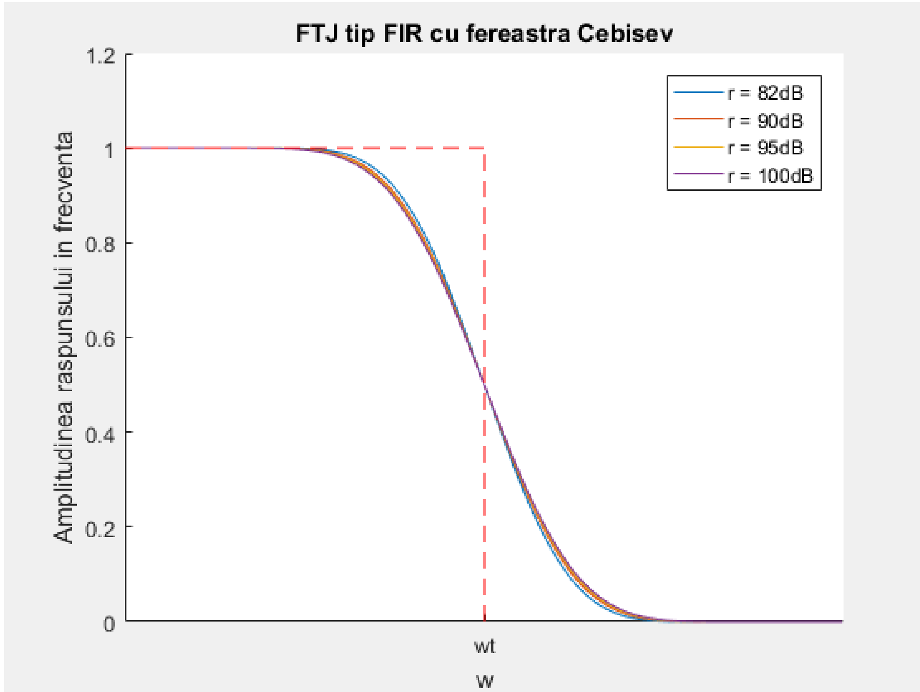

Fig 3.5.4 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Cebyshev

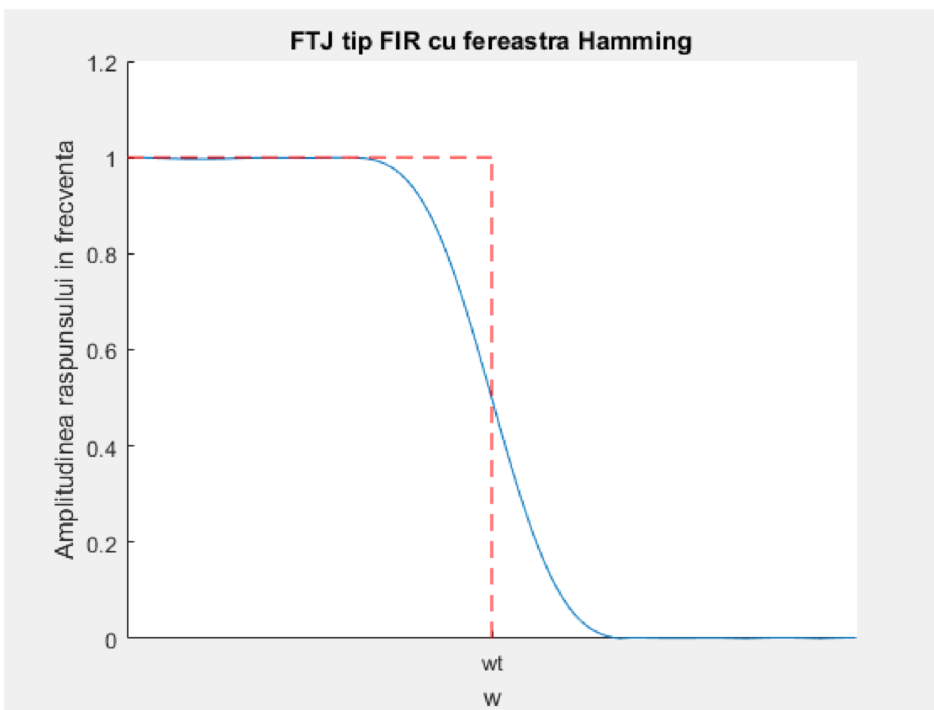

Fig 3.5.5 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Hamming

