

Лабораторная работа №5

Математическое моделирование

Серёгина Ирина Андреевна

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	8
5	Выводы	14

Список иллюстраций

4.1	График зависимости численности хищников от численности жертв	9
4.2	Фазовый портрет	9
4.3	График изменения численности хищников и численности жертв .	10
4.4	Стационарная точка	11
4.5	Реализация модели “хищник-жертва” с помощью OpenModelica . .	11
4.6	График зависимости численности хищников от численности жертв	12
4.7	Фазовый портрет	12
4.8	Реализация модели “хищник-жертва” с помощью OpenModelica . .	13
4.9	График изменения численности хищников и численности жертв .	13

Список таблиц

1 Цель работы

Ознакомиться с моделью “Хищник-жертва” и реализовать её с помощью различных средств.

2 Задание

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв с помощью Julia и OpenModelica
2. Построить графики изменения численности хищников и численности жертв, найти стационарное состояние системы с помощью Julia и OpenModelica

3 Теоретическое введение

Модель Лотки — Вольтерры (модель Лотки — Вольтерра[1]) — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами[2].

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x(t) - \beta x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -\gamma y(t) + \delta x(t)y(t) \end{cases}$$

где x — количество жертв,

y — количество хищников,

t — время,

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами

4 Выполнение лабораторной работы

Для начала реализую все программы на языке Julia. Задаю систему дифференциальных уравнений и начальные условия.

```
using DifferentialEquations, Plots;
```

```
function LV(u, p, t)
    x, y = u
    a, b, c, d = p
    dx = a*x - b*x*y
    dy = -c*y + d*x*y
    return [dx, dy]
end
```

```
u0 = [4,11]
p = [-0.69, -0.068, -0.67, -0.066]
tspan = (0.0, 50.0)
prob = ODEProblem(LV, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5())
```

```
plot(sol, title = "Модель Лотки-Вольтерры", xaxis = "Время", yaxis = "Численность попу")
plot(sol, vars = (1, 2), title = "Фазовый портрет", xaxis = "Численность жертв (x)", y
```

После запуска кода получаю график зависимости численности хищников от

численности жертв, а также фазовый портрет (рис. 4.1), (рис. 4.2).

