Лабораторная работа №5

Математическое моделирование

Серёгина Ирина Андреевна

Содержание

# 1 Цель работы

Ознакомиться с моделью “Хищник-жертва” и реализоваться её с помощью различных средств.

# 2 Задание

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв с помощью Julia и OpenModelica
2. Построить графики изменения численности хищников и численности жертв, найти стационарное состояние системы с помощью Julia и OpenModelica

# 3 Теоретическое введение

Моде́ль Ло́тки — Вольте́рры (модель Ло́тки — Вольтерра́[1]) — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами[2].

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

где — количество жертв,

— количество хищников,

— время,

— коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами

# 4 Выполнение лабораторной работы

Для начала реализую все программы на языке Julia. Задаю систему дифференциальных уравнений и начальные условия.

using DifferentialEquations, Plots;  
   
function LV(u, p, t)  
 x, y = u  
 a, b, c, d = p  
 dx = a\*x - b\*x\*y  
 dy = -c\*y + d\*x\*y  
 return [dx, dy]  
end  
   
u0 = [4,11]  
p = [-0.69, -0.068, -0.67, -0.066]  
tspan = (0.0, 50.0)  
prob = ODEProblem(LV, u0, tspan, p)  
sol = solve(prob, Tsit5())  
   
plot(sol, title = "Модель Лотки-Вольтерры", xaxis = "Время", yaxis = "Численность популяции", label = ["жертвы" "хищники"], c = ["red" "blue"], box =:on)  
plot(sol, vars = (1, 2), title = "Фазовый портрет", xaxis = "Численность жертв (x)", yaxis = "Численность хищников (y)", label = "Фазовая траектория", c = :green, linewidth = 2)

После запуска кода получаю график зависимости численности хищников от численности жертв, а также фазовый портрет (рис. 1), (рис. 2).

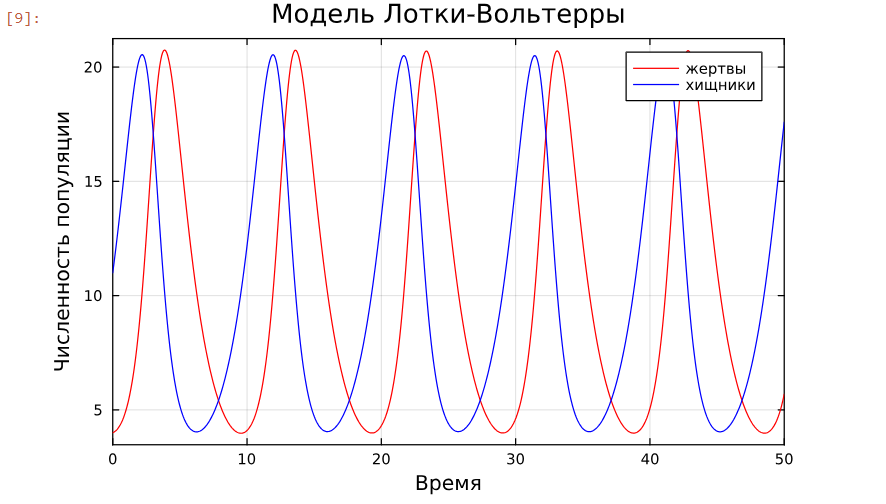


Рис. 1: График зависимости численности хищников от численности жертв

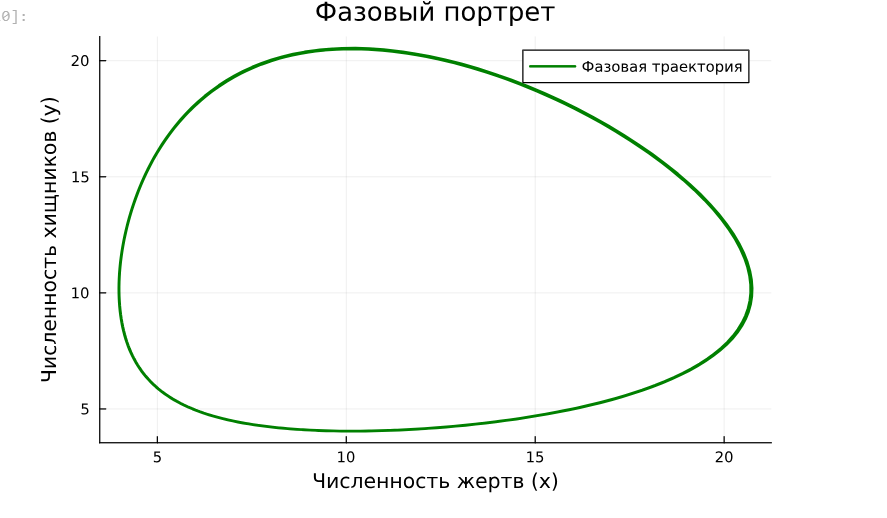


Рис. 2: Фазовый портрет

После этого пишу код для нахождения стационарного распределения.

