

Лабораторная работа №4

Математическое моделирование

Серёгина Ирина Андреевна

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
5	Выводы	21

Список иллюстраций

4.1	Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы	10
4.2	Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы	11
4.3	Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы	12
4.4	Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы	13
4.5	Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы	14
4.6	Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы	15
4.7	Код для моделирования модели гармонических колебаний без затухания и без воздействия внешней силы	16
4.8	Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы	16
4.9	Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы	17
4.10	Код для моделирования модели гармонических колебаний с затуханиями и без воздействия внешней силы	17
4.11	Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы	18
4.12	Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы	18
4.13	Код для моделирования модели гармонических колебаний с затуханиями и с воздействием внешней силы	19
4.14	Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы	19
4.15	Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы	20

Список таблиц

1 Цель работы

Ознакомиться с моделью гармонических колебаний и построить её используя разные средства.

2 Задание

1. Построить модель гармонических колебаний без затухания и без воздействия внешней силы.
2. Построить модель гармонических колебаний с затуханием и без воздействия внешней силы.
3. Построить модель гармонических колебаний с затуханием и с воздействием внешней силы.

3 Теоретическое введение

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону.

Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

или

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x — отклонение колеблющейся величины в текущий момент времени t от среднего за период значения (например, в кинематике — смещение, отклонение колеблющейся точки от положения равновесия); A — амплитуда колебания, то есть максимальное за период отклонение колеблющейся величины от среднего за период значения, размерность A совпадает с размерностью x ; ω (радиан/с, градус/с) — циклическая частота, показывающая, на сколько радиан (градусов) изменяется фаза колебания за 1 с;

$(\omega t + \varphi_0) = \varphi$ (радиан, градус) — полная фаза колебания (сокращённо — фаза, не путать с начальной фазой);

φ_0 (радиан, градус) — начальная фаза колебаний, которая определяет значение полной фазы колебания (и самой величины x) в момент времени $t = 0$. Дифференциальное уравнение, описывающее гармонические колебания, имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$

4 Выполнение лабораторной работы

Пишу код на языке Julia для моделирования модели гармонических колебаний без затухания и без воздействия внешней силы.

```
using DifferentialEquations, Plots;
```

```
tspan = (0,51)
```

```
u0 = [0.5, 1]
```

```
p1 = [0, 12]
```

```
function f1(u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    g, w = p
```

```
    dx = y
```

```
    dy = -g .*y - w^2 .*x
```

```
    return [dx, dy]
```

```
end
```

```
problem1 = ODEProblem(f1, u0, tspan, p1)
```

```
sol1 = solve(problem1, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

```
plot(sol1, title = "Колебания гармонического осциллятора", label = ["X" "Y"], xaxis =
```

```
plot(sol1[1, :], sol1[2, :],
```

```

xlabel = "x", ylabel = "y",
title = "Фазовый портрет",
label = "Зависимость x от y",
legend = :topright,
linewidth = 0.05,
color = :blue)

```

После запуска получаю график колебаний и фазовый портрет (рис. 4.1), (рис. 4.2).

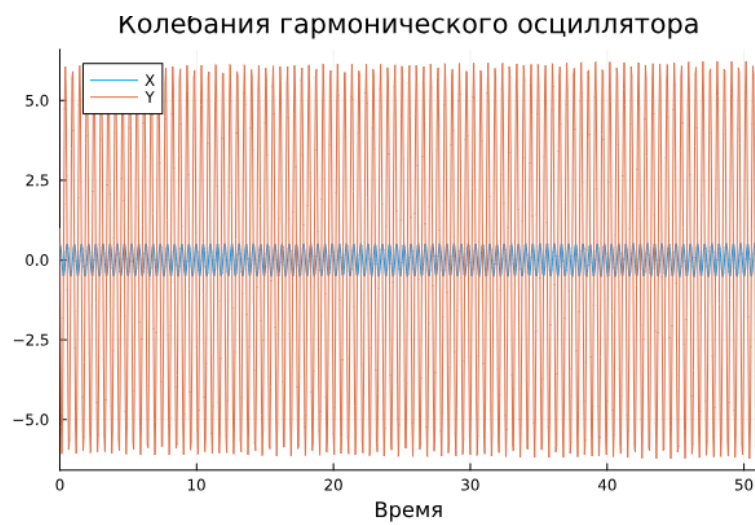


Рис. 4.1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы

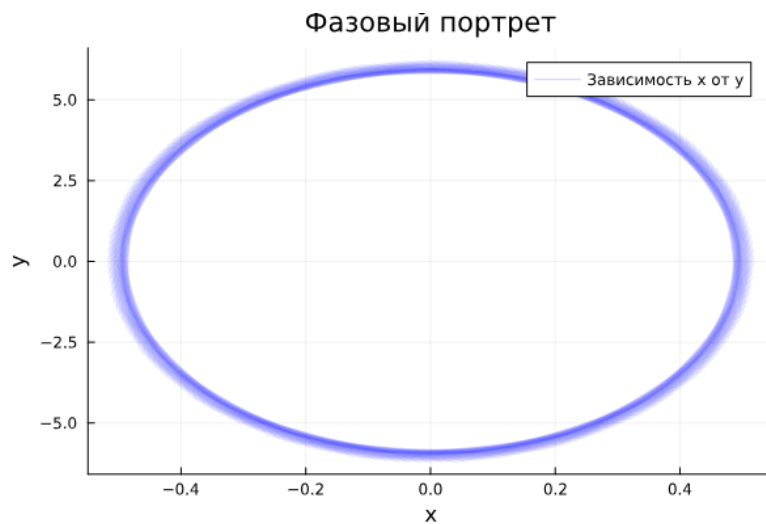


Рис. 4.2: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы

Пишу код, описывающий колебания гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы

