

高压油管稳压控制

摘要

本文针对高压油管的稳压控制问题，通过对各进出油口的边界压力分析，拟合已有数据求得变量关系，建立燃油流量与压强的微分方程组模型，以压强平均偏差值最小为优化目标，结合 *PID* 控制理论与变步长搜索法，使用梯度下降进行局部搜索，最终求得进出油口稳压控制的最优策略。

针对问题一，以供油入口 A 开启时间为变量，基于流体力学建立流量方程和压强连续性方程。建立**单目标规划模型**，以压强平均偏差值最小为优化目标，开启时间为隐含参数。使用差分格式求解微分方程组，采用**基于 *PID* 控制理论的变步长搜索算法**求最优解，最终解得 100MPa 下供油入口 A 策略为每次开启时间约 0.28ms，而后关闭 10ms，再重复上述过程，给出在 2s、5s 和 10s 调整时长下的开启时长分别为 0.88ms、0.72ms、0.685ms。经检验计算得 100MPa 下 5s 内实际与目标压强平均偏差值为 -1.9501Mpa，平均偏差率 1.95%，偏差幅度较小，检验了模型的稳定性与算法有效性。

针对问题二，分析得高压油泵凸轮极径变化影响体积变化，从而导致压强变化；针阀上下移动导致有效流通面积变化，从而导致流量变化。利用问题一的燃油压强连续性模型建立了带有高压油泵和针阀的稳压模型。同样以压强平均偏差值最小构建单目标规划模型，使用**梯度优化**的步长搜索法在约束范围内求解得角速度为 0.02663rad/ms，使优化模型更符合实际情况。根据灵敏度分析可知由于供油凸轮升程越大，柱塞上升速度越大，高压出油阶段持续时间越长，故提高凸轮升程可以达到提升油泵内平均压力的效果，进而得以改善高压油泵供油速率。

针对问题三，在问题二模型的基础上增加单向减压阀的压控策略，计算单向减压阀的流量 Q 后与高压油管方程联立。以压强平均偏差值和最大动态偏差值最小建立**双目标规划模型**，其次通过**宽容分层序列法**，依据灵敏度分析得到压强准确性与稳定性的不同策略，对每个目标设置不同的优先级，转为多个单目标规划子问题，进而求解得到容许偏差范围内一组可行解，得到最优控制方案即凸轮角速度为 3.7°/ms，减压阀开启压强 P_D 为 100.05MPa，压强相对偏差值为 0.1678MPa，具有较好的建模效果。

本文的特色在于假设合理，采用流体力学建立流量方程、压强微分方程，使模型更切合实际情况。建立目标规划模型，使用宽容分层序列法求解多目标规划，结合 *PID* 控制理论与变步长、梯度优化的搜索算法，计算较快且收敛性较好。基于灵敏度及误差分析，提高求解精确性，实现控制策略的优化。

关键词：梯度优化、宽容分层序列法、*PID* 控制、变步长搜索法、灵敏度分析

一、问题重述

1.1 问题背景

高压油管内燃油的输入和喷出是燃油发动机工作的基础，高压共轨喷油系统利用高压油管将油泵输入的燃油储存起来，并从每个喷油器上喷出。因此燃油输入和喷出的间歇性工作在影响油量的同时也导致油管内压力发生变化，同时压力的变化反馈使得后续输入与喷出的燃油量出现偏差，进而容易影响发动机工作的效率。

1.2 问题重述

为研究高压油管的压力控制，根据题目背景以及附件信息，解决以下问题：

1、如何设置供油入口 A 每次开启的时长，使高压油管内压力值尽可能稳定在 $100MPa$ ；如何调整供油入口 A 开启的时长策略，在分别经过约 $2s$ 、 $5s$ 以及 $10s$ 的调整后压强上升并持续稳定在 $150MPa$ 左右。

2、将问题一中供油入口 A 和喷油嘴 B 分别替换为带凸轮的高压油泵和带运动针阀的喷油嘴，在满足部分问题一条件下仍使高压油管内的压力值尽量稳定在 $100MPa$ 左右，求解凸轮的角速度。

3、在问题二的基础上再增加一个规律相同的喷油嘴和单向减压阀，其他条件与压力要求不变，如何确定高压油泵凸轮的角速度和减压阀的控制方案。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一提供了高压油管的体积参数、管内压强和密度初始条件、供油入口的工作规律以及喷油口的喷油速率等信息。要使燃油流进流出的同时要确保管内压强稳定，即燃油流量、压强维持长时间的动态守恒。为建立燃油随时间变化的连续模型，首先对其进行假设，基于流体力学建立流量方程和压强连续性方程并离散化求解。运用搜索算法结合自动控制理论调整供油入口 A 开启时长，建立单目标规划模型求解最优时长。

2.2 问题二的分析

问题二求解基于问题一的燃油稳压模型，因凸轮与针阀都为周期运动，规律较强。高压油泵随凸轮运动而体积可变，对其建立燃油压强连续方程并以流量变化为桥梁与高压油管方程联立，针阀运动导致有效流经面积变化从而影响压强。凸轮角速度越大，油泵体积变化越快，供油入口进入油管的燃油越多，故高压油管内压强上升越快。因此，建立单目标规划模型，在约束范围内搜索凸轮的最优角速度。

2.3 问题三的分析

问题三新增第二个喷油嘴 C 和单向减压阀 D，两者均为出油口，且喷油嘴 C 与 B 规律相同，因此在问题二的基础上仅需要多计算单向减压阀的流量 Q 即可。假设单向减压阀的工作模式为高于特定压强即开启，所以新增决策变量为减压阀开启电压。重新以压强的稳定性与准确性指标建立多目标规划模型，为求较优解使用宽容分层序列法，依据灵敏度分析确定目标先后，进而求解并给出相应高压油泵和减压阀的控制方案。

三、基本假设

- 1、 不考虑燃油流动造成的压力损失，燃油流动视为一维轴向流动；
- 2、 燃油密度和弹性模量仅视为压力的函数；
- 3、 忽略燃油温度变化；
- 4、 燃油基本处于高压状态，忽略气泡影响；
- 5、 忽略高压油管的弹性形变且不考虑燃油压力传播时间，即管内压力处处相等；

四、符号说明

表 4.1 符号系统

符号	说明	单位
$V(t)$	体积	mm^3
$P(t)$	压强	MPa
ρ	燃油密度	mg/mm^3
A	有效流通面积	mm^2
$Q(t)$	流量	mm^3/ms
E	弹性模量	MPa
T	时长	ms
C	流量系数	—
ΔP	小孔两边的压力差	MPa
D	凸轮极径	mm
ω	凸轮角速度	rad/ms
$H(t)$	针阀距离	mm

注:其它符号将在文中具体说明，无下标默认为高压油管的变量。

五、问题一模型的建立与求解

5.1 模型准备

根据本文假设，密闭的高压油管内压力的变化由不定时不定量燃油的进入和喷出所决定。本题基于流体力学建立流量方程和压强连续性方程，确定供油入口开启时间确保管内压强基本处于稳压态。燃油进入油管压强上升，燃油喷出油管压强降低。使用伯努利方程计算流量，与流量方程联立得到燃油压强连续性方程，再由给定初始条件和供油入口和喷油器的工作条件递推得到后续时刻高压油管内的压强变化。

5.1.1 数据预处理

附件三给出了弹性模量与压力的关系，压力以 0.5 为间隔采样得到对应弹性模量，使用 *Matlab* 对弹性模量拟合得到 E 关于 P 的曲线，使用 ΔP 与 $\Delta \rho$ 关系求解 ρ 关于 P 的数值解并拟合，得到的解析式可以用于求任意压强下的密度 ρ 。为精确计算角速度，同样作出凸轮极径与极角的拟合。分析图 5.1，综合考虑 SSE 和调整过的 R^2 等指标，最终可知变量拟合效果较好。

