

# **ARHITECTURA SISTEMELOR DE CALCUL - CURS 0x03**

**ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ ȘI  
CIRCUITE COMBINAȚIONALE**

Cristian Rusu

# DATA TRECUTĂ

- am discutat despre conceptul de informație
- am văzut cum măsurăm informația
- am calculat entropia lui Shannon
- am văzut algoritmul Huffman pentru codarea variabilă a datelor
- am folosit distanța Hamming între două șiruri de biți
- azi, vom vedea cum implementăm acești biți în circuite

# CUPRINS

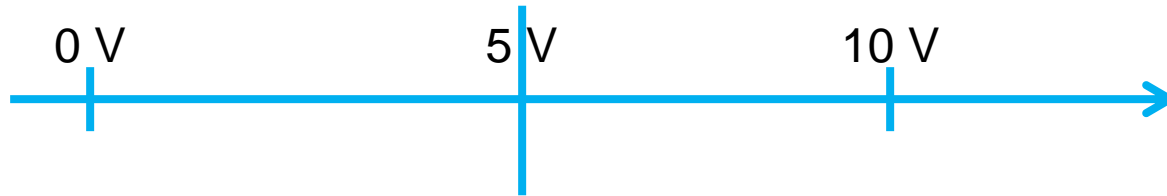
- **abstractizarea digitală**
- **circuite digitale**
- **tranzistorul**
- **circuite combinaționale**
- **referințe bibliografice**

# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

- **avem nevoie de o reprezentare fizică a biților**
- **avem nevoie de o metodă de stocare**
- **ce caracteristici am dori?**
  - să se poată stoca mulți biți
  - să fie ieftin să stocăm per bit, pentru că avem mulți
  - să fie o reprezentare stabilă (să nu dispară sau să se degradeze în timp)
  - să îi putem manipula ușor
- **soluția: folosim proprietăți electrice**
  - de obicei voltaj
  - dar voltajul are valori continue (majoritatea efectelor în natură sunt continue) iar noi vrem binar
  - avem nevoie de o metodă de cuantizare

# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

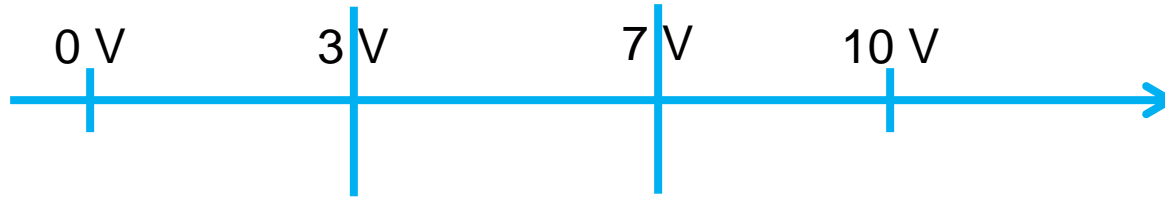
- de la continuu la digital



- cea mai simplă idee: avem un voltaj maxim care poate să fie atins: deci de la 0V la 5V codăm “0” iar de la 5V la 10V avem “1”
- ce dificultăți avem în această situație?
  - e dificil să înțelegem ce se întâmplă în jurul lui 5V

# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

- de la continuu la digital



- o soluție puțin mai sofisticată: avem două limite
- de data asta: “0” este între 0V și 3V iar “1” este între 7V și 10V
- intervalul între 3V și 7V este un “no man’s land”
  - nu putem decide voltajul
  - așteptăm stabilizarea la o valoare  $< 3V$  sau  $> 7V$

**Atenție:** sistemul nu este perfect, la 3V suntem “0” dar un zgomot de doar 4V din acest punct ne poate duce la 7V, deci “1”

# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

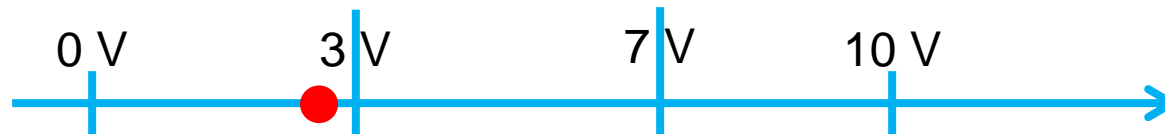
- de la continuu la digital

- în cele mai multe cazuri, vom conecta dispozitive digitale între ele



- de exemplu:

- primul circuit scoate un “0”, dar la limita superioară



- vedeți o potențială problemă?

**Atenție:** sistemul nu este perfect, la 3V suntem “0” dar un zgomot de doar 4V din acest punct ne poate duce la 7V, deci “1”

# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

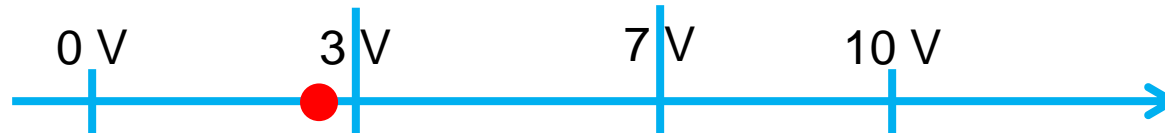
- de la continuu la digital

- în cele mai multe cazuri, vom conecta dispozitive digitale între ele

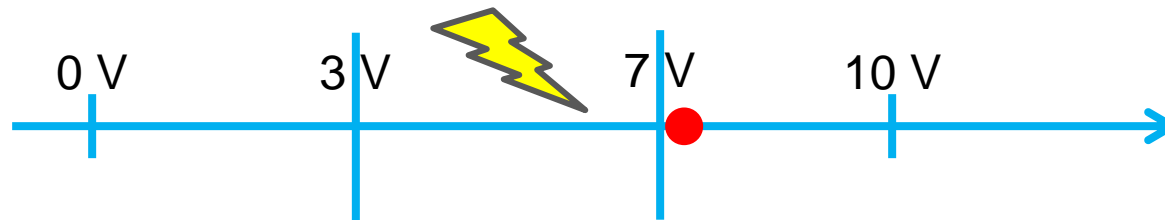


- de exemplu:

- primul circuit scoate un "0", dar la limita superioară



- semnalul este trimis către al doilea circuit, dar apare zgomot pe fir



**Atenție:** sistemul nu este perfect, la 3V suntem "0" dar un zgomot de doar 4V din acest punct ne poate duce la 7V, deci "1"