```
tspan = (0,51)
u0 = [0.5, 1]
p2 = [11, 2]

function f1(u, p, t)
    x, y = u
    g, w = p
    dx = y
    dy = -g .*y - w^2 .*x
    return [dx, dy]
end

problem2 = ODEProblem(f1, u0, tspan, p2)
sol2 = solve(problem2, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

```
plot(sol2, title = "Колебания с затуханием", label = ["X" "Y"], xaxis = "Время")
```

```
plot(sol2[1, :], sol2[2, :],  
      xlabel = "x", ylabel = "y",  
      title = "Фазовый портрет с затуханием",  
      label = "Зависимость x от y",  
      legend = :topright,  
      linewidth = 1,  
      color = :blue)
```

После запуска получаю график колебаний и фазовый портрет (рис. 4.3), (рис. 4.4).

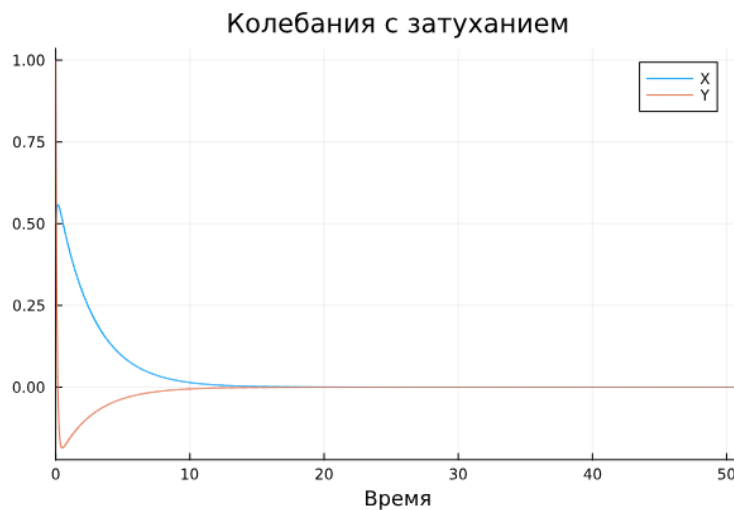


Рис. 4.3: Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы

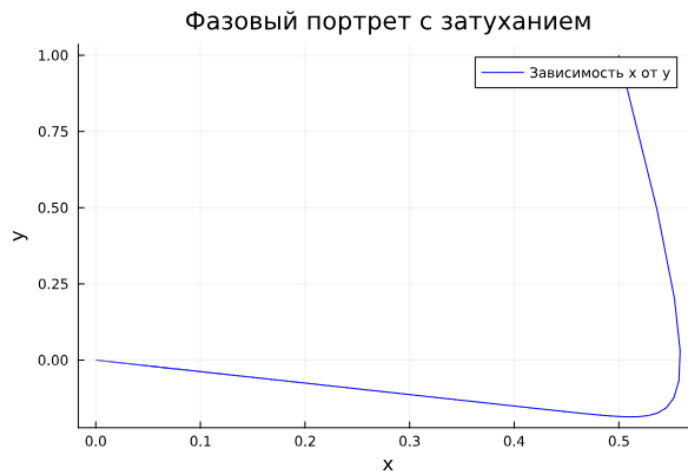


Рис. 4.4: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без воздействия внешней силы