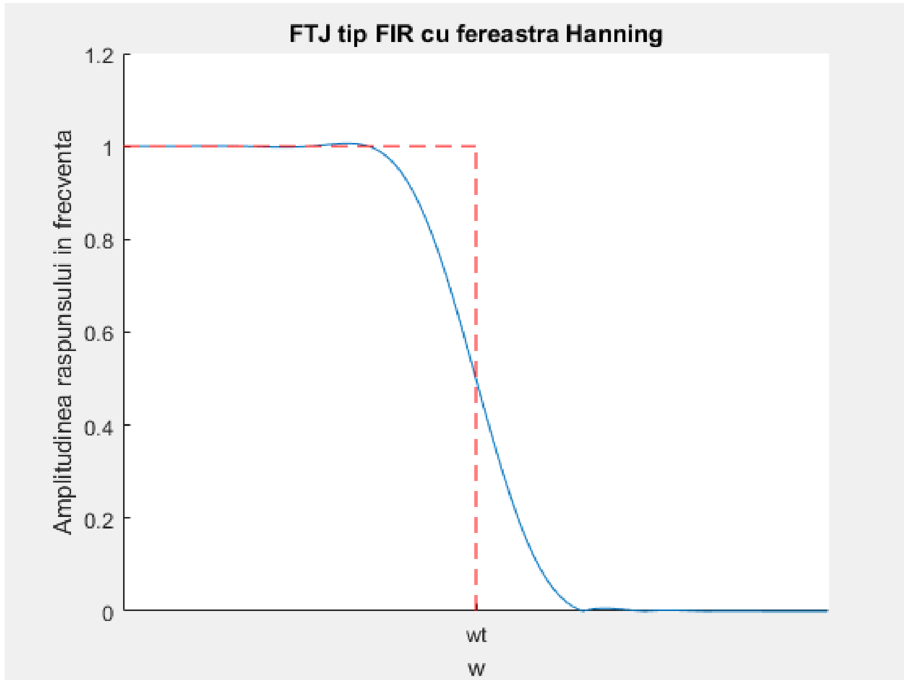

Fig 3.5.6 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Hanning

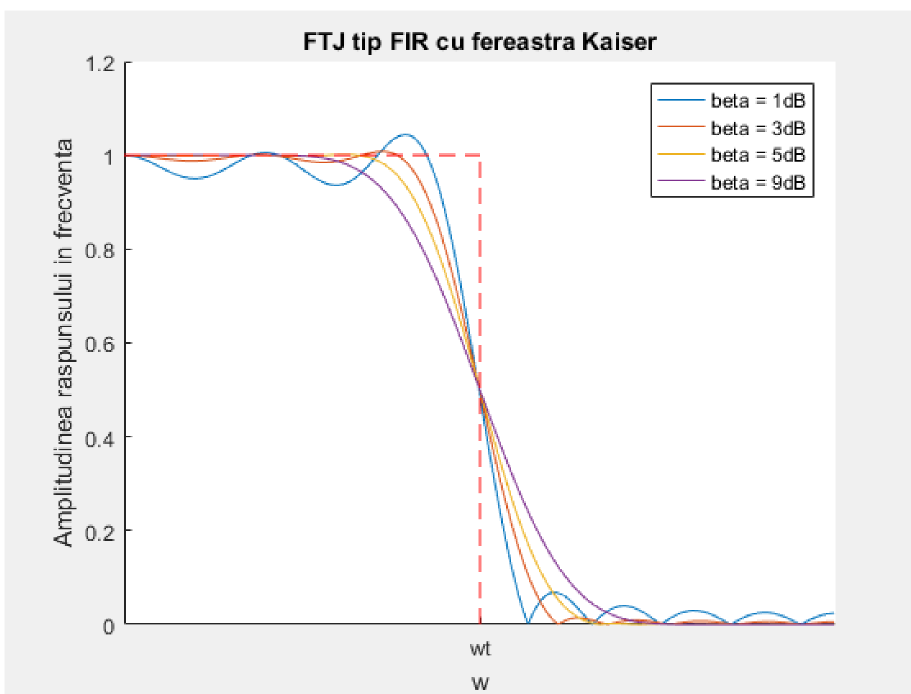

Fig 3.5.7 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Kaiser

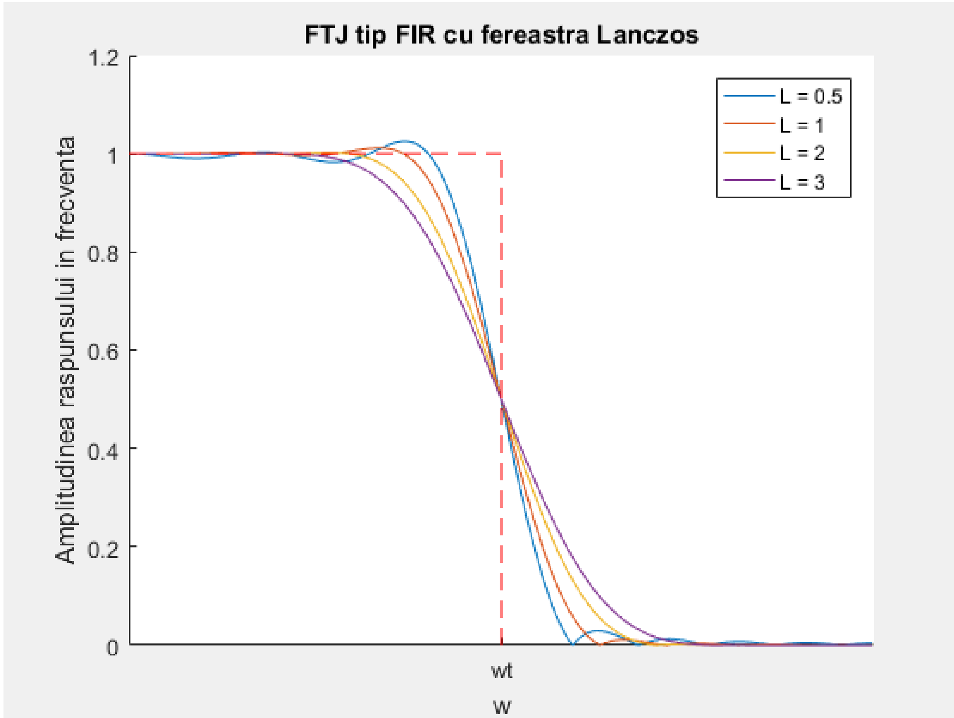