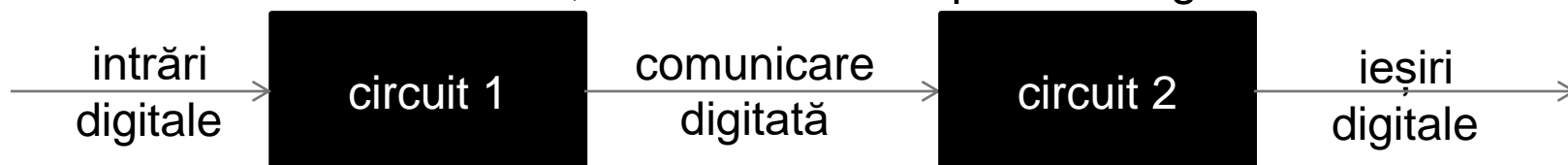
**Soluția?**



# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

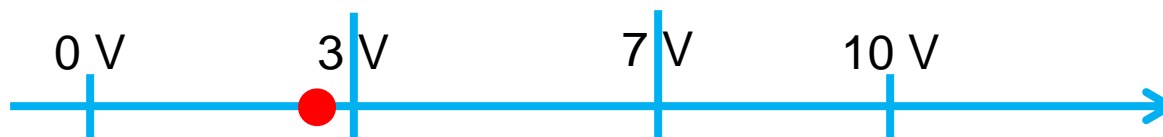
- de la continuu la digital

- în cele mai multe cazuri, vom conecta dispozitive digitale între ele

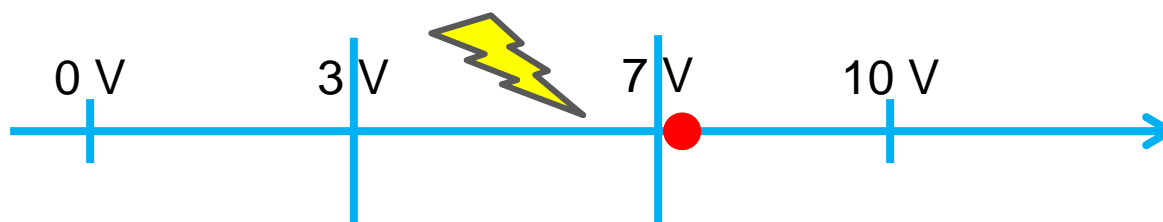


- de exemplu:

- primul circuit scoate un “0”, dar la limita superioară



- semnalul este trimis către al doilea circuit, dar apare zgomot pe fir



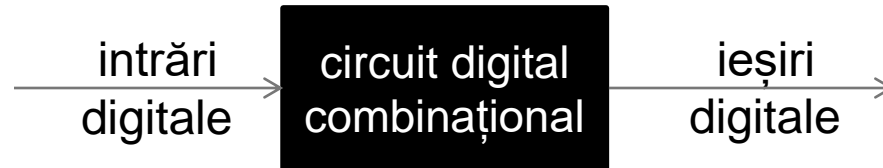
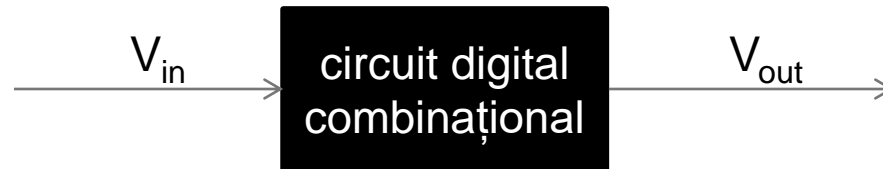
**Atenție:** sistemul nu este perfect, la 3V suntem “0” dar un zgomot de doar 4V din acest punct ne poate duce la 7V, deci “1”

**Soluția?** pentru ieșiri vom impune limite mai stricte (sub 2V, peste 8V)

ideal, am vrea ca limitele să fie cât mai înguste: 0V este “0” iar 10V este “1”

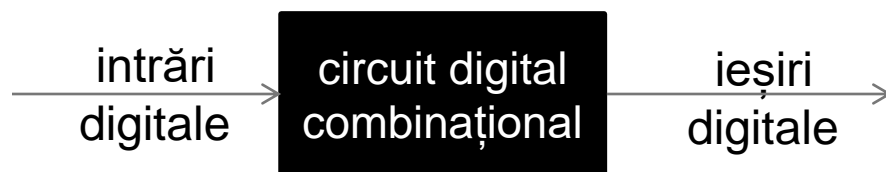
# CIRCUITE DIGITALE

- circuit digital combinațional



# CIRCUITE DIGITALE

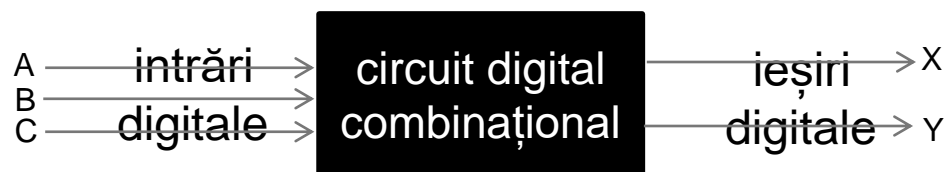
- circuit digital combinațional



- **intrări digitale**, pot fi multe
- **ieșiri digitale**, pot fi multe
- **nu are stări interne**
  - pui un semnal digital constant la intrare și ai un alt semnal digital constant la ieșire
  - dar nu poate “memora” nimic
  - nu are o “stare internă” (memorie)
- avem un **timp de propagare ( $t_p$ )**: timpul maxim necesar pentru a produce la ieșire semnale digitale corecte și valide din momentul în care la intrare s-au specificat semnale digitale corecte și valide
- **de ce se numesc circuite combinaționale?**
  - pentru că ieșire este o combinație (o **funcție logică care combină**) toate (sau o parte) a intrărilor