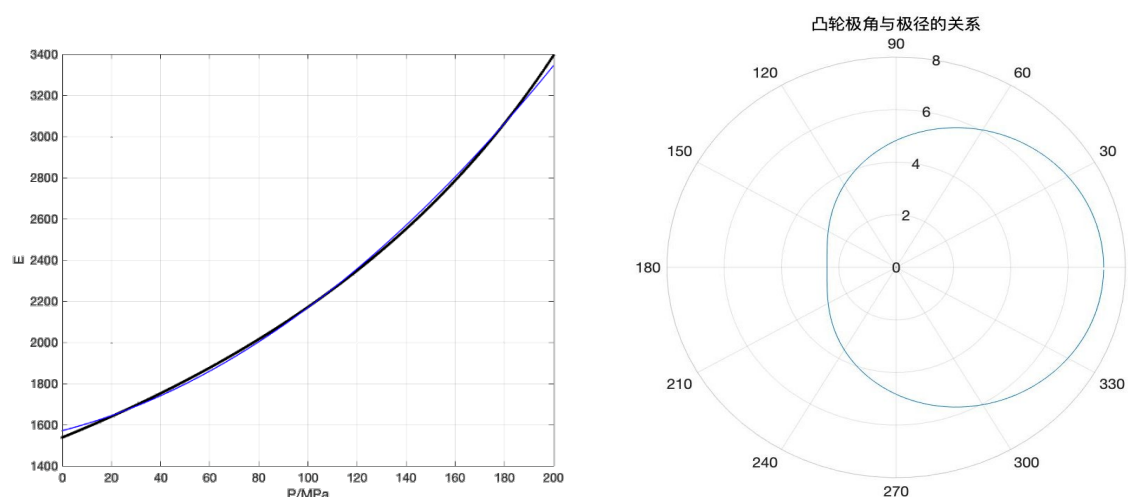


图 5.1 E 关于 P 的曲线（左）、凸轮极角与极径的关系（右）

5.2 供油入口 A 开启策略的单目标优化模型

5.2.1 燃油稳压模型

目前对高压油管和喷油器的仿真主要使用商业软件建模^[1-2]，其中使用传统流体力学建模方式得到的公式较为繁琐，并且复杂的数值求解方法会增加求解精度与困难度^[3]，在简化方程上不同学者建立的模型不尽相同，刘少彦^[4]和虞金霞^[5]建立了不同的喷油嘴燃油连续方程；在考虑燃油密度随温度变化、管内动能与压力损失、气液两相状态方面也见解不一，同时考虑这些因素对建模结果影响不大，但是会多引入外部变量，增加计算误差^[6]。

本文基于以上文献提炼出燃油稳压模型的一般模式。记高压油管体积 $V(mm^3)$ ，油管内压强 $P(MPa)$ 、密度 $\rho(mg/mm^3)$ ，供油入口 A 有效面积 $A_a(mm^2)$ ，初始压强 $P_0(MPa)$ ，初始密度 $\rho_0(mg/mm^3)$ ，目标压强 $P_s(MPa)$ ，进入流量 $Q_A(mm^3/ms)$ 与流出流量 $Q_B(mm^3/ms)$ ，弹性模量 $E(MPa)$ ，供油入口 A 每次开启时长 $T_s(ms)$ 。

燃油的压强变化量与密度变化量关系得到压强与密度关系计算，如方程式 5.1 所示：

$$\frac{\Delta P}{\Delta \rho} = \frac{E}{\rho} \quad (5.1)$$

式中 ΔP 、 $\Delta \rho$ 为管内压强 (MPa) 与密度 (mg/mm^3) 变化量， E 为燃油弹性模量 (MPa) ，求解微分方程计算出密度 ρ 是仅与压强相关的变量。

表示流体流进、流出各截面流量 Q 的伯努利方程如下：

$$Q = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (5.2)$$

式中流量系数 $C = 0.85$ ， A 为小孔的有效流通面积 (mm^2) ， ΔP 为小孔两边的压力差 (MPa) ， A 入口侧稳定压强 $160MPa$ ，计算时取有效值， ρ 为高压侧燃油的密度 (mg/mm^3) 。

对于任意容积腔模型，在有流量流进流出与体积变化时有如下流量方程：

$$\sum Q_i = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{E} \frac{dP}{dt} \quad (5.3)$$

式中 Q_i 为流进或者流出的燃油流量， V 为容积腔体积。为表示供油入口 A 和喷油嘴 B 实时状态，分别引入阶跃函数、分段函数表示供油入口 A 状态和喷油嘴 B 实时流量：

$$U_A(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_s \\ 0, & T_s < t \leq T_s + 10 \\ U_A(t - T_s - 10), & t > T_s + 10 \end{cases} \quad (5.4)$$

$$Q_B(t) = \begin{cases} 100t, & 0 \leq t \leq 0.2 \\ 20, & 0.2 < t \leq 2.2 \\ -100t + 240, & 2.2 < t \leq 2.4 \\ 0, & 2.4 < t \leq 100 \\ Q_B(t - 100), & t \geq 100 \end{cases} \quad (5.5)$$

这里我们先假定 A 与 B 的开启时刻位于 0 时刻，A 每次打开 T_s 后关闭 $10ms$ ，随后供油入口 A 和喷油嘴 B 状态进行周期变化。供油入口 A 的策略运行周期为 $T_s + 10ms$ ，喷油嘴 B 运行周期为 $100ms$ ， $U_A(t - T_s - 10)$ 为 A 状态变量阶跃函数的周期化表示， $Q_B(t - 100)$ 为 B 状态变量的周期化表示。

联立方程式 (5.2) 与 (5.3) 代入策略变量，得到从 t 到 $t + \Delta t$ 时刻，高压油管内流量变化由两部分导致：供油入口 A 流入，喷油嘴 B 喷出。燃油压强连续方程如下：

$$CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) + Q_B(t) = \frac{V}{E} \frac{dP(t)}{dt} \quad (5.6)$$

结合初始条件 $P_0 = 100MPa$ 、 $\rho_0 = 0.85mg/mm^3$ 、A 孔面积 $A_a = 0.49\pi mm^2$ 、高压油管体积 $V = 12500\pi mm^3$ 。

5.2.2 开启时间策略的单目标优化模型

(一) 目标函数

由题目可知，需要管内压力尽可能稳定在目标压强 P_s ，由于两小问目标压力不同，取前一小问经过时间为 $t_o = 0s$ ，后一小问经过时间分别为 $t_o = 2s$ 、 $5s$ 、 $10s$ 。使用区间 $[t_o, t_o + T_\tau]$ 内的平均偏差值 $\frac{1}{T_\tau} \int_{t_o}^{t_o+T_\tau} |P(t) - P_s|$ 来评估稳定性，积分时长 T_τ 取秒级时间长度表示长期平稳，取平均偏差值最小为优化目标。

(二) 决策变量

根据题目要求，问题一中除了供油入口 A 每次开启时长 $T_s(ms)$ ，除了固定值常量外其他值都可以由初始条件与时长策略计算得到，因此决策变量为每次开启时长 $T_s(ms)$ 。

(三) 约束条件

约束条件需要满足燃油稳压模型中 A、B 实时状态变量以及伯努利方程、燃油压强连续方程。特殊情况下目标压力大于当前压力，需要分别经过 $2s$ 、 $5s$ 、 $10s$ 到达，因此对于调整时间 t_o 过后其压强应该接近于目标压力 $150MPa$ ，选取误差小于 5% 为约束条件：

$$\frac{|P(t_o) - P_s|}{P_s} \leq 5\% \quad (5.7)$$

(四) 单目标优化模型的确立

综合上述分析，结合模型中燃油压强连续性分析得到优化模型为：

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{T_\tau} \int_{t_o}^{t_o+T_\tau} |P(t) - P_s| \\ & s.t. \left\{ \begin{array}{l} \frac{dP}{d\rho} = \frac{E}{\rho} \\ U_A(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_s \\ 0, & T_s < t \leq T_s + 10 \\ U_A(t - T_s - 10), & t > T_s + 10 \end{cases} \\ Q_B(t) = \begin{cases} 100t, & 0 \leq t \leq 0.2 \\ 20, & 0.2 < t \leq 2.2 \\ -100t + 240, & 2.2 < t \leq 2.4 \\ 0, & 2.4 < t \leq 100 \\ Q_B(t - 100), & t \geq 100 \end{cases} \\ CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) + Q_B(t) = \frac{V}{E} \frac{dP(t)}{dt} \\ \frac{|P(t_o) - P_s|}{P_s} \leq 5\% \end{array} \right. \quad (5.8) \end{aligned}$$

