

ANÁLISE DE RETORNOS DE ATIVOS E ALOCACÃO ÓTIMA DE PORTFÓLIO

Iris Durante Alvim do Nascimento

12 de junho de 2025

1 Introdução

Este relatório tem como objetivo aplicar técnicas quantitativas da Teoria Moderna do Portfólio (Markowitz) para analisar e otimizar a alocação de capital em um portfólio composto pelos ativos Apple Inc. (AAPL), Tesla Inc. (TSLA) e The Coca-Cola Company (KO). A abordagem adotada contempla estatística descritiva, cálculo diferencial e álgebra linear, com ênfase na minimização de risco dado um retorno esperado uniforme.

2 Base de Dados

Neste estudo, utilizaram-se dados históricos de preços de fechamento diário de três ativos financeiros listados na bolsa de valores americana: Apple Inc. (AAPL), Tesla Inc. (TSLA) e The Coca-Cola Company (KO). Os dados foram coletados utilizando a linguagem de programação Python, por meio da biblioteca `yfinance`, que fornece informações financeiras atualizadas com acesso direto a diversas fontes de mercado.

O período considerado para a coleta foi de 3 anos, com intervalos diários. A partir dos dados brutos, foram calculados os retornos diários de cada ativo por meio da variação percentual entre os preços de fechamento.

3 Metodologia

3.1 Retornos Diários

Inicialmente, foram calculados os retornos diários dos ativos, os quais representam a variação percentual do preço de fechamento de uma ação de um dia para o outro. A fórmula utilizada foi:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}},$$

em que r_t representa o retorno no dia t , P_t o preço de fechamento no dia t e P_{t-1} o preço de fechamento do dia anterior.

3.2 Estatísticas de Risco

Com base nos retornos diários, foram obtidas as seguintes estatísticas:

Variância dos retornos:

$$\text{Var}(r) = \frac{1}{n} \sum (r_i - \bar{r})^2,$$

em que \bar{r} representa o retorno médio dos ativos.

Covariância entre ativos:

$$\text{Cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}),$$

em que x e y são os vetores de retorno dos ativos analisados.

3.3 Construção e Ajuste da Matriz de Covariância

A matriz de covariância foi construída a partir dos retornos dos três ativos selecionados, após o alinhamento dos dados. Para aplicação das técnicas de otimização, a matriz foi ajustada:

- Os elementos diagonais a_{ii} (variâncias) foram elevados ao quadrado;
- Os elementos fora da diagonal a_{ij} (covariâncias) foram multiplicados por 2.

3.4 Resolução do Sistema Linear

Com a matriz ajustada, foi formulado o sistema:

$$A \cdot w = b,$$

em que A é a matriz ajustada de covariância, w é o vetor de pesos e b é o vetor de retorno desejado, assumido como $[1, 1, 1]$.

Utilizou-se a função `np.linalg.solve()` do NumPy para resolver o sistema. Em seguida, normalizou-se o vetor w :

$$w_{\text{normalizado}} = \frac{w}{\sum w}.$$

A exigência de que a soma dos pesos seja igual a 1 reflete o princípio dos multiplicadores de Lagrange.

4 Otimização

A etapa de otimização buscou minimizar o risco do portfólio, respeitando a restrição da soma dos pesos igual a 1. Os pesos normalizados foram:

- Apple (AAPL): 0,2051
- Tesla (TSLA): 0,1064
- Coca-Cola (KO): 0,6885

A soma total dos pesos foi de 1,0000, garantindo alocação completa.

5 Resultados

A alocação ótima favorece a Coca-Cola (KO), refletindo sua menor variância e correlação com os demais ativos. A Apple ocupa uma posição intermediária, e a Tesla, por ser mais volátil, representa a menor parcela da carteira.

6 Considerações Finais

A metodologia adotada demonstrou como conceitos matemáticos — variância, covariância, álgebra linear e escalonamento de matrizes — podem ser aplicados na prática à otimização de carteiras financeiras. O uso da linguagem Python e da biblioteca `yfinance` possibilitou a automatização de cálculos e análises, resultando em um modelo baseado na Teoria Moderna do Portfólio e em alocações de risco equilibrado.