# CIRCUITE DIGITALE

- circuit digital combinațional



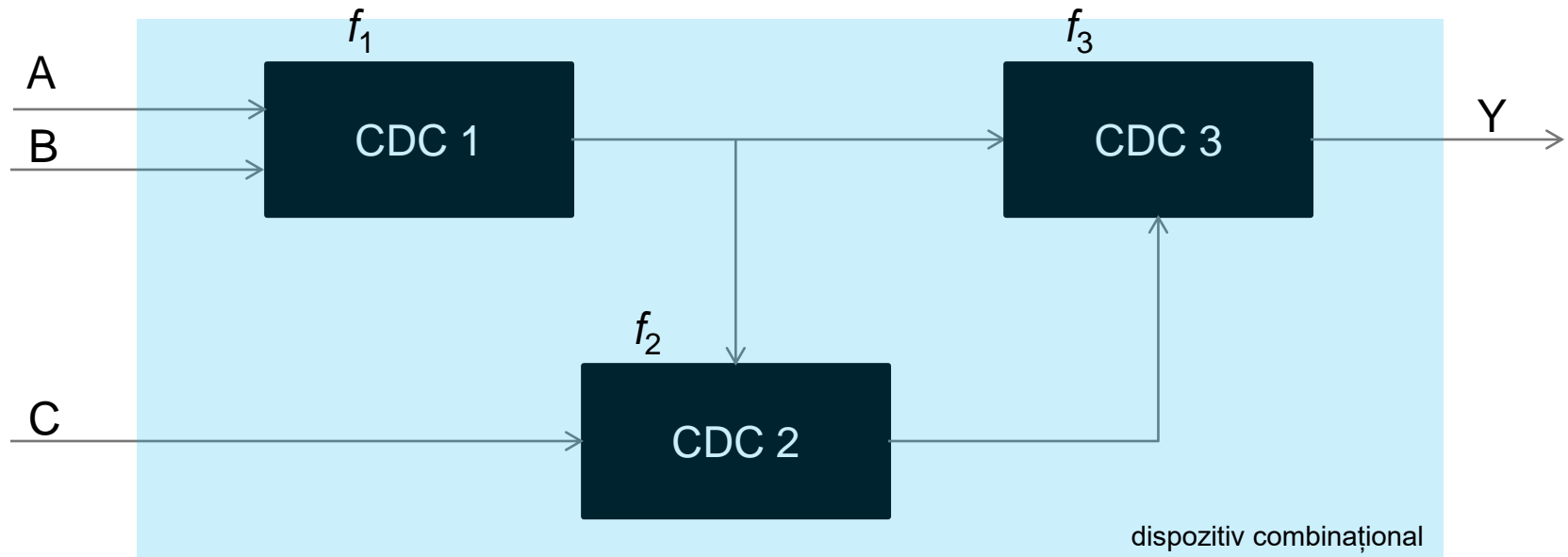
- de ce se numesc circuite combinaționale?
  - pentru că ieșire este o combinație (o funcție logică care combină) toate (sau o parte) a intrărilor
  - deci, pentru fiecare intrare, trebuie să știm care e ieșirea

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

tabel de adevăr

# CIRCUITE DIGITALE

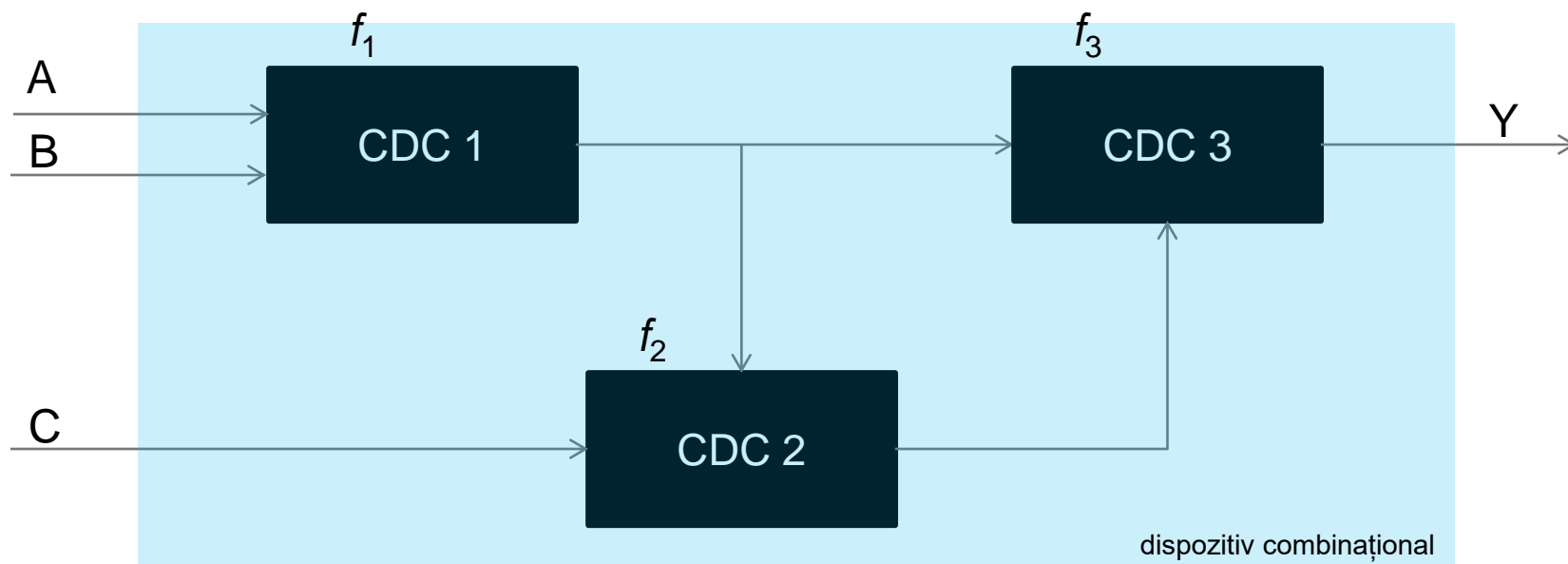
- **dispozitiv combinațional**
  - fiecare element este un circuit combinațional
  - fiecare intrare este conectată la exact o ieșire sau la o constantă
  - nu există niciun ciclu în graful direcțional al dispozitivului



- care este funcția dispozitivului?

# CIRCUITE DIGITALE

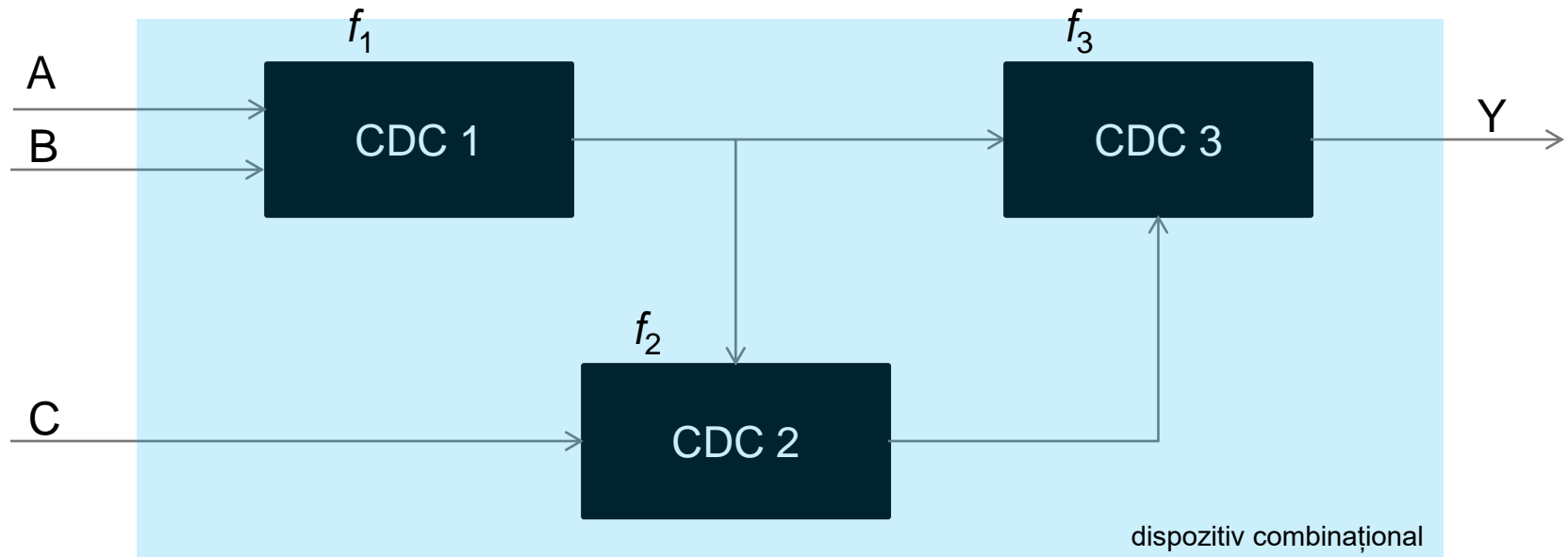
- **dispozitiv combinațional**
  - fiecare element este un circuit combinațional
  - fiecare intrare este conectată la exact o ieșire sau la o constantă
  - nu există niciun ciclu în graful direcțional al dispozitivului