5.3 模型的求解

本文从研究高压油管内压强的动态关系入手，迭代尽可能逼近全局最优解的供油入口供油入口 A 开始时间 T_s 。根据题意，供油入口工作呈典型的周期性模式，其行为周期 T 由开启时间 T_s 与关闭时间 T_c 组成，即 $T = T_s + T_c$ ，其中 $T_c = 10ms$ ，因此 T_s 确定后供油入口 A 的工作模式即确定。下图为喷油嘴漏油和供油入口进油速率随时间变化情况：

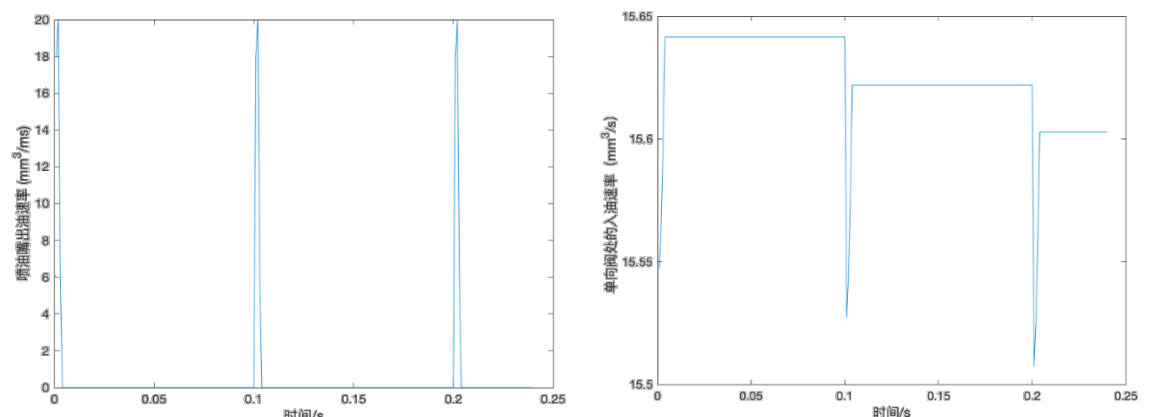


图 5.2 喷油嘴 B 出油（左）、供油入口 A 进油（右）速率随时间的变化

由上图结果可发现，在初始时刻，供油入口进油速率与喷油嘴出油速率数量级一致，且数值十分接近（前者为 $18mm^3/ms$ ，后者为 $15.65mm^3/ms$ ）。

本文最终采用经增量 PID 矫正的变步长搜索算法，总体算法流程图如下：

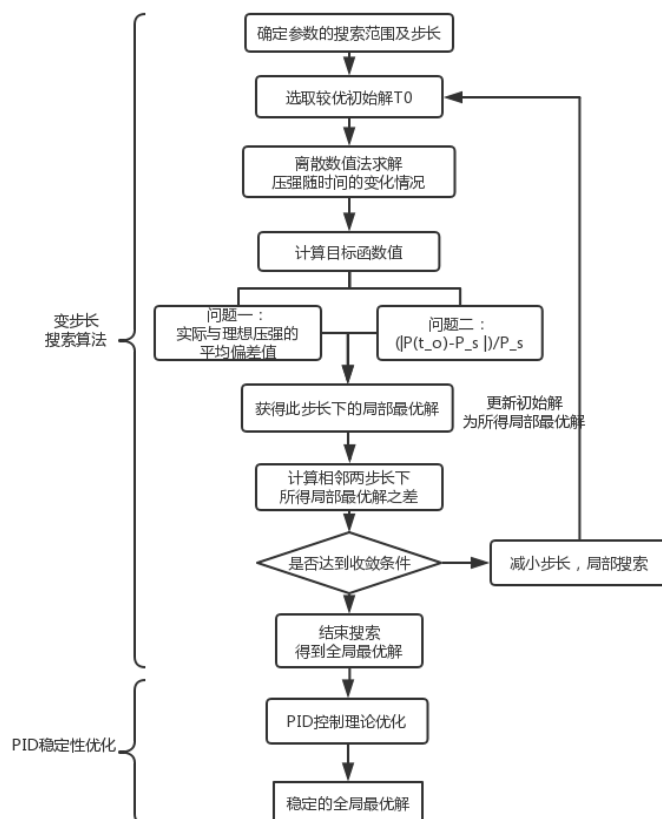


图 5.3 经增量 PID 矫正的变步长搜索算法

开启时间 T_s 为决策变量，而算法目标为使管内压强平均偏差值尽可能小。由于高压油管内压强实时动态变化、模型微分方程形式复杂，本题难以直接求得最优解，故先对数值离散化处理，后采用高效搜索算法寻找全局近似最优解。考虑到传统搜索算法效率低下且容易陷入局部最优，最终采用变步长搜索算法进行求解。

初步求解观察变步长搜索所得解，发现所得高压油管内压强曲线具有明显震荡，故本文进一步采用增量式 PID 校正的控制算法对供油入口开启策略进行调优，从而得到更快趋于稳定、更接近理想值的油管压强曲线。

5.3.1 基于结合增量式 PID 控制理论的变步长搜索算法

Step1. 参数的初始化：较优初始解的选取

搜索参数 T 的初始值 $T_0 = 0.3ms$ ，并选取初始搜索范围 $[0.25ms, 0.35ms]$ ，初始初始步长为 $0.01ms$ 。

Step2. 离散数值法求解目标函数值

首先建立关于时间 t 和体积 V ，压强 P ，流量 Q 的坐标关系，运用采样定理以不同间隔周期分别对体积 V ，压强 P ，流量 Q 进行周期采样。依据差分关系分别选取向前差分或者向后差分计算带入原式，使微分方程转换为差分方程进而求解。

Step3. 搜索步长的更新及算法的收敛性判断

获得此次步长下的局部最优解后，我们将此次最优目标函数值 Z_i 与上一轮步长下的最优函数值 Z_{i-1} 作比较。若满足：

$$|Z_i - Z_{i-1}| < 1e - 6 \quad (5.9)$$

说明此步长下搜索与上一步长所得最优函数值十分接近，算法已经收敛，直接结束搜索，得到全局最优解；否则减小步长，更新下一轮为 $step = step * 0.1$ ，重复上述步骤，进行下一轮搜索。

Step4. 基于增量式 PID 控制理论校正

增量式 PID 表述方式：

$$\Delta u(k) = k_p \{err(k) - err(k - 1) + k_i err(k) + k_d [err(k) - 2err(k - 1) + err(k - 2)]\} \quad (5.10)$$

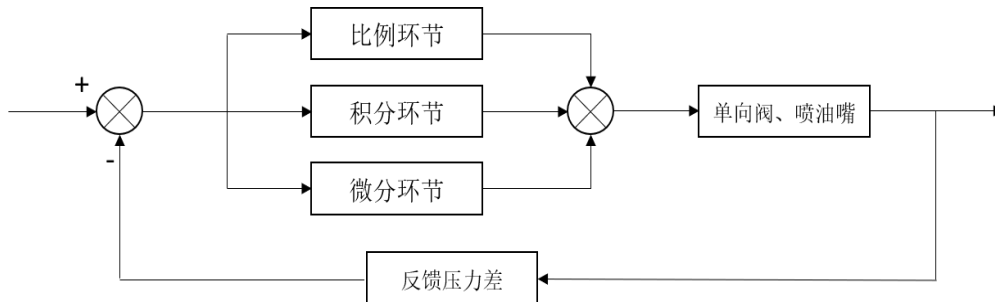


图 5.4 增量式 PID 表达系统框图

PID（比例-积分-微分）控制本质为对高压油管内外压力偏差的控制过程。当偏差不为 0 时比例环节起作用，通过成比例缩放对高压油管稳压系统实现粗略校正。积分环节主要是用来消除稳压系统稳定后输出值高压油管内当前压强和设定值目标压强之间的差值，累计误差加到原有系统以抵消系统造成的静差。微分环节则反应压强偏差的变化规律或变化趋势，根据偏差信号的变化趋势来进行超前调节，从而增加系统的快速性。

5.4 模型求解结果

图 5.6 为变步长搜索算法求得的最优结果。求得的最优供油入口开启策略为：每次开启 0.2799999999999983ms，而后关闭 10ms，再重复上述过程。