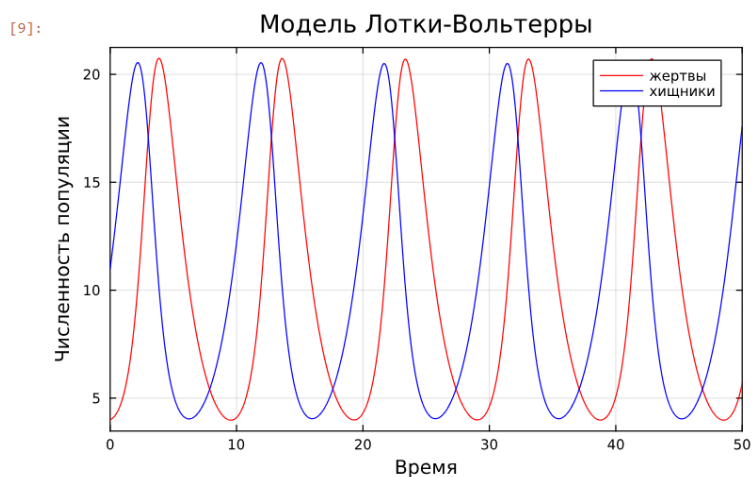


Рис. 4.1: График зависимости численности хищников от численности жертв

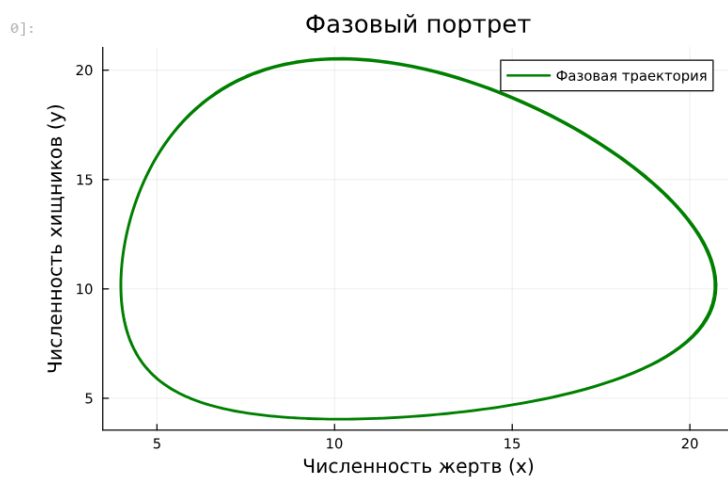


Рис. 4.2: Фазовый портрет

После этого пишу код для нахождения стационарного распределения.

```
x_c = p[3]/p[4]
y_c = p[1]/p[2]
u0_c = [x_c, y_c]
prob2 = ODEProblem(LV, u0_c, tspan, p)
sol2 = solve(prob2, Tsit5())
```

```
plot(sol2, xaxis = "Жертвы", yaxis = "Хищники", label = ["Жертвы" "Хищники"], c = ["re", "b"],
scatter([x_c], [y_c], label="Стационарная точка", markersize=8, color="green", marker="o"))
```

Получаю графики изменения численности хищников и численности жертв, а также график, на котором видно стационарную точку (рис. 4.3), (рис. 4.4). Видим, что графики численности параллельны друг другу, что характерно для стационарного состояния системы.

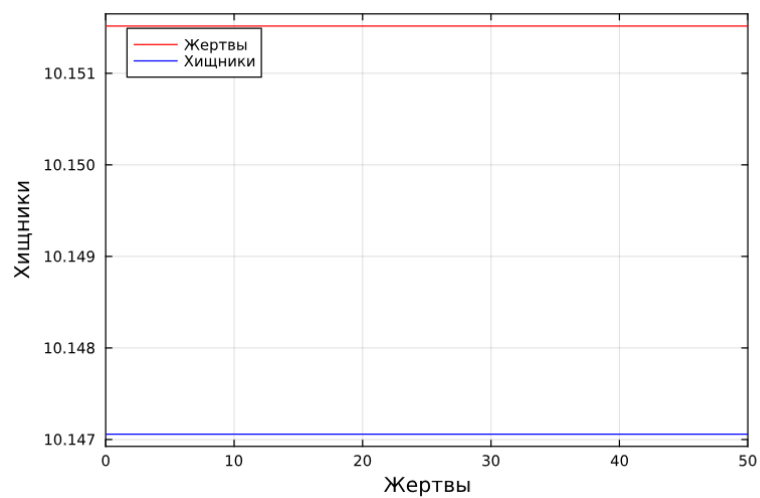


Рис. 4.3: График изменения численности хищников и численности жертв

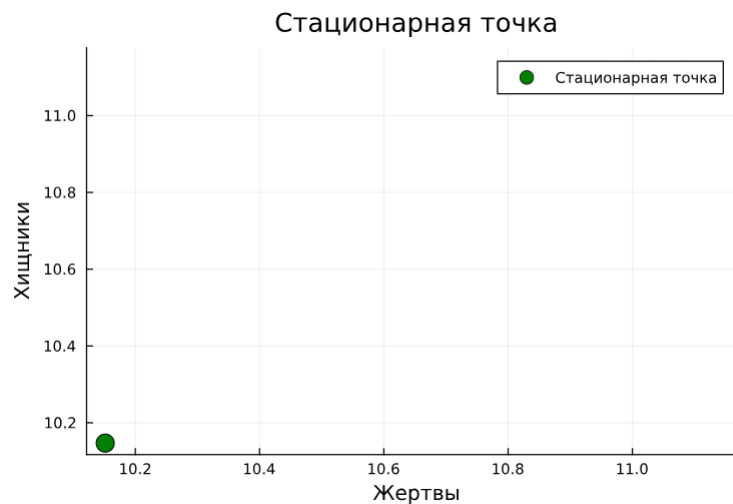


Рис. 4.4: Стационарная точка

После этого перехожу к работе с OpenModelica. Сначала реализую первую часть задания (рис. 4.5).

```

1  model lab5
2
3  parameter Real a = -0.69;
4  parameter Real b = -0.068;
5  parameter Real c = -0.67;
6  parameter Real d = -0.066;
7  parameter Real x = 4;
8  parameter Real y = 11;
9
10 Real x(start=x0);
11 Real y(start=y0);
12
13 equation
14
15     der(x) = a*x - b*x*y;
16     der(y) = -c*y + d*x*y;
17
18 end lab5;
```

Рис. 4.5: Реализация модели “хищник-жертва” с помощью OpenModelica

После запуска кода получаю график зависимости численности хищников от

численности жертв, а также фазовый портрет (рис. 4.6), (рис. 4.7).