- care este funcția dispozitivului?  $Y = f_3(f_1(A, B), f_2(f_1(A, B), C))$

# CIRCUITE DIGITALE

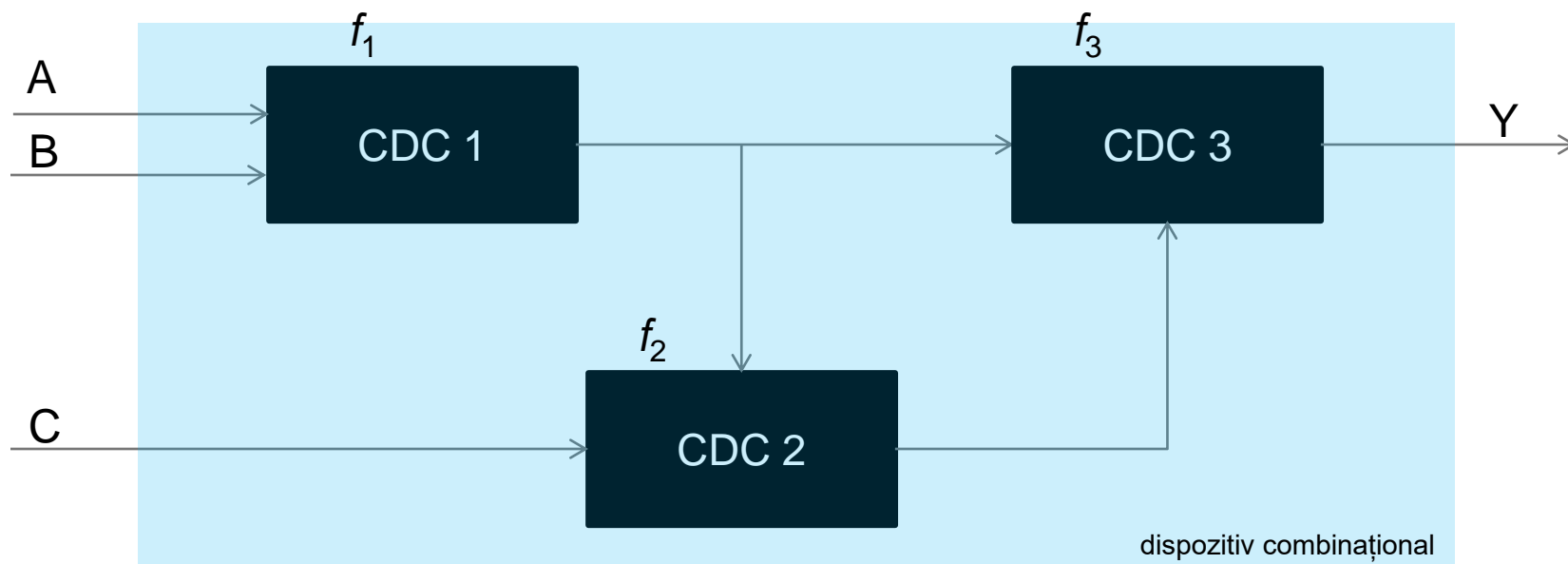
- **dispozitiv combinațional**
  - fiecare element este un circuit combinațional
  - fiecare intrare este conectată la exact o ieșire sau la o constantă
  - nu există niciun ciclu în graful direcțional al dispozitivului



- timpul total de propagare?

# CIRCUITE DIGITALE

- **dispozitiv combinațional**
  - fiecare element este un circuit combinațional
  - fiecare intrare este conectată la exact o ieșire sau la o constantă
  - nu există niciun ciclu în graful direcțional al dispozitivului

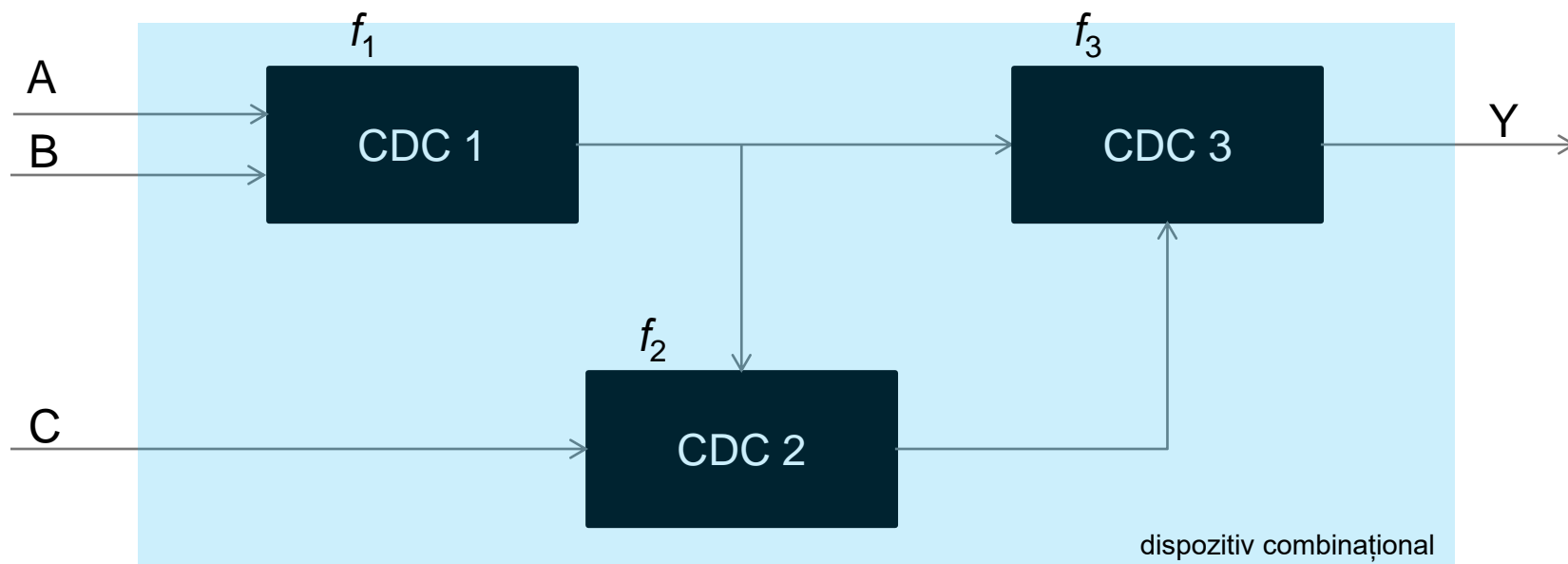


- timpul total de propagare?  $t_{p,\text{total}} = t_{p,1} + t_{p,2} + t_{p,3}$  (longest path)