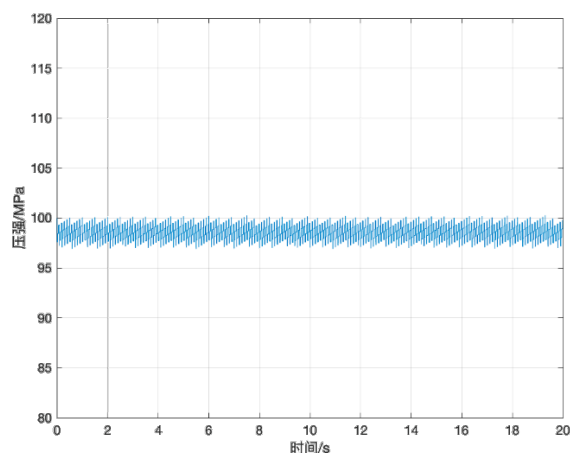


图 5.5 最优策略下管内压强 P 随时间 t 的变化关系

在这种开启策略下，高压油管内压强一直在 100MPa 附近震荡，并随供油泵、喷油嘴的行为呈周期性变化，且周期之间压强数值平稳。经检验计算，得周期内实际与理想压强的平均偏差值为-1.9501MPa，平均偏差率 1.95%，偏差幅度较小，接近目标压强。

综上所述，求得的开启策略下，所得高压油管压强稳定且接近理想值，因此开启策略较优，变步长搜索算法有效性高。

● 目标压力 150MPa 开启时长结果

表 5.2 不同目标调整时长下的供油入口开启策略

调整时长	调整时长内 A 开启时长 (ms)	调整结束后 A 开启时长 (ms)	平均偏差值 (MPa)
2s	0.88	0.735993	-0.0023
5s	0.72	0.735991	-0.5905
10s	0.685	0.735991	-0.4810

以 2s 调整策略为例，2 秒内 A 开启时长为 0.88ms，管内压强加速逼近 150MPa，随后调整 A 开启时长为 0.73599ms，压强稳定在 150MPa 附近。分析得调整时长越长，所需 A 的开启时间越短。在一个周期内 10ms 的关闭时间占绝大部分，因此 A 开启时间越长，供油入口 A 进入的油越快，压强升高越快。

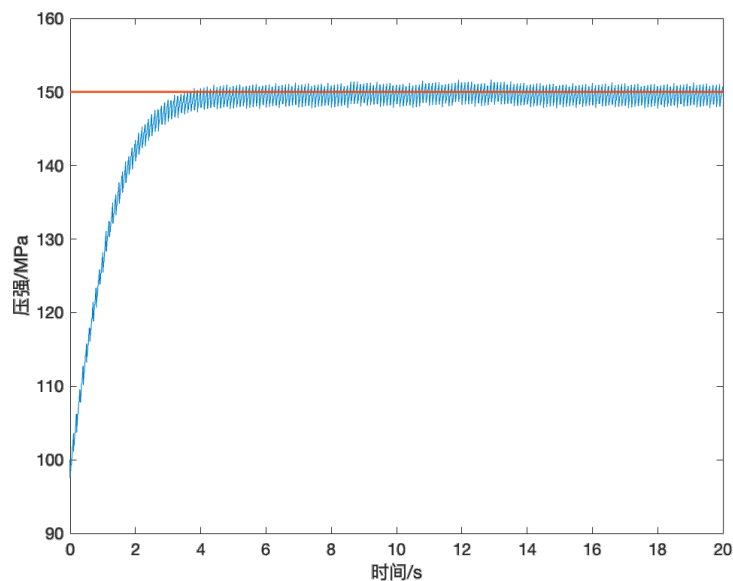


图 5.7 两秒调整时长策略下求得的管内压强 P 随时间 t 的变化关系

同时在使用 PID 求解时长中发现, 较大的 A 开启时长绘制的曲线都呈现先快速逼近某压强后在该值附近震荡的现象。其中如果直接调整 A 开启时长为 $0.73599ms$, 则将于数秒后直接稳定于 $150MPa$ 附近。

5.5 灵敏度分析

为分析不同开启时长对最终压力稳定状态的影响, 我们以 A 开启时长为横轴, 取 $2s$ 、 $5s$ 和 $10s$ 调整时长下求得的时长 $0.88ms$ 、 $0.72ms$ 、 $0.685ms$ 附近为研究区间。长时间后稳定的压强为纵轴, 绘制压强随开启时长 T_s 的变化曲线。由图 5.8 可得, 稳压随 T_s 的增加而增加, 且增量逐渐递减。 T_s 越大时, 压升越快, 供油入口 A 流入量减少, 最终流量会在供油入口 A 流入量与喷油嘴 B 喷出量间实现动态平衡, 油管内压强也稳定周期震荡。

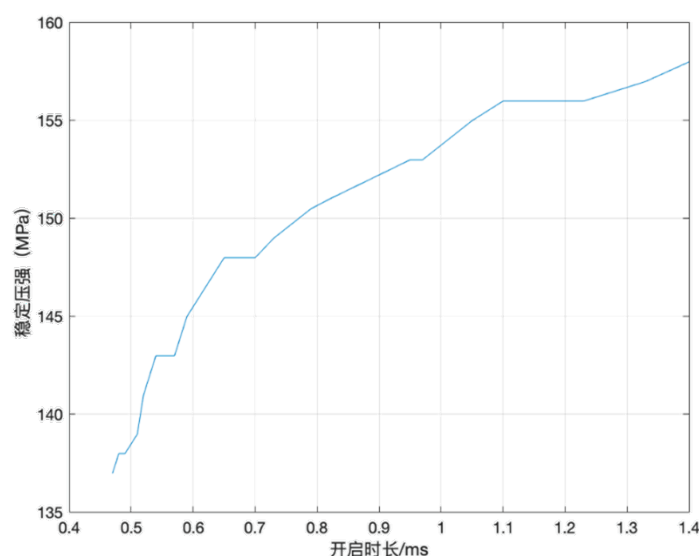


图 5.8 管内最终稳定的压强值随开启时长 T_s 变化曲线

六、问题二模型的建立与求解

6.1 问题分析

问题二基于问题一的燃油稳压模型，仅在联立流量方程（5.3）时替换 Q 为高压油泵进油量与针阀运动下喷油嘴的出油量之和。高压油泵柱塞腔同时有有流量流出与体积变化，也需要建立燃油压强连续方程，同时以伯努利方程计算得到的流量 Q 为桥梁与高压油管压强连续方程联立。

本题要求调节凸轮角速度来实现油管内压强的稳定，考虑到凸轮角速度越大，高压油管体积变化越快，压力升高越快，通过供油入口 A 进入高压油管的燃油越多，高压油管内压强上升越快。因此我们同样建立优化模型，在约束范围内搜索凸轮的最佳角速度，使得高压油管内压强稳定在 $100MPa$ 。

6.1.1 高压油泵压强分析

凸轮的转动直接导致高压油泵内容积 V_G 的变化，角速度 ω 影响凸轮极径 D 从而间接影响容积 V_G 。记上止点极径为 D_{max} ，下止点极径为 D_{min} ，则运动中高压油泵容积：

$$V_G = (D_{max} - D(\omega t)) \frac{d^2}{4} \pi + 20 \quad (6.1)$$

其中 $d = 5mm$ 为柱塞腔内直径， $20mm^3$ 为柱塞腔最小容积。

当柱塞腔内压强 P_G 大于油管内压强 P ，燃油流出柱塞腔进入油管，所以对于高压油泵也有流量方程：

$$-QU_A(t) = \frac{dV_G}{dt} + \frac{V_G}{E} \frac{dP_G}{dt} \quad (6.2)$$

$$U_A(t) = \begin{cases} 1, & P_G(t) > P(t) \\ 0, & P_G(t) \leq P(t) \end{cases} \quad (6.3)$$

式中 $U_A(t)$ 为条件阶跃函数， Q 为流进供油入口 A 的流量，计算同（5.2）。

依据题意，当 $D(\omega t) = D_{min}$ 时， $P_G = 0.5MPa$ 。

因此对于高压油泵的燃油连续方程为：

$$-CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) = \frac{dV_G(t)}{dt} + \frac{V_G}{E} \frac{dP_G(t)}{dt} \quad (6.4)$$