Пишу код, описывающий колебания гармонического осциллятора с затуханием и с воздействием внешней силы

```
tspan = (0,51)
```

```
u0 = [0.5, 1]
```

```
p3 = [2, 2]
```

```
f(t) = 2*cos(2*t)
```

```
function f2(u, p, t)
```

```
    x, y = u
```

```
    g, w = p
```

```
    dx = y
```

```
    dy = -g .*y - w^2 .*x .+f(t)
```

```
    return [dx, dy]
```

```
end
```

```
problem3 = ODEProblem(f2, u0, tspan, p3)
```

```
sol3 = solve(problem3, Tsit5(), saveat = 0.05)
```

```
plot(sol3, title = "Колебания с затуханием и вн. силой", label = ["X" "Y"], xaxis = "
```

```
plot(sol3[1, :], sol3[2, :],  
      xlabel = "x", ylabel = "y",  
      title = "Фазовый портрет с затуханием и вн. силой",  
      label = "Зависимость x от y",  
      legend = :topright,  
      linewidth = 1,  
      color = :blue)
```

После запуска получаю график колебаний и фазовый портрет (рис. 4.5), (рис. 4.5).

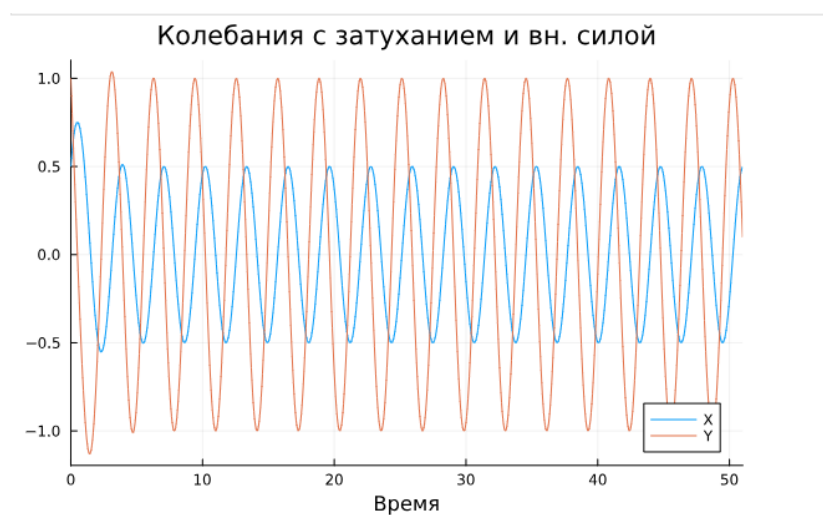


Рис. 4.5: Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы

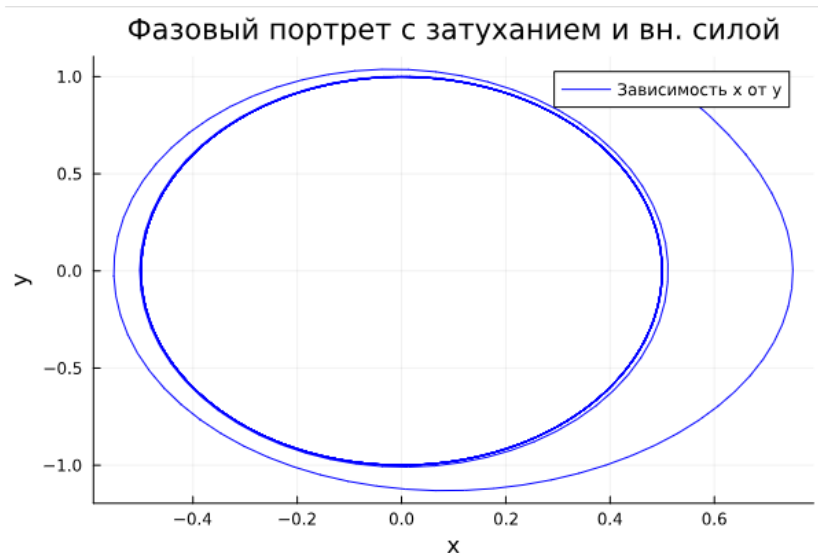


Рис. 4.6: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханием и с воздействием внешней силы