# CIRCUITE DIGITALE

- **dispozitiv combinațional**
  - fiecare element este un circuit combinațional
  - fiecare intrare este conectată la exact o ieșire sau la o constantă
  - nu există niciun ciclu în graful direcțional al dispozitivului

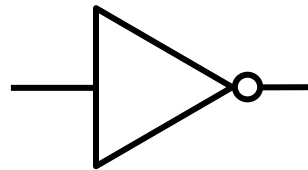


- timpul total de propagare?  $t_{p,\text{total}} = t_{p,1} + t_{p,2} + t_{p,3}$  (longest path)  
timpul maxim după care avem o ieșire validă dacă avem intrări valide

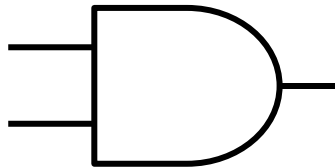
# CIRCUITE DIGITALE

- **circuit digital combinațional**
  - exemple fundamentale

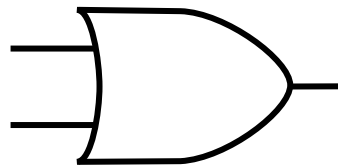
NOT



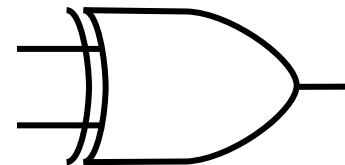
AND



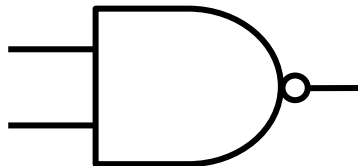
OR