初始条件为当 $D = D_{min}$ 时， $P = 0.5MPa$ 。 $C = 0.85$ 为流量系数， A 孔面积 $A_a = 0.49\pi mm^2$ ， $\Delta P(t) = P_G(t) - P(t)$ ， ρ 、 E 关于 P 关系已预计算。

6.1.2 喷油嘴针阀运动分析

喷嘴结构如下图 6.1 所示，通过查阅文献^[9]得知在针阀移动过程中，可能的有效流通面积为下图阴影部分的圆台侧面积。

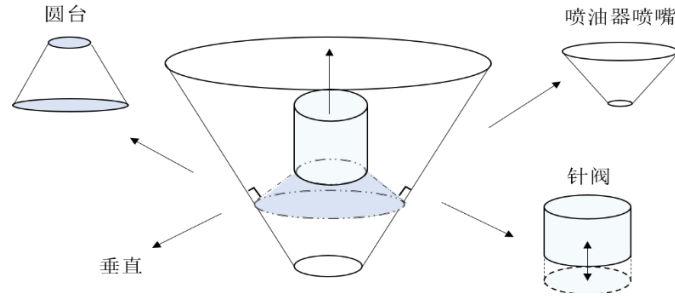


图 6.1 喷嘴结构

根据圆台侧面积公式得到有效侧面积 S_{BS} :

$$S_{BS}(t) = \pi H(t) \sin 9^\circ (2r + H(t) \sin 9^\circ \cos 9^\circ) \quad (6.5)$$

式中针阀半径 $r = 1.25\text{mm}$, 针阀运动曲线 $H(t)$, 密封座圆锥半角为 9° 。

最下端喷孔的直径 d_B 为 1.4mm , 因此最下端喷孔的面积 S_{BA} 为:

$$S_{BA} = \pi \frac{d_B^2}{4} \quad (6.6)$$

因此对于喷油嘴的有效流通面积 A_B 有 $A_B(t) = \min(S_{BS}(t), S_{BA})$ 。

喷油嘴截面流量 Q_B 的伯努利方程为:

$$Q_B(t) = CA_B(t) \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho(t)}} \quad (6.7)$$

通过查阅资料得知与喷油嘴相连的燃烧室压力一般为 20-30 个大气压, 基于文献^[9]给出的条件, 我们假设燃烧室压力的边界条件为: 6.5MPa , 故此处 $\Delta P'(t) = P(t) - 6.5$ 。

综上, 从 t 到 $t + \Delta t$ 时刻, 高压油管内流量变化有: 油泵到油管, 油液压缩, 针阀位移导致的油液减少。得油管内燃油压强连续方程:

$$CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) - CA_B(t) \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho'(t)}} = \frac{V}{E} \frac{dP(t)}{dt} \quad (6.9)$$

初始条件 $P_0 = 100\text{MPa}$ 、 $\rho_0 = 0.85\text{mg/mm}^3$, A 孔面积 $A_a = 0.49\pi\text{mm}^2$, 高压油管体积 $V = 12500\pi\text{mm}^3$ 。

6.2 凸轮角速度的单目标优化模型

(一) 目标函数

为使管内压力尽可能稳定在目标压强, 目标压强 P_s 与初始压强 P_0 相同, 选择从开始时间 τ 内的平均偏差值 $\frac{1}{T_\tau} \int_0^{T_\tau} |P(t) - P_s|$ 来评估稳定性, 积分时长 T_τ 取秒级时间长度表示长期平稳, 取平均偏差值最小为优化目标。

(二) 决策变量

问题二中一旦确定凸轮的角速度 ω , 其他值都可以由初始条件与约束解微分方程计算得到, 因此决策变量为凸轮的角速度 ω 。

(三) 约束条件

问题二同样需要满足问题一的燃油压强连续模型。此外还需要满足问题二的要求，即满足高压油泵燃油连续方程与喷油嘴截面流量 Q_B 的伯努利方程。

(四) 单目标优化模型的确立

综合上述分析，联立油泵和油管中燃油压强连续方程等得到优化模型为：

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{T_\tau} \int_0^{T_\tau} |P(t) - P_s| \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \frac{dP}{d\rho} = \frac{E}{\rho} \\ U_A(t) = \begin{cases} 1, & P_G(t) > P(t) \\ 0, & P_G(t) \leq P(t) \end{cases} \\ V_G = (D_{max} - D(\omega t)) \frac{d^2}{4} \pi + 20 \\ -CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) = \frac{dV_G(t)}{dt} + \frac{V_G}{E} \frac{dP_G(t)}{dt} \\ S_{BS}(t) = \pi H(t) \sin 9^\circ (2r + H(t) \sin 9^\circ \cos 9^\circ) \\ S_{BA} = \pi \frac{d_B^2}{4} \\ A_B(t) = \min(S_{BS}(t), S_{BA}) \\ CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) - CA_B(t) \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho'(t)}} = \frac{V}{E} \frac{dP(t)}{dt} \\ \Delta P(t) = P_G(t) - P(t) \\ \Delta P'(t) = P(t) - 6.5 \end{cases} \end{aligned} \quad (6.10)$$

6.3 模型的求解算法

6.3.1 求解分析

本题求解的目标是寻找最小平均偏差值进而得到策略角速度 ω ，使得高压油管内压力尽量稳定在 100MPa，即使得实际压力相对于理想压力的平均偏差最小。由于压力偏差量全局变化幅度大、但在小范围内的变化具有单调性，适于本文采用经梯度优化的步长搜索法来求解使平均偏差量最小的角速度。首先使用步长搜索法进行大步长全局搜索，求得初始较优角速度 ω_0 ；而后选取 ω_0 作为梯度下降起点，利用梯度下降进行小范围局部搜索，逐渐逼近全局最优解 ω_* 。

为初步探索角速度取值与压力偏差量的关系，本文取步长为 $0.3^\circ/\text{ms}$ ，作角速度为 $[0^\circ/\text{ms}, 10^\circ/\text{ms}]$ 内实际压强与理想压强的偏差量。

压力平均偏差量与角速度取值的关系如图 6.2 所示：

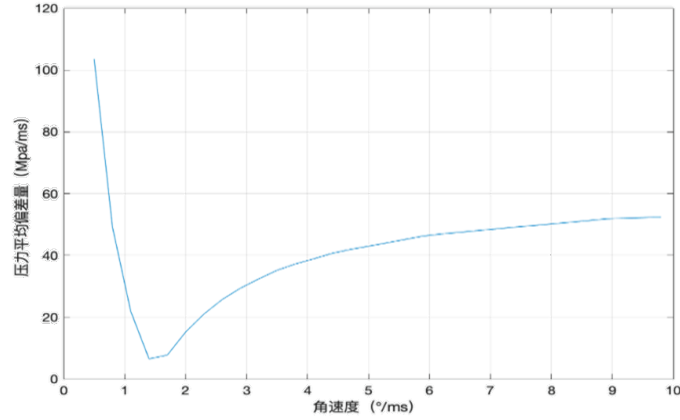


图 6.2 压力平均偏差量与角速度取值的关系

6.3.2 算法求解步骤

Step 1: 设定角速度 ω 的初始搜索区间 $[0^\circ/ms, 10^\circ/ms]$ 以及搜索步长 $1^\circ/ms$;

Step 2: 按步长遍历搜索区, 并计算区间端点处角速度取值下的压强偏差量 ΔP_ω , $\omega \in [0, 1, 2, \dots, 10]$;

Step 3: 选取压强偏差量 ΔP_ω 最小的角速度 ω_0 , 作为梯度下降算法的初始解。 $\Delta P_{\omega_0} = \min(\Delta P)$;

Step 4: 选取梯度下降算法的初始学习率 α 及迭代收敛下限 Δ ;

Step 5: 根据当前学习率, 更新当前角速度 ω_i : $\omega_i \leftarrow \omega_{i-1} - \alpha \cdot \frac{d\Delta P}{d\omega}$;

Step 6: 计算角速度更新后的压强偏差量 ΔP_{ω_i} , 并比较 ΔP_{ω_i} 与 $\Delta P_{\omega_{i-1}}$;

Step 7: 若不符合迭代收敛条件 $|\Delta P_{\omega_i} - \Delta P_{\omega_{i-1}}| \leq \Delta$, 则更新学习率 $\alpha_i \leftarrow \alpha_{i-1} * 0.9$, 跳回到 Step 5 继续搜索; 否则结束搜索, 获得全局最优解 ω_* 。

