

Seminar 4

(S4.1) Fie LP logica propozițională.

- (i) Demonstrați că mulțimea $Expr$ a expresiilor lui LP este numărabilă.
- (ii) Demonstrați că mulțimea $Form$ a formulelor lui LP este numărabilă.

(S4.2) Să se demonstreze că pentru orice x_0, x_1, x_3, x_4 din $\{0, 1\}$ avem:

- (i) $((x_0 \rightarrow x_1) \rightarrow x_0) \rightarrow x_0 = 1$;
- (ii) $(x_3 \rightarrow x_4) \rightarrow ((x_4 \rightarrow x_1) \rightarrow (x_3 \rightarrow x_1)) = 1$.

Fie $\varphi, \psi \in Form$. Pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$, notăm cu $e \models \varphi$ (și spunem că e **satisfacă** φ sau e este **model** pentru φ) dacă $e^+(\varphi) = 1$. Notăm cu $\models \varphi$ (și spunem că φ este **tautologie**) dacă pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ avem că $e \models \varphi$. Spunem că φ este **satisfiabilă** dacă există $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ cu $e \models \varphi$ și **nesatisfiabilă** în caz contrar, când nu există $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ cu $e \models \varphi$, i.e. pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ avem că $e \not\models \varphi$. Notăm $\varphi \models \psi$ (și spunem că **din** φ **se deduce semantic** ψ sau că ψ **este consecință semantică a lui** φ) dacă pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ cu $e \models \varphi$ avem $e \models \psi$. Notăm cu $\varphi \sim \psi$ dacă pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ avem $e \models \varphi$ dacă și numai dacă $e \models \psi$, i.e. pentru orice $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ avem $e^+(\varphi) = e^+(\psi)$.

(S4.3) Să se găsească câte un model pentru fiecare dintre formulele:

- (i) $v_0 \rightarrow v_2$;
- (ii) $v_0 \wedge v_3 \wedge \neg v_4$.

(S4.4) Arătați că pentru orice $\varphi, \psi, \chi \in Form$, avem:

- (i) $\psi \models (\varphi \rightarrow \psi)$;
- (ii) $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi) \sim (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \chi$;
- (iii) $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \sim \varphi$;
- (iv) $\models \neg\varphi \rightarrow (\neg\psi \leftrightarrow (\psi \rightarrow \varphi))$.

(S4.5) Să se demonstreze că, pentru orice formulă φ , φ este tautologie dacă și numai dacă $\neg\varphi$ este nesatisfiabilă.