Enescu Irina Ștefania

Grupa 133

(P1) $E$, $D$ două mulțimi

$E \subseteq D$

$E$ este cel mult numărabilă

$D$ nu este cel mult numărabilă

---

Dem. că $D \setminus E$ nu este cel mult numărabilă

---

Vom folosi metoda reducerii la absurd.

Presupunem că $D \setminus E$ este cel mult numărabilă.

Din regulile de calcul cu mulțimi știm că $(D \setminus E) \cup E = D$.

Din seminarul 2 (S2.5(ii)) știm că am demonstrat faptul că reuniunea a două mulțimi cel numărabile (în cazul nostru $D \setminus E$ și $E$) este o mulțime cel mult numărabilă (în cazul nostru $D$). Deci și $D$ este cel mult numărabilă.

Dar știm din ipoteză că $D$ nu este cel mult numărabilă.

$\Rightarrow$ Contradicție.

Așadar, presupunerea făcută este falsă.

Prin urmare, $D \setminus E$ nu este cel mult numărabilă.

(P2) Principiul recursiei pe formule

$Var : Form \to \mathcal{P}(V)$ (funcție unică)

Pentru orice formulă $\varphi$, $Var(\varphi)$ este mulțimea variabilelor care apar în $\varphi$

Funcția trebuie să satisfacă următoarele proprietăți (Prop. 2.9 din Curs):

(R0) $Var(v) = \{v\}$ pentru orice variabilă $v$

(R1) $Var(\neg\varphi) = Var(\varphi)$ pentru orice formulă $\varphi$

(R2) $Var(\varphi \to \psi) = Var(\varphi) \cup Var(\psi)$ pentru orice formule $\varphi, \psi$

Deducem că pentru:

(R0): $G_0 : V \to \mathcal{P}(V)$ $\quad G_0(v) = \{v\}$

(R1): $G_\neg : V \to \mathcal{P}(V)$ $\quad G_\neg(\neg\{v_1, v_2 \dots v_n\}) = \{v_1, v_2 \dots v_n\}$

(R2): $G_{\to} : \mathcal{P}(V) \times \mathcal{P}(V) \to \mathcal{P}(V)$ $\quad$ $G_{\to}(\{v_1, v_2 \dots v_n\}, \{t_1, t_2, \dots t_m\}) =$

$= \{v_1, v_2 \dots v_n\} \cup \{t_1, t_2, \dots t_m\}$