6.4 模型求解结果

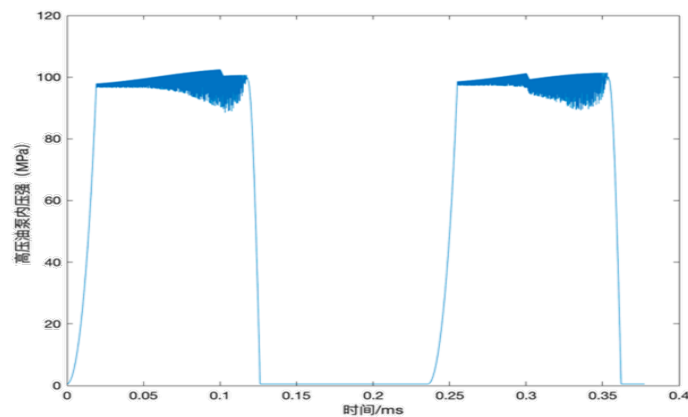


图 6.3 最优角速度下高压油泵内压力随时间的变化的关系

绘制最优角速度下高压油泵内压力随时间的变化曲线, 可发现高压油泵内压强随凸轮旋转呈同步周期性变化, 单周期内的压强变化大致可分为三个阶段:

- 1) 压缩阶段：每个周期的开头时段，由于高压油泵内初始压强较低，供油入口处于持续关闭状态。柱塞受凸轮驱动向上运动，柱塞腔容积减小导致高压油泵内油压急剧上升；油泵内压强上升到大于油管内压强时，供油入口即打开，进入第二阶段。
- 2) 出油阶段：此阶段的油泵压强 P_G 总体上十分接近油管内压强 P 并在 P 上下波动，供油入口间歇性开启。此阶段柱塞继续上推， P_G 上升，每当 $P_G > P$ 时，则供油入口开启；燃油进入高压管内，从而使得 P_G 下降，泵内压强回落到接近管内压强。故此阶段的油泵压强 P_G 与管内压强 P 呈现动态平衡状态， P_G 持续在 100Mpa 上下波动。
- 3) 回退阶段：此阶段柱塞持续向下运动，油泵压强小于油管内压强且随柱塞持续向下运动持续减小；直到凸轮完成旋转周期、到达下止点，低压燃油重新充满柱塞腔，系统回到第一阶段，重复以上过程。

表 6.2 模型求解结果

最优角速度($^{\circ}/ms$)	最优角速度 (rad/ms)	压强相对偏差值(Mpa)
1.526	0.02663	0.9328

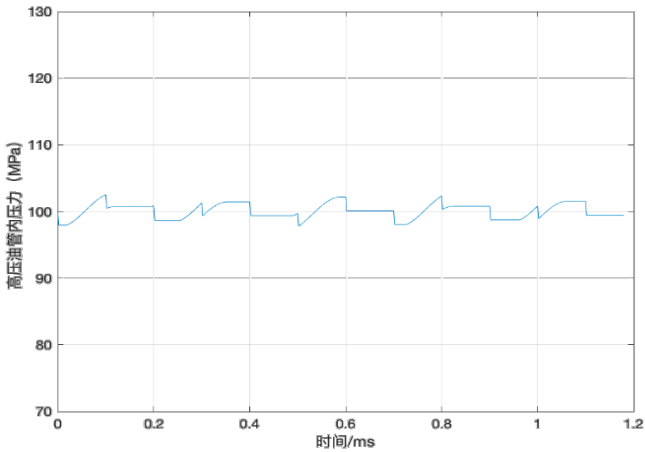


图 6.4 最优角速度下十周期内高压油管压力随时间的变化的关系

绘制求解角速度下十周期内高压油管压力随时间的变化图，可发现高压油管内压力随凸轮转动与喷油嘴运动周期呈周期性变化，油管内实际压力值一直在理想压力 100MPa 上下波动，压强相对偏差量取到较小值（0.9328Mpa），且各个周期之间平均压力维持恒定，都保持在 100MPa 上下波动。综上可知，所求得的最优角速度有效的、地使高压油管内压力稳定在 100Mpa 左右，符合题目要求，模型求解结果良好。

6.4 灵敏度分析

由于供油凸轮升程越大，柱塞上升速度越大，高压出油阶段持续时间越长，故提高凸轮升程可以达到提升油泵内平均压力的效果，进而改善高压油泵供油速率。

计算得到，升程为 10mm 凸轮的最大喷油速率为 $24.713mm^3/ms$, 相比原始凸轮增加了 $3.284mm^3/ms$ ，供油效率有显著提升。

七、问题三模型的建立与求解

7.1 问题的分析

问题三新增加的进出油口有第二个喷油嘴 C 和单向减压阀 D，两者均为出油口，且喷油嘴 C 与 B 规律相同，因此流量方程在问题二的基础上仅需要多计算单向减压阀的流量 Q 即可。

外部低压油路一般油压在几 MPa 级，因此与问题二一样取低压油路压力的边界条件为：6.5MPa，故截面流量压强差为 $\Delta P'(t) = P(t) - 6.5$ 。

单向减压阀流量 Q_D 的伯努利方程为：

$$Q_D(t) = C A_D \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho(t)}} U_D(t) \quad (7.1)$$

$$U_D(t) = \begin{cases} 1, & P(t) > P_D \\ 0, & P(t) \leq P_D \end{cases} \quad (7.2)$$

单向减压阀 D 孔面积 $A_D = 0.49\pi mm^2$ ， P_D 为单向减压阀开启压强，大于开启压强时 $U_D(t)$ 为 1，为 0 表示关闭。综上，此条件下从 t 到 $t + \Delta t$ 时刻，高压油管内流量变化有：油泵到油管，油液压缩，单向减压阀到低压油路，两个喷油嘴中针阀位移导致的油液减少。最终得油管内燃油压强连续方程：

$$C A_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) - 2 C A_B(t) \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho'(t)}} - C A_D \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho'(t)}} U_D(t) = \frac{V}{E} \frac{dP(t)}{dt} \quad (7.3)$$

其他参数与问题二相同。

7.2 凸轮角速度与减压阀开启的多目标优化模型

(一) 目标函数

在前两问的问题中我们使用了基于 PID 控制理论的变步长搜索算法，经 PID 的调整可使系统状态稳定并恢复到平衡状态。为此结合文献^[10]中动态性能指标，新增目标为最大动态偏差最小。

(1) 稳定性目标函数：平均偏差值最小

由题目可知，需要管内压力尽可能稳定在目标压强，目标压强 P_s 与初始压强 P_0 相同，因此选择从开始时间 τ 内的平均偏差值来评估稳定性， τ 取秒级时间长度，取平均偏差值最小为优化目标：

$$\min \frac{1}{\tau} \int_0^\tau |P(t) - P_s| \quad (7.4)$$

(2) 准确性目标函数：最大动态偏差值最小

最大动态偏差指稳定状态过程中，系统峰/谷值与稳态值最大的偏差幅度，幅度越小说明系统越准确。

取最大动态偏差值最小为优化目标：

$$\min \max |P(t) - P_s| \quad (7.5)$$

其中 $\max |P(t) - P_s|$ 表示 $[0, \tau]$ 时间内 $|P(t) - P_s|$ 的最大值。

(二) 决策变量

结合问题二，决策变量为凸轮的角速度 ω 与减压阀 D 开启压强 P_D 。

(三) 约束条件

问题三需要满足问题二的约束条件基础上满足单向减压阀 D 的约束。

(四) 多目标优化模型的确立

综合上述分析得到优化模型为：

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{\tau} \int_0^\tau |P(t) - P_s| \\ & \min \max |P(t) - P_s| \\ & \left. \begin{aligned} & \frac{dP}{d\rho} = \frac{E}{\rho} \\ & U_A(t) = \begin{cases} 1, & P_G(t) > P(t) \\ 0, & P_G(t) \leq P(t) \end{cases} \\ & V_G = (D_{max} - D(wt)) \frac{d^2}{4} \pi + 20 \\ & -CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) = \frac{dV_G(t)}{dt} + \frac{V_G}{E} \frac{dP_G(t)}{dt} \\ & S_{BS}(t) = \pi H(t) \sin 9^\circ (2r + H(t) \sin 9^\circ \cos 9^\circ) \\ & S_{BA} = \pi \frac{d_B^2}{4} \\ & A_B(t) = \min(S_{BS}(t), S_{BA}) \\ & U_D(t) = \begin{cases} 1, & P(t) > P_D \\ 0, & P(t) \leq P_D \end{cases} \\ & CA_a \sqrt{\frac{2\Delta P(t)}{\rho(t)}} U_A(t) - 2CA_B(t) \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho'(t)}} - CA_D \sqrt{\frac{2\Delta P'(t)}{\rho'(t)}} U_D(t) = \frac{V}{E} \frac{dP(t)}{dt} \\ & \Delta P(t) = P_G(t) - P(t) \\ & \Delta P'(t) = P(t) - 6.5 \end{aligned} \right\} s. t. \quad (7.6) \end{aligned}$$