Fig 3.5.8 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Lanczos

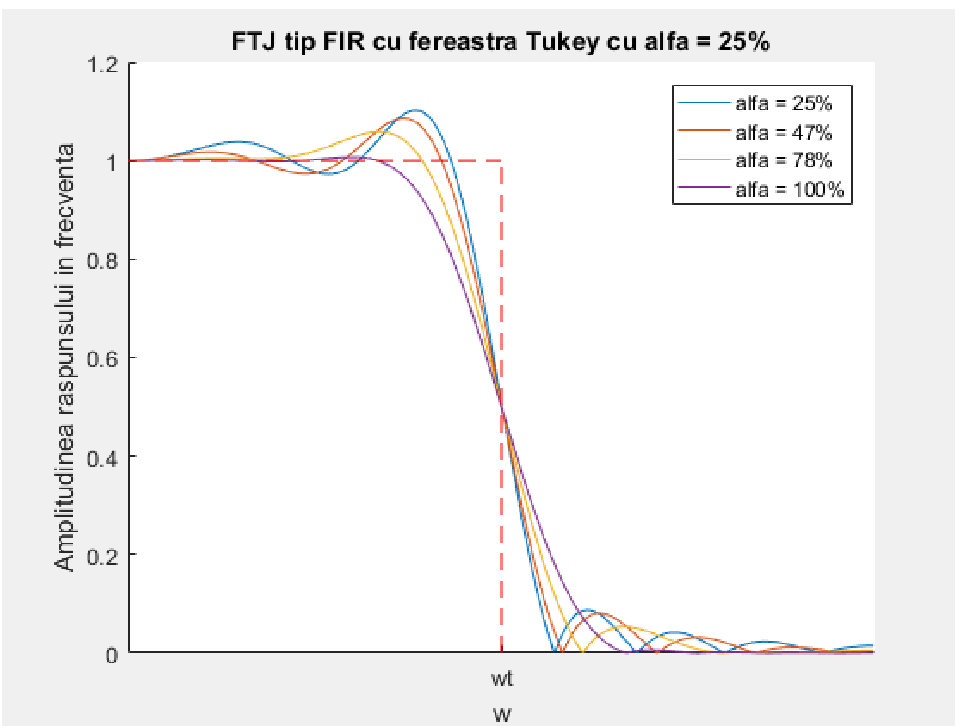

Fig 3.5.9 Amplitudinea caracteristicii de frecventa pentru un filtru nestandard realizat cu o fereastra Tukey