Теперь перехожу на язык OpenModelica, пишу код для моделирования модели гармонических колебаний без затухания и без воздействия внешней силы (рис. 4.7).

```

1  model mm_l4
2
3  parameter Real g = 0;
4  parameter Real w = 12;
5  parameter Real x0 = 0.5;
6  parameter Real y0 = 1;
7
8  Real x(start=x0);
9  Real y(start=y0);
10
11 equation
12
13     der(x) = y;
14     der(y) = -g .* y - w^2 .* x;
15
16 end mm_l4;

```

Рис. 4.7: Код для моделирования модели гармонических колебаний без затухания и без воздействия внешней силы

После запуска получаю график колебаний и фазовый портрет (рис. 4.8), (рис. 4.9).

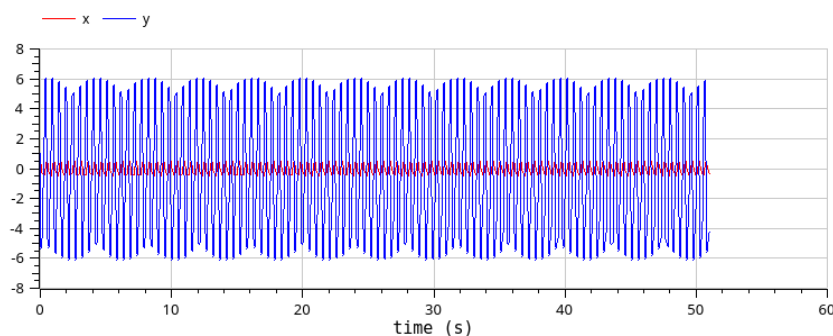


Рис. 4.8: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы

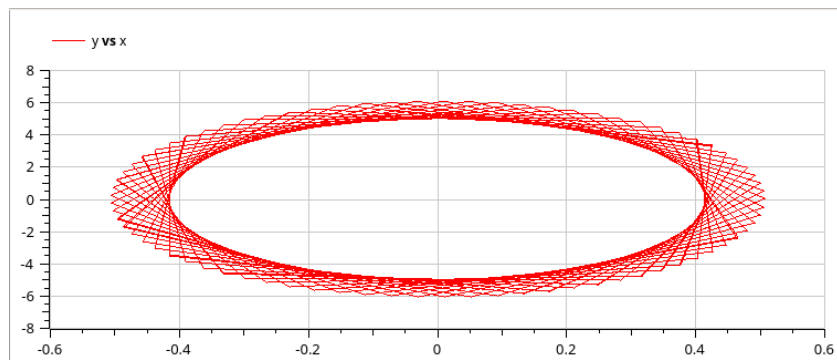


Рис. 4.9: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без воздействия внешней силы

Пишу код, описывающий колебания гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы (рис. 4.10)

```

1  model mm_l4
2
3  parameter Real g = 11;
4  parameter Real w = 2;
5  parameter Real x0 = 0.5;
6  parameter Real y0 = 1;
7
8  Real x(start=x0);
9  Real y(start=y0);
10
11 equation
12
13     der(x) = y;
14     der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
15
16 end mm_l4;
```

Рис. 4.10: Код для моделирования модели гармонических колебаний с затуханиями и без воздействия внешней силы

После запуска получаю график колебаний и фазовый портрет (рис. 4.11), (рис. 4.12).