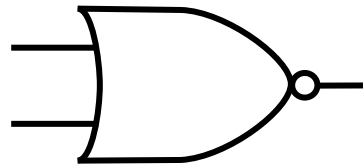
XOR



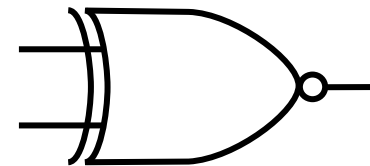
NAND



NOR

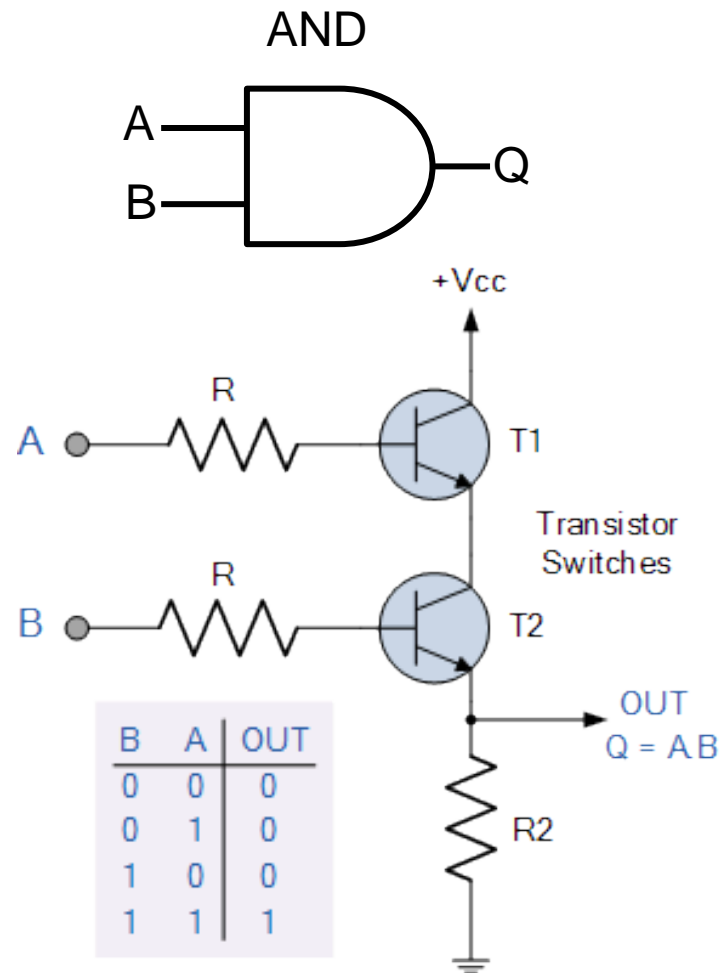


XNOR



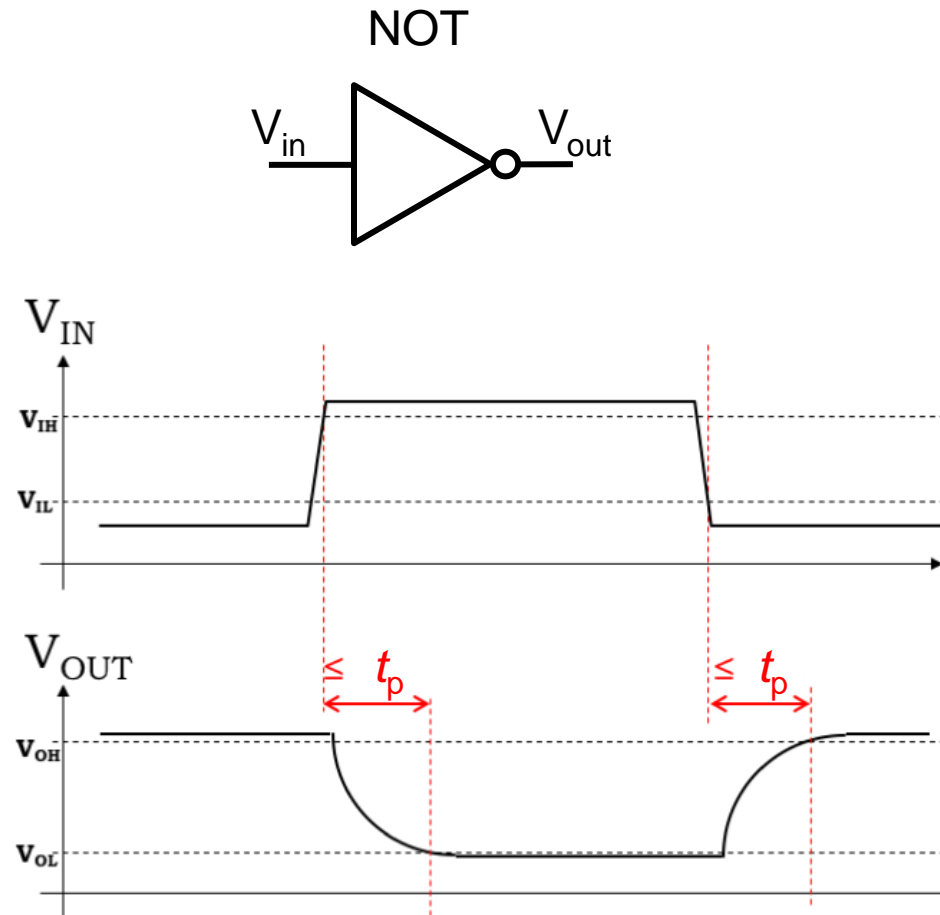
# CIRCUITE DIGITALE

- **circuit digital combinațional**
  - exemple fundamentale
  - la baza tuturor se află circuite electronice bazate de tranzistor



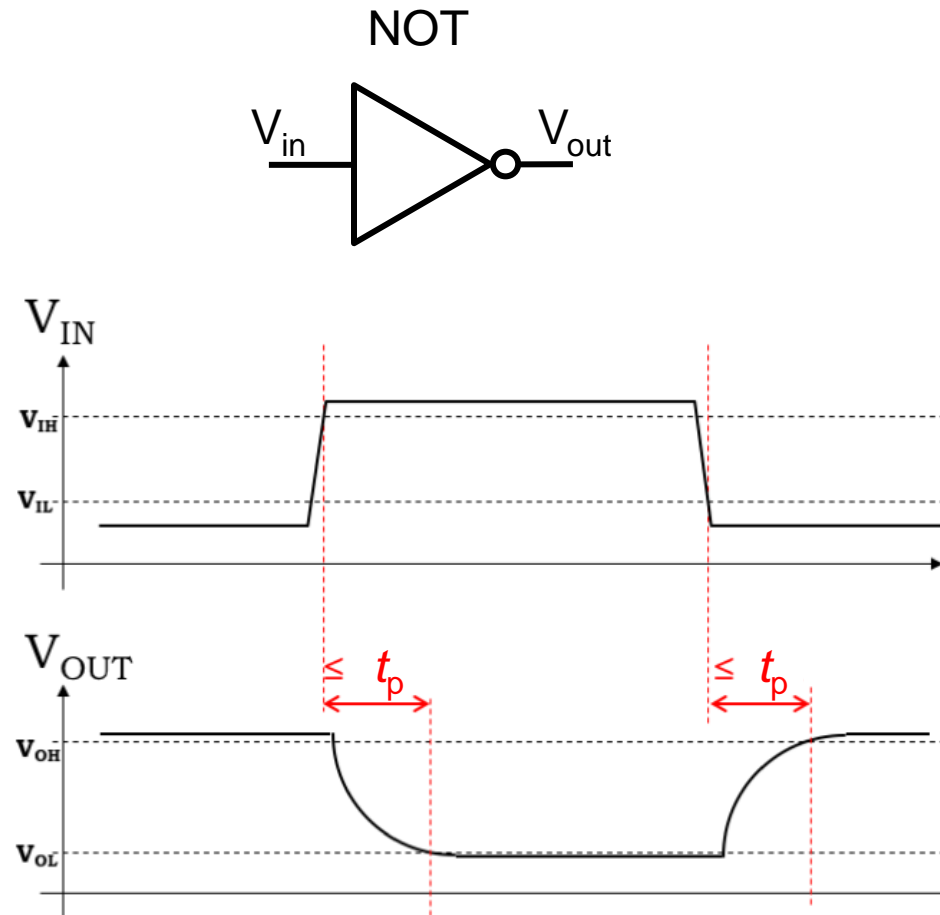
# CIRCUITE DIGITALE

- circuit digital combinațional
  - exemple fundamentale: să nu uităm că totul este analogic



# CIRCUITE DIGITALE

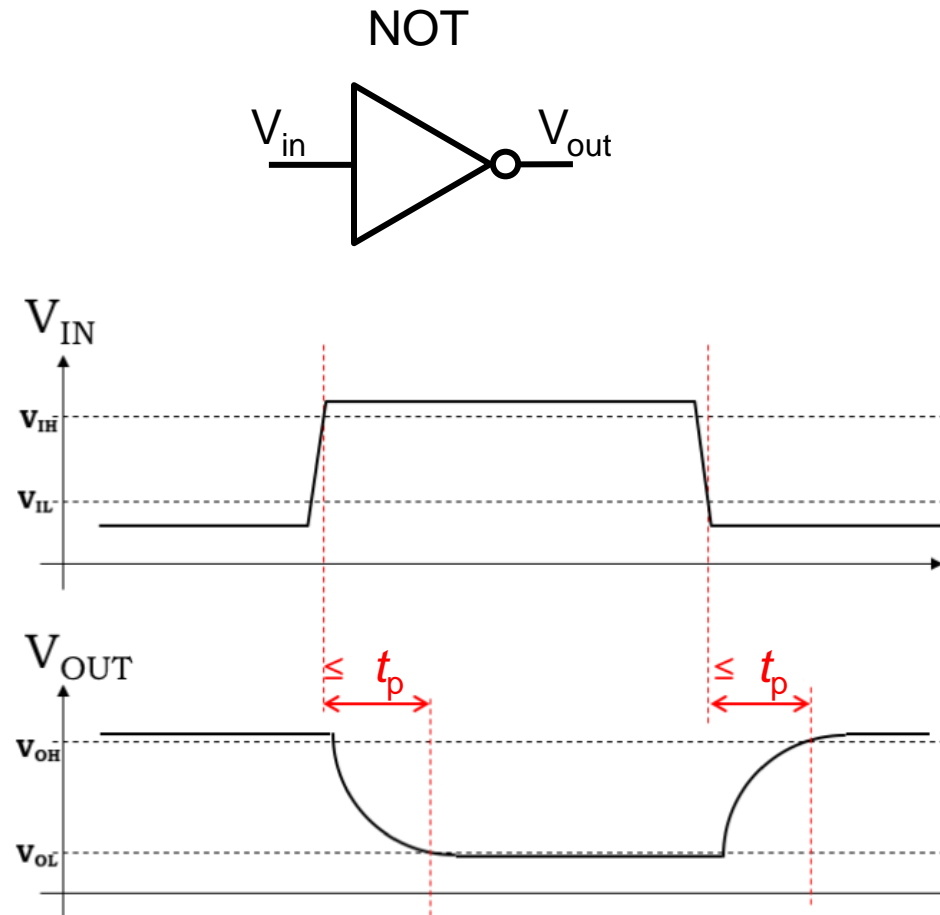
- circuit digital combinațional
  - exemple fundamentale: să nu uităm că totul este analogic



de ce este important acest  $t_p$  pentru arhitectura calculatoarelor?