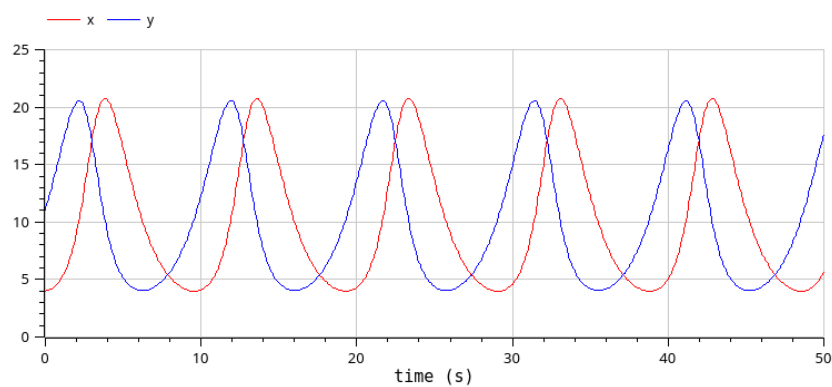


Рис. 4.6: График зависимости численности хищников от численности жертв

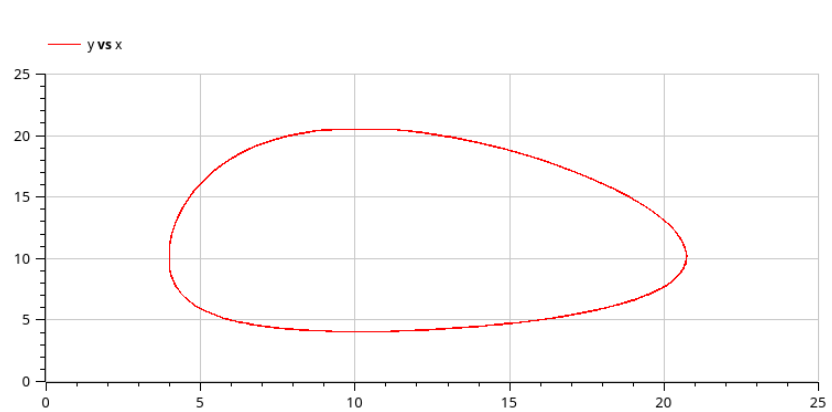


Рис. 4.7: Фазовый портрет

Теперь меняю код так, чтобы получить график системы в стационарном состоянии (рис. 4.8).

```

1  model lab5
2
3  parameter Real a = -0.69;
4  parameter Real b = -0.068;
5  parameter Real c = -0.67;
6  parameter Real d = -0.066;
7  parameter Real x0 = 0.67/0.066;
8  parameter Real y0 = 0.69/0.068;
9
10 Real x(start=x0);
11 Real y(start=y0);
12
13 equation
14
15     der(x) = a*x - b*x*y;
16     der(y) = -c*y + d*x*y;
17
18 end lab5;

```

Рис. 4.8: Реализация модели “хищник-жертва” с помощью OpenModelica

Получаю графики изменения численности хищников и численности жертв (рис. 4.9).

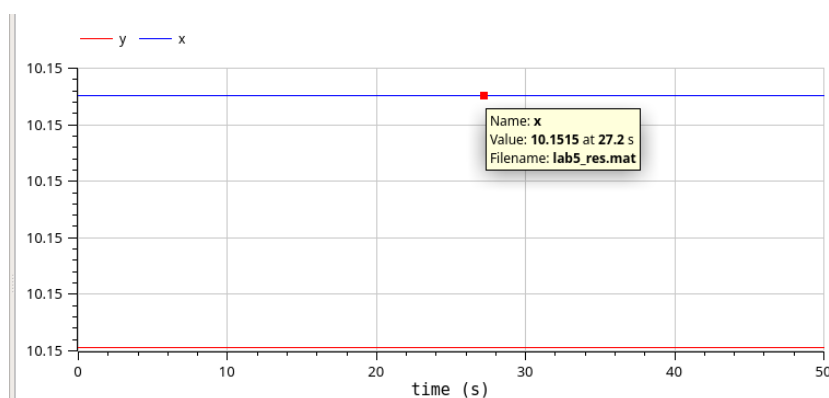


Рис. 4.9: График изменения численности хищников и численности жертв

5 Выводы

Я ознакомилась с моделью “Хищник-жертва” и реализовала её с помощью различных средств.