7.3 基于宽容分层序列法的多目标规划求解

7.3.1 求解分析

多目标规划求解中，常用加权目标来确定目标函数的优先程度，但加权系数往往较难选取，此时可以采用宽容分层序列法进行求解。即取一组事先给定的宽容值，作为各相应目标最优值的允许偏差，逐层求解。

经过前两问对优化模型的灵敏度分析，决定采用宽容分层序列法为多个优化目标设定优先级，将优先级较高的目标解作为约束加入次级目标优化问题中，并设置一定的容许误差，从而转化为多个单目标的子目标优化模型求解。

7.3.2 求解步骤

（一）设立目标优先级

1、控制方案的层次分析

根据高压油管稳压要求，对稳压指标进行层次分析如下：

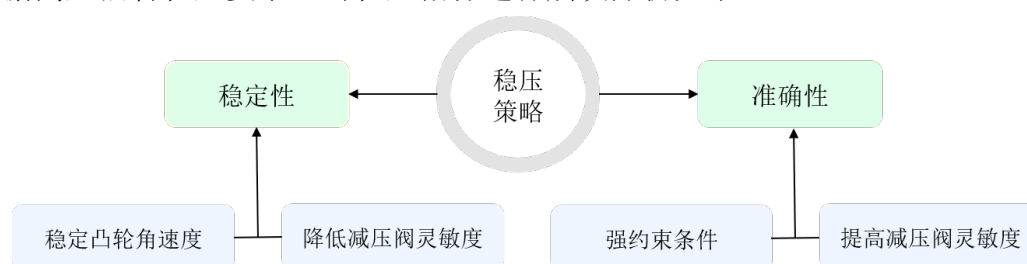


图 7.1 稳压指标的策略分析

从稳压指标出发制定策略，需要同时考虑动态压强的准确性与稳定性，提升稳定性需要降低减压阀灵敏度，但同时会导致压强变化缓慢，降低准确性。因此最优策略需要二者均衡考虑。

2、灵敏度分析

在本题条件下，通过对凸轮的角速度 ω 与减压阀 D 开启压强 P_D 的调整得到了不同的压强波动结果，其中角速度 ω 变化会显著影响压强的平均偏差值。因此对角速度 ω 与开启压强 P_D 分别以 $0.01/ms$ 和 $0.01rad/ms$ 为步长，模拟不同角速度与开启压强下压强的平均偏差值。

在主要的取值范围区间内观察其变化趋势，易得压强受角速度 ω 的影响波动变化更大，而减压阀 D 开启压强 P_D 可以实现较好地抑制压强变化。即减压阀 D 的开启压强 P_D 在稳压控制系统中的稳压效果更佳。

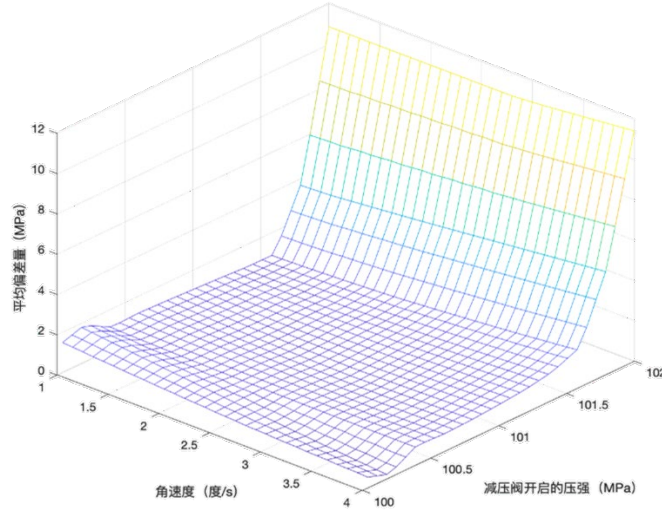


图 7.2 角速度 ω 与开启压强 P_D 不同组合

3、确定决策优先级

通过灵敏度分析发现，由于减压阀能够有效控制管内压强的最大值、将管内压强严格约束在减压阀 D 开启压强 P_D 以下，减压阀 D 对压强的抑制效果显著。考虑到实际角速度对减压阀影响较大，角速度越快压强升高越快，波动越大。因此，基于控制指标准则，将开启压强 P_D 设为先决策变量，优先计算最优开启压强 P_D ，然后在该压强 P_D 下计算最优角速度 ω 。

4、确定目标优先级

在稳定性目标函数和准确性目标中，由于控制中往往对状态的稳定性要求较高，避免波动对设备产生损伤，加之即使压力并非绝对准确落在在目标压强，但由于波动较小，系统状态变化不大，与压强相关参数变化不大，所以优先将稳定性目标即平均偏差值最小设为主要目标，优先满足平均偏差值最小，设立多目标之间的优先级为：

$$F_1 \geq F_2 \quad (7.7)$$

其中， F_1 表示平均偏差值最小， F_2 表示最大动态偏差值最小。

5、宽容分层序列法求解子规划问题

分层序列法是根据各个目标的重要程度顺序排列，最优先考虑 F_1 ，然后将 F_1 与约束并列求解，得到最优解集 R_1 。再在 R_1 约束下，求 F_2 的最优值，得 R_2 。依次类推，直到求完所有目标值，即为多目标问题的最优解集合。具体步骤如下：

Step 1: 记模型约束为 A，对角速度 ω 取定值，解第一优先级的目标规划子问题。

$$\min \frac{1}{\tau} \int_0^\tau |P(t) - P_s| \quad (7.8)$$

$$\text{s.t. } A \quad (7.9)$$

通过灵敏度分析得到实验近似解，求得开启压强 P_D' ，并设置正偏差 d^+ 。

Step 2：记模型对角速度 ω 的约束为 B, 得到次优先级的目标规划子问题。

$$\min \max |P(t) - P_s| \tag{7.10}$$

$$s. t. \begin{cases} A \\ B \\ P_D = P_D' + d^+ \end{cases} \tag{7.11}$$

该模型与问题二模型相同，因此通过问题二模型的解法可求得最优角速度 ω 。

Step 3：得到最优角速度 ω 和开启压强 P_D 的可行解集，计算平均偏差值，选取平均偏差值较低的组合作为最优解。

7.4 模型的求解结果

通过 *Matlab* 编程对模型求解，求得凸轮角速度 ω 与减压阀 D 开启压强 P_D 的最优控制方案：

表 7.1 凸轮和减压阀的最优控制方案

凸轮角速度 $\omega(^{\circ}/ms)$	减压阀 D 开启压强 $P_D(MPa)$	压强相对偏差值 (Mpa)
3.7	100.05	0.1678