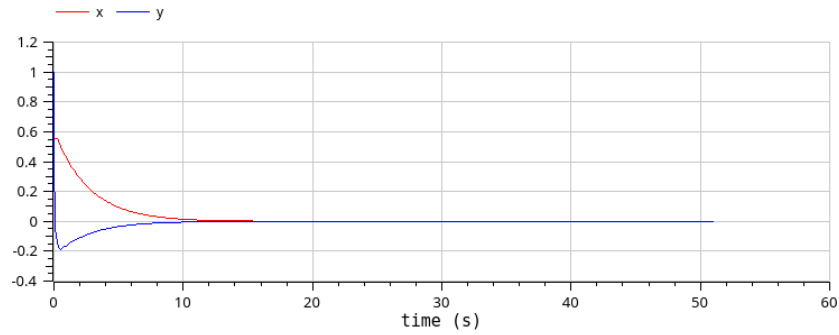


Рис. 4.11: Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы

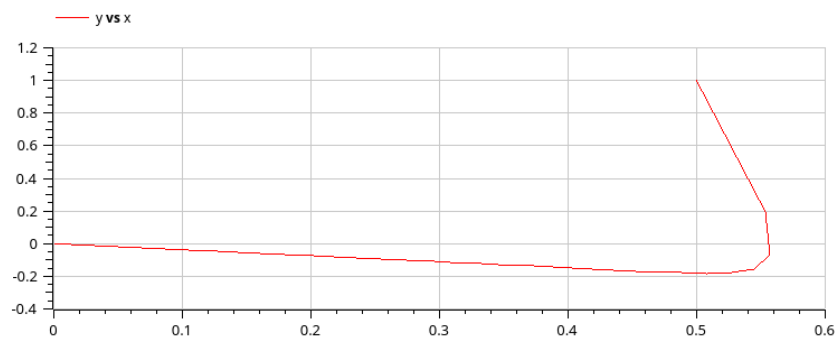


Рис. 4.12: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханиями и без воздействия внешней силы

Пишу код, описывающий колебания гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы (рис. 4.13)

```

1  model mm_l4
2
3  parameter Real g = 2;
4  parameter Real w = 2;
5  parameter Real x0 = 0.5;
6  parameter Real y0 = 1;
7
8  Real x(start=x0);
9  Real y(start=y0);
10
11 equation
12
13   der(x) = y;
14   der(y) = -g .*y - w^2 .*x + 2*cos(2*time);
15
16 end mm_l4;

```

Рис. 4.13: Код для моделирования модели гармонических колебаний с затуханиями и с воздействием внешней силы

После запуска получаю график колебаний и фазовый портрет (рис. 4.14), (рис. 4.15).

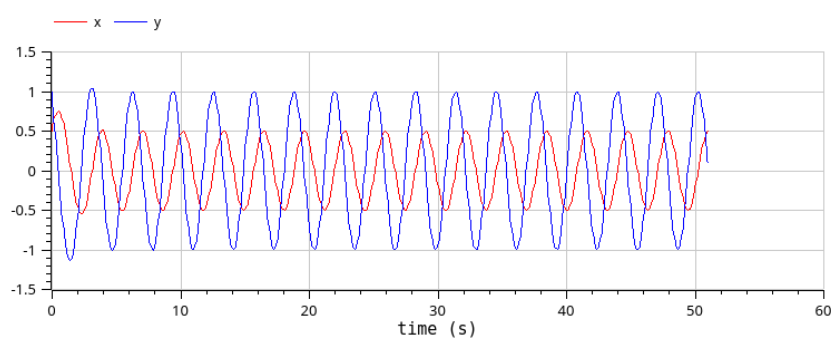


Рис. 4.14: Колебания гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы

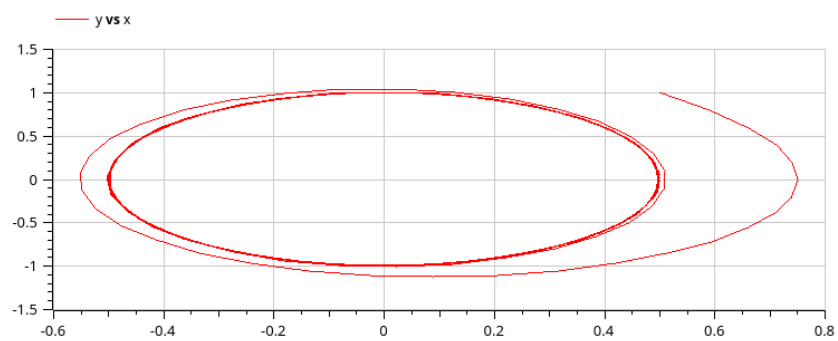


Рис. 4.15: Фазовый портрет колебаний гармонического осциллятора с затуханиями и с воздействием внешней силы

5 Выводы

Я ознакомилась с моделью гармонических колебаний и построила её используя разные средства.