Constructia filtrului nestandard pune in evidenta aparitia fenomenului de ondulatie, in special pentru filtrele proiectate cu ferestre Rectangular, Tuckey, Lanczos, Kaiser. Faptul ca ondulatiile sunt mai proeminente pentru aceste ferestre inseamna ca ele au benzi de tranzitie mai inguste, asa cum am explicat si in cadrul temei 2. Diferenta in acest caz consta in faptul ca ordinul M este mai mare, raspunsurile in frecventa sunt mai apropiate de cel ideal, iar wt are o valoare diferita, egala cu pi/2 (orice sin de multiplu al lui pi/2 poate fi doar -1, 0 sau 1, acestu lucru infulenteaza formula 4.3 din pdful cu enuntul temei care este utilizata mai apoi la construirea filtrelor cu ajutorul ferestrelor). O alta explicatie a aparitiei ondulatiilor este provocata de fenomenul Gibbs. Fenomenul Gibbs are loc atunci cand se doreste aproximarea unei discontinuitati, ca cea a FTJ ideal, cu nu numar finit de termeni. Ondulatiille cele mai mari se intalnesc in punctele in care se produce discontinuitatea, mai exact la trecerea din 1 in 0.

De asemenea, cu cat discontinuitatea este mai abrupta, cu atat ondulatiile din punctele de discontinuitate sunt mai mari. Se observa astfel ca la o fereastra Rectangulara, Lanczos, Kaiser, unde forma ferestrei presupune o discontinuitate abrupta, pentru filtrele proiectate cu ajutorul acestor ferstre, ondulatiile sunt mai proeminente. Fereastra de tip Blackman de exemplu, care are o disconuitate lina, nu va produce aproape deloc ondulatii. Totusi aceste tipuri de ferestre duc la filtre cu atenuari mari si au dezavantajele lor cauzate de benzile de tranzitie largi (asa cum am mentionat si in cadrul temei 2).

In cadrul wt = pi/2 ondulatiile sunt mai vizibile decat in cadrul temei 2. Filtrul ideal presupune o valoare 1 pana si inclusiv in wt, apoi 0. Filtrele realizate (cazul ideal nefiind realizabil fizic) incearca sa se apropie de acesta. Cresterea frecventei de taiere inseamna ca filtrul trebuie sa coboare mai repede de la 1 la 0, deoarece in pi el trebuie sa fie deja 0. Astfel, el va avea o banda de tranzitie mai ingusta, fapt ce va duce la aparitia ondulatiilor mai proeminente (am explicat aceasta dependenta in detaliu in cadrul Temei 2).

Concluzii

In urma rezolvarii cerintelor propuse, se observa ca Metoda ferestrei este o metoda importanta in domeniul Prelucrarea Semnalelor. Dandu-se un semnal ideal infinit, se aplica o fereastra care va extrage un numar finit de valori cu scopul posibilitatii de a reprezenta si a analiza semnalul initial. Totusi, fereastra nu trebuie sa altereze spectrul semnalului initial. Cazul ideal in care spectrul sa nu fie distorsionat nu este realizabil fizic, insa ferestrele analizate in cadrul lucrarii ofera posibilitatea obtinerii unui rezultat cat mai apropiat de cel ideal.

Este greu de spus care este cea mai buna fereastra. Comporomisurile exista pentru fiecare dintre cele 9 expuse in lucrarea curenta. Astfel, alegerea unei ferestre pentru rezolvarea unei probleme reale se va baza strict pe cerintele de proiectare specifice acesteia.

Bibliografie

[1] Abdelhak Zoubir, *Digital Signal Processing, Technische Universitat Darmstadt*, 2016

[2] Dan Stefanoiu, *Introducere in Prelucrarea Numerica a Semnalelor – Note de curs*, Universitatea “Politehnica” Bucuresti Facultatea de Automatica si Calculatoare, 11.12.2002

[3] Dan Stefanoiu, Bogdan Dumitrescu, Alexandru Dumitrascu, *Prelucrarea Semnalelor – Indrumar de laborator*, 2016

[4] https://www.youtube.com/watch?v=1N94cQYPZmU

[5] www.zone.ni.com