x\_c = p[3]/p[4]  
y\_c = p[1]/p[2]  
u0\_c = [x\_c, y\_c]  
prob2 = ODEProblem(LV, u0\_c, tspan, p)  
sol2 = solve(prob2, Tsit5())  
   
plot(sol2, xaxis = "Жертвы", yaxis = "Хищники", label = ["Жертвы" "Хищники"], c = ["red" "blue"], box =:on)  
scatter([x\_c], [y\_c], label="Стационарная точка", markersize=8, color="green", marker=:circle, xaxis="Жертвы", yaxis="Хищники", title="Стационарная точка")

Получаю графики изменения численности хищников и численности жертв, а также график, на котором видно стационарную точку (рис. 3), (рис. 4). Видим, что графики численности параллельны друг другу, что характерно для стационарного состояния системы.

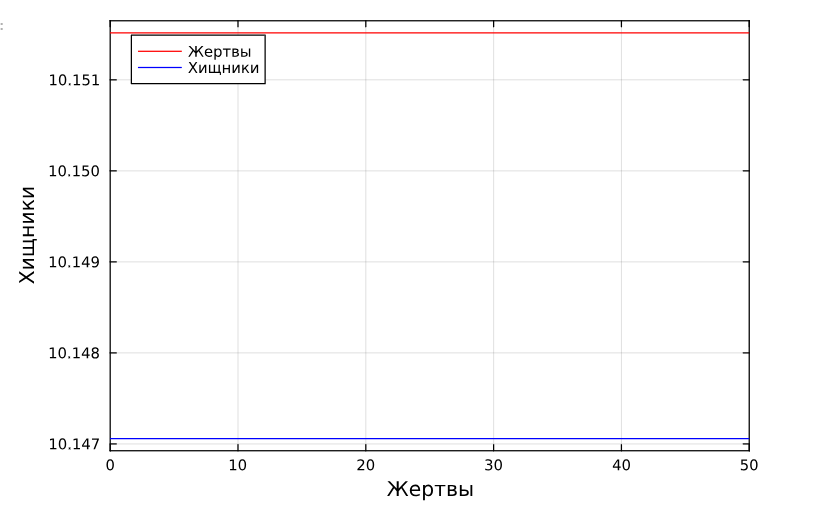


Рис. 3: График изменения численности хищников и численности жертв

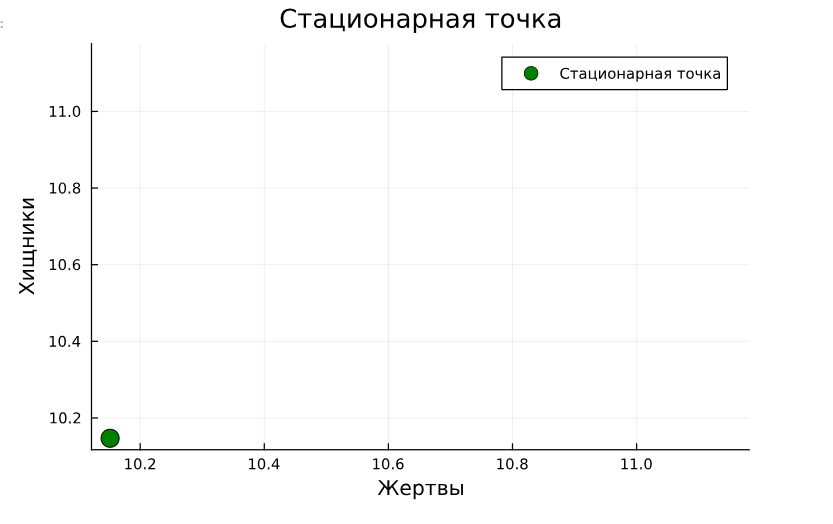


Рис. 4: Стационарная точка

После этого перехожу к работе с OpenModelica. Сначала реализую первую часть задания (рис. 5).