# CIRCUITE DIGITALE

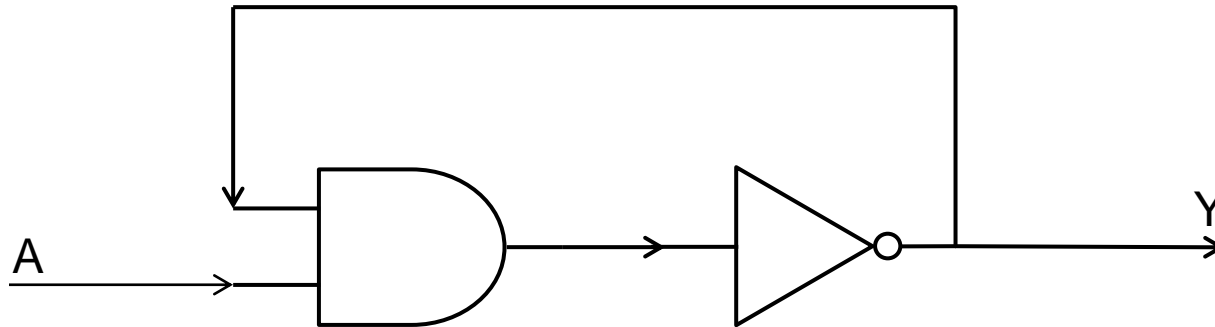
- **circuit digital combinațional**
  - exemple fundamentale: să nu uităm că totul este analogic



un computer care funcționează la 1GHz trimite comenzi o dată la 1ns

# CIRCUITE DIGITALE

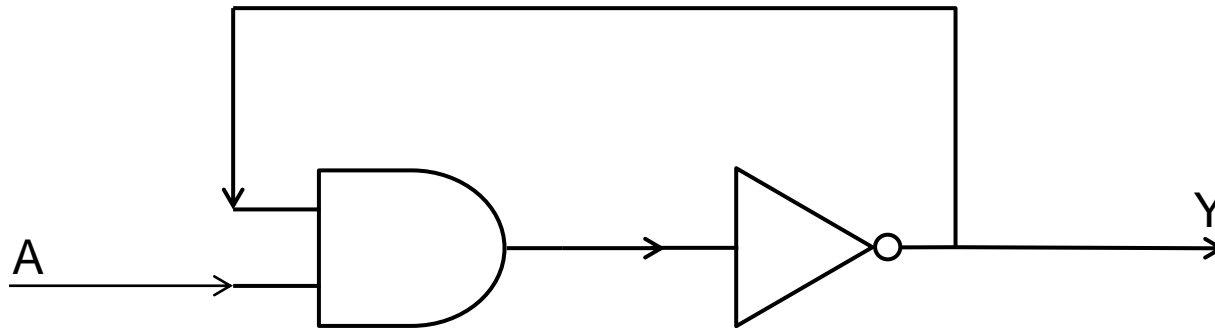
- **circuit digital combinațional**
  - ce se întâmplă dacă avem un ciclu în circuit?



- ce se întâmplă dacă  $A = 0$ ?
  - ce se întâmplă dacă  $A = 1$ ?
- (în ambele cazuri considerăm cealaltă intrare în AND ca 0)

# CIRCUITE DIGITALE

- **circuit digital combinațional**
  - ce se întâmplă dacă avem un ciclu în circuit?



- ce se întâmplă dacă  $A = 0$ ?
  - ce se întâmplă dacă  $A = 1$ ?
- (în ambele cazuri considerăm cealaltă intrare în AND ca 0)
- totuși, vom folosi cicluri pentru a crea stări în circuite digitale



# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

- **două întrebări importante:**
  - de ce folosim semnale digitale în loc de analogice?
  - de ce folosim sistemul binar? ar fi mai avantajos să folosim hex?

# ABSTRACTIZAREA DIGITALĂ

- **două întrebări importante:**
  - de ce folosim semnale digitale în loc de analogice?
    - din cauza zgomotului
    - într-un sistem analogic zgomotul se acumulează
    - într-un sistem digital, avem corecțiile de zgomot (avem margini)
  - de ce folosim sistemul binar? ar fi mai avantajos să folosim hex?
    - da, ar fi mai avantajos să folosim hex (e de 4 ori mai avantajos)
    - problema este că în loc de două stări ar trebui acum să avem 16
    - asta înseamnă că trebuie să distingem 16 nivele de voltaj în prezența zgomotului (adică cu tot cu margini de zgomot)
    - probabil 16 nivele e prea mult ... dar probabil 4 nivele ar fi fezabil
    - dacă am avea 4 nivele (adică baza  $B = 4$ ) am fi de două ori mai eficienți

# CIRCUITE DIGITALE

- **hex în media**
  - The Martian Hexadecimal Scene,  
<https://www.youtube.com/watch?v=k-GH3mbvUro>
  - care e problema?
  - de ce folosește hex?
  - cum traduce din hex în litere?
  - ce face la sfârșit? (aparent scrie hex direct ca să programeze)

# CIRCUITE DIGITALE

- hex în media

- The Martian Hexadecimal Scene,  
<https://www.youtube.com/watch?v=k-GH3mbvUro>

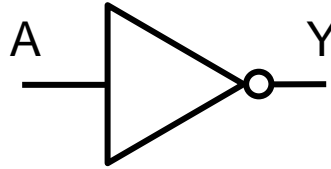
- care e problema? 27 de caractere sunt prea multe
- de ce folosește hex? pentru că în loc de 27 are doar 16 caractere
- cum traduce din hex în litere? tabela ASCII
- la sfârșit, scrie cod mașină (și noi vom face asta, puțin)

## ASCII TABLE

Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char
0	0	[NULL]	32	20	[SPACE]	64	40	@	96	60	`
1	1	[START OF HEADING]	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	[START OF TEXT]	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	[END OF TEXT]	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	[END OF TRANSMISSION]	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	[ENQUIRY]	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	[ACKNOWLEDGE]	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	[BELL]	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	[BACKSPACE]	40	28	(	72	48	H	104	68	h
9	9	[HORIZONTAL TAB]	41	29	)	73	49	I	105	69	i
10	A	[LINE FEED]	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	B	[VERTICAL TAB]	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	C	[FORM FEED]	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	D	[CARRIAGE RETURN]	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	E	[SHIFT OUT]	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	F	[SHIFT IN]	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	[DATA LINK ESCAPE]	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	[DEVICE CONTROL 1]	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	[DEVICE CONTROL 2]	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	[DEVICE CONTROL 3]	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	[DEVICE CONTROL 4]	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	[NEGATIVE ACKNOWLEDGE]	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	[SYNCHRONOUS IDLE]	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	[ENG OF TRANS. BLOCK]	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	[CANCEL]	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	[END OF MEDIUM]	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	[SUBSTITUTE]	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	[ESCAPE]	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	[FILE SEPARATOR]	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	[GROUP SEPARATOR]	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}
30	1E	[RECORD SEPARATOR]	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	[UNIT SEPARATOR]	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	[DEL]

# PORTILE LOGICE DE BAZĂ

- NOT

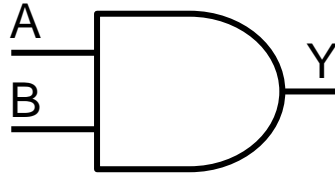


A	Y
0	1
1	0

- notația:
  - NOT A (explicit operația)
  - $\bar{A}$  (A bar, A complement)
  - $\neg A$  (notația din logică)
  - $\sim A$  (not A)
  - - A (minus A)
  - A' (A prime, A complement)
  - !A (bang A)

# PORTILE LOGICE DE BAZĂ

- AND



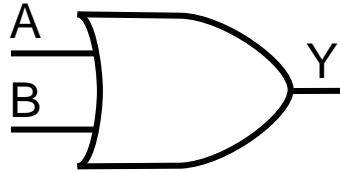
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- notația:

- A AND B (explicit operația)
- $A \times B$  (înmulțire)
- $A \bullet B$  (înmulțire)
- $A * B$  (înmulțire)
- $A . B$  (înmulțire)
- **AB (înmulțire)**
- $A \wedge B$  (notația din logică)
- $A \& B$  (operația pe biți, C)
- $A \&\& B$  (operația logică, C)

# PORTILE LOGICE DE BAZĂ

- OR

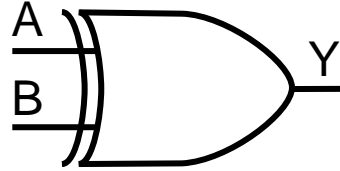


A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- notația:
  - A OR B (explicit operația)
  - **A + B (adunare)**
  - $A \vee B$  (notația din logică)
  - $A | B$  (operația pe biți, C)
  - $A || B$  (operația logică, C)

# PORTILE LOGICE DE BAZĂ

- XOR



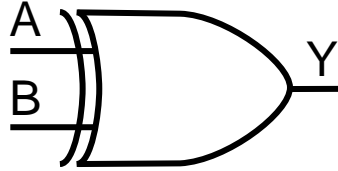
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- notația:
  - A XOR B (explicit operația)
  - $A \oplus B$  (adunare XOR)
  - $A \wedge B$  (operația pe biți, C)
  - $A \wedge B$  (există așa ceva ???)



# PORTILE LOGICE DE BAZĂ

- XOR



A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

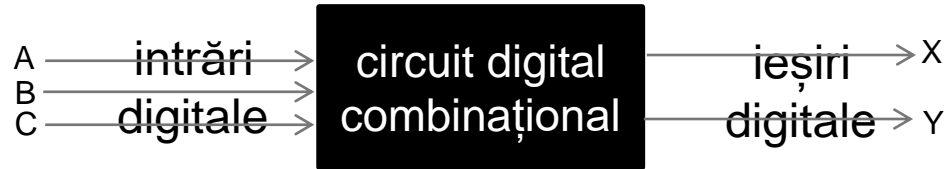
- notația:
  - $A \text{ XOR } B$  (explicit operația)
  - $A \oplus B$  (adunare XOR)
  - $A \wedge B$  (operația pe biți, C)
  - $A \neq B$  (operația logică, C: sau  $A <> B$ , sau  $A \sim = B$ , sau ...)

# ALGEBRĂ BOOLEANĂ

- **aveți un curs de Logică în acest semestru**
- **deci, din acest moment presupun că logica/algebra booleană este cunoscută de voi**
- **nu vom repeta materia de la logică, dar dacă este ceva foarte important vom trece rapid în revistă conceptele**

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- circuit digital combinațional



A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- o expresie booleană care conține regulile din tabel?

- $X = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$
- $Y = \dots$  (exercițiu pentru voi)

forma normală, suma de produse

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă
  - $X = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$
- **concluzia:** NOT, AND și OR sunt universale (pot implementa orice circuit combinațional)
- de ce lipsește XOR?

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă

- $X = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

- concluzia:** NOT, AND și OR sunt universale (pot implementa orice circuit combinațional)

- de ce lipsește XOR?  $A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă
  - $X = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$
- **o potențială problemă:** dacă avem N intrări, expresia pentru X depinde de un număr (potențial) mare de sume de produse
- **care e numărul maxim de termeni în sumele din X?**

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă
  - $X = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$
- **o potențială problemă:** dacă avem N intrări, expresia pentru X depinde de un număr (potențial) mare de sume de produse
- **care e numărul maxim de termeni în sumele din X?**  $\frac{1}{2}2^N$

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă
  - $X = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$
- **o potențială problemă:** dacă avem N intrări, expresia pentru X depinde de un număr (potențial) mare de sume de produse
- **soluția generală:** vrem reprezentări minime



# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă
  - $X = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$
- reprezentarea minimă a lui X?

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă

- $X = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

=

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă
  - $X = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$   
 $= \overline{A} (\overline{B}C + B\overline{C}) + A (\overline{B}\overline{C} + BC)$   
 $=$

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- **tabel de adevăr**

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- **expresia booleană echivalentă**
  - $$\begin{aligned} X &= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC \\ &= \overline{A} (\overline{B}C + B\overline{C}) + A (\overline{B}\overline{C} + BC) \\ &= \overline{A} (B \oplus C) + A \overline{(B \oplus C)} \end{aligned}$$

# CIRCUIT DIGITAL COMBINAȚIONAL

- tabel de adevăr

A	B	C	X	Y
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

- expresia booleană echivalentă
  - $$\begin{aligned} X &= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC \\ &= \overline{A} (\overline{B}C + B\overline{C}) + A (\overline{B}\overline{C} + BC) \\ &= \overline{A} (B \oplus C) + A \overline{(B \oplus C)} \\ &= A \oplus B \oplus C \end{aligned}$$

# CE AM FĂCUT ASTĂZI

- abstractizarea digitală
- discuție binary vs hex
- circuite digitale
- circuite combinaționale
- am văzut un singur exemplu de circuit pe bază de tranzistor

# DATA VIITOARE ...

- mai mult despre circuite de bază
- logică booleană
- sinteză logică
- circuite mai complexe
- circuite secvențiale

# LECTURĂ SUPLIMENTARĂ

- PH book
  - Appendix B
- Computerphile, Why Use Binary?,  
<https://www.youtube.com/watch?v=thrx3SBEpL8>
- Real Engineering, Transistors - The Invention That Changed The World, <https://www.youtube.com/watch?v=OwS9aTE2Go4>
- Ben Eater, Making logic gates from transistors,  
<https://www.youtube.com/watch?v=sTu3LwpF6XI>
- DrPhysicsA, An Introduction to Logic Gates,  
<https://www.youtube.com/watch?v=95kv5BF2Z9E>