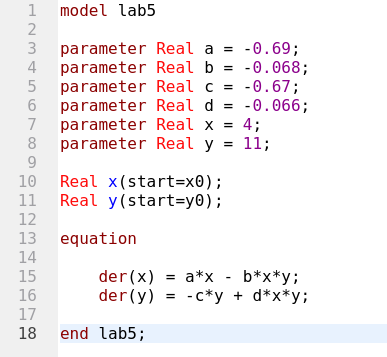


Рис. 5: Реализация модели “хищник-жертва” с помощью OpenModelica

После запуска кода получаю график зависимости численности хищников от численности жертв, а также фазовый портрет (рис. 6), (рис. 7).

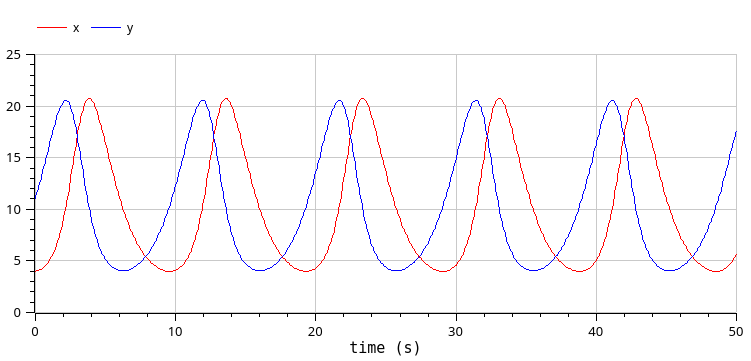


Рис. 6: График зависимости численности хищников от численности жертв

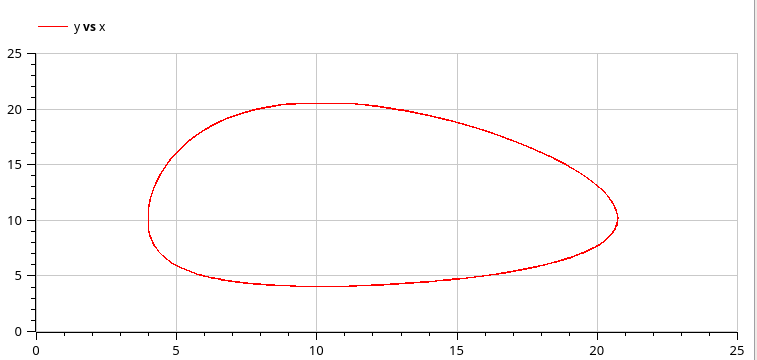


Рис. 7: Фазовый портрет

Теперь меняю код так, чтобы получить график системы в стационарном состоянии (рис. 8).

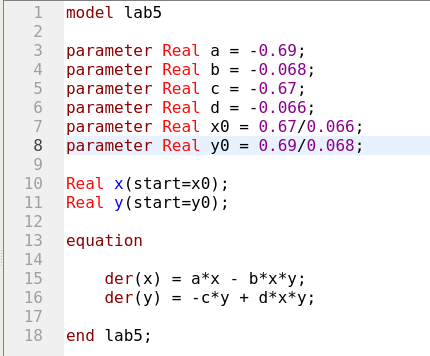


Рис. 8: Реализация модели “хищник-жертва” с помощью OpenModelica

Получаю графики изменения численности хищников и численности жертв (рис. 9).

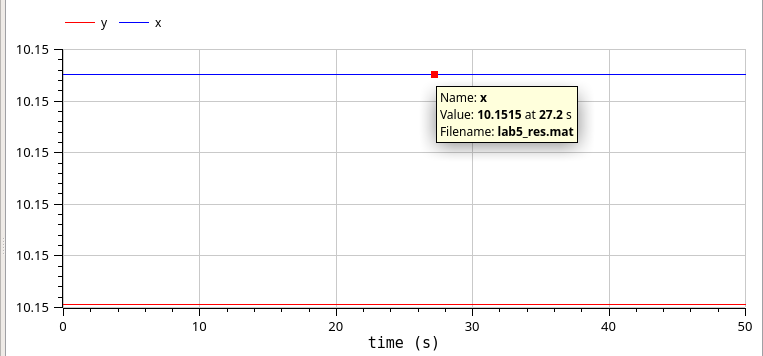


Рис. 9: График изменения численности хищников и численности жертв

# 5 Выводы

Я ознакомилась с моделью “Хищник-жертва” и реализовала её с помощью различных средств.