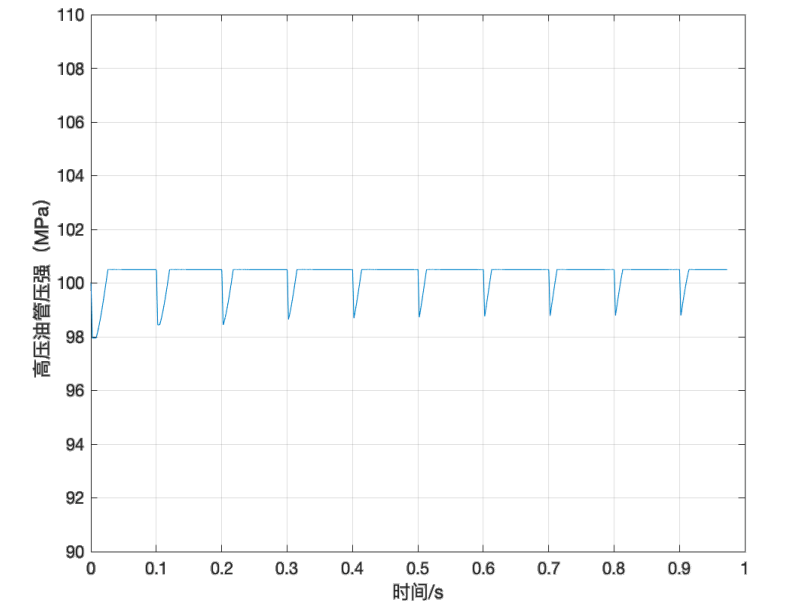


图 7.3 最优策略下高压油管的压强

八、模型的评价与改进

8.1 模型的优点

1. 合理的假设：本文通过大量阅读文献建立了一系列科学的假设，不考虑燃油流动造成的压力损失，忽略燃油温度变化和气泡影响及高压油管的弹性形变且不考虑燃油压力传播时间，由此大大简化模型与算法，具有较好的建模效果。

2. 建模的科学性: 本文建立目标规划模型, 采用流体力学建立流量方程、压强连续方程和伯努利方程进行求解, 使优化模型更符合实际情况。

3. 求解的严谨性: 问题一的初步数据预处理使得数值稳定性较好, 问题二三方方程离散化中采用变步长搜索法, 并利用梯度下降进行小范围局部搜索, 逐渐逼近全局最优解。

4. 方法的创新性: 本文创造地将 *PID* 控制理论以及变步长搜索法相结合, 在最大程度上简化了程序的运行。

8.2 模型的缺点

1. 由于模型分析较为简单, 模型缺乏管内液体流动与边界条件变化的定量探讨, 有产生偏差的可能性; 2. 模型假设较多使得求解存在一定程度上的局限性。

8.3 模型的改进与推广

1. 对高压油管喷油嘴、进油口等位置进行选择, 分不同位置进行不同的压力分析。
2. 将高压油管压强连续性方程推广到实际高压共轨燃油喷射系统中用于仿真分析。

九、参考文献

- [1] 刘红彬, 骆清国, 司东亚, 等. 高压共轨系统结构参数对喷油规律影响的研究[J]. 汽车工程, 2014, 36(1): 28—31, 47.
- [2] 田丙奇. 柴油机高压共轨喷油系统动态特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2014.
- [3] 白云, 范立云, 马修真, 等. 基于键合图理论的共轨式喷油器建模与试验[J]. 农业工程学报, 2015, 31(21): 116—122.
- [4] 刘少彦. 柴油机高压共轨喷油系统参数对柴油机性能影响的研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2003.
- [5] 虞金霞. 柴油机高压共轨喷油系统仿真与研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2002.
- [6] 何忠波, 薛光明, 李冬伟, 等. 高压共轨燃油喷射系统电控喷油器建模与试验[J]. 农业机械学报, 2014, 45(9): 37—43.
- [7] 蔡珍辉, 杨海青, 杭勇, 等. 基于 AMESim 的高压共轨喷油器的建模及分析[J]. 柴油机设计与制造, 2008, 15(1): 228—242.
- [8] 郑瑞. 直喷式 LPG 发动机燃油喷射过程的数值模拟与试验研究[D]. 湖北武汉: 华中科技大学, 2006.
- [9] 徐振伟, 尹必峰, 刘胜吉, 等. 单缸柴油机喷油系统的模拟计算与试验研究[J]. 机械设计与制造, 2010, 8: 32—34.
- [10] 肖甜甜. 控制系统优化目标函数选取对控制品质影响的研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2015.

十、附录

附录名称	问题一：变步长搜索算法	代码语言	Matlab
<pre> % 滴油 + 漏油 clear;clc; data_P_rou = xlsread(' ../附件 3-弹性模量与压力的副本.xlsx'); data_tulun = xlsread(' ../附件 1-凸轮边缘曲线.xlsx'); data_zhenfa_row = load(' ../data_zhenfa_row'); data_zhenfa = data_zhenfa_row.data_zhenfa; clear data_zhenfa_row P_up = 160; % 单位：MPa P_in_0 = 100; % 管内初始压强 C = 0.85; % 流量系数 d_up = 1.4; % 小孔直径（mm） S_up = pi * (d_up/2)^2; % 小孔面积 L = 500; % 管腔长度（mm） d_pip = 10; % 内直径（mm） V = pi * (d_pip/2)^2 * L; % 管体积(*pi) this_P_in = 100; % 记录当前时刻的管内压强 delta_t = 0.001; % 步长 p_history = [P_in_0]; % 记录每一时刻管内压强 time_history = [0]; % 记录时刻 delta_p_history = []; % 每一时刻的变化 P Ts=0.723*(10^-3); %% 调整，0.4，1 TT=Ts+0.01; % 模拟 1s 内的情况, 以 1ms 为步长 for time = 0+delta_t:delta_t:20 minus_p = P_up - this_P_in; % 当前时刻压强差 this_row = fun_P_row(this_P_in); %求出管内密度 rou this_E = fun_P_E(this_P_in); % 根据当前时刻管内求出弹性系数 E this_Q_in = C*S_up*sqrt(2*minus_p/this_row); % 此次小孔滴油 this_T_in = mod(time,TT); if this_T_in > Ts this_Q_in = 0; end this_Q_leak = -fun_Q_leak(time+2.5,delta_t); % 此次滴油管的“漏 出量” this_delta_Q = this_Q_in + this_Q_leak; % 求出此次的 Q 变化量(滴 </pre>			

```

油量 & 漏出量)
    delta_p = this_delta_Q * this_E/V;
    delta_p_history = [delta_p_history delta_p];
    this_P_in = this_P_in + delta_p; % 更新管内压强
    p_history = [p_history this_P_in];
    time_history = [time_history time];
end

plot(time_history,p_history)

xlabel("时间/s")
ylabel("压强/MPa")
sum(p_history(1,1:5*1000))/5/1000-100;

function [ans] = fun_Q_leak(end_time,duration) % start_time 单位为(s)
end_time = end_time * 1000;
duration = duration * 1000;
start_time = end_time - duration;
S_start_all = cacu_all_S(start_time);
S_end_all = cacu_all_S(end_time);
ans = S_end_all - S_start_all;
end

function [row] = fun_P_row(P)
row = -6.537*(10^(-7))*(P.*P) + 0.0005222*P + 0.8043;
end

function [this_E] = fun_P_E(this_P)
this_E = 0.02893*(this_P.*this_P) + 3.077*this_P + 1572;
end
function [ans] = cacu_S(end_time)
if end_time <= 0.2
    ans = end_time * (end_time * 100)/2;
elseif end_time>0.2 & end_time<=2.2
    ans = 0.2*20/2 + 20*(end_time - 0.2);
elseif end_time>2.2 & end_time<=2.4
    ans = 0.2*20/2 + 20*(2.2-0.2) + (20 + (2.4-end_time)*100)/2 *
(end_time-2.2);
elseif end_time>2.4 & end_time<=100
    ans = 0.2*20/2*2 + (2.2-0.2)*20;
end

```

```

end
function [ans] = cacu_all_S(endtime)
S_whole = 0.2*20/2*2 + (2.2-0.2)*20;
t_in_T = mod((endtime),100);
S_in_T = cacu_S(t_in_T);
S_pre = floor(endtime/100);
ans = S_in_T + S_whole * S_pre;
end

```

附录名称	问题二:梯度下降搜索最优解	代码语言	Matlab
<pre> clear;clc; load_data; load('zhenfa_h.mat'); %% 常数 step_du_ms = 1.526; % 角速度: 每毫秒1度 C = 0.85; % 流量系数 d_up = 1.4; % 小孔直径 (mm) S_up = pi * (d_up/2)^2; % 小孔面积 L = 500; % 管腔长度 (mm) d_pip = 10; % 内直径 (mm) V_guan = pi * (d_pip/2)^2 * L; % 管体积(*pi) P_in_0 = 100; % 管内初始压强 P_down = 6.5; % 下端外部压强, 永远是 6.5Mpa %% 临时变量 this_P_beng = 0.5; % 记录当前时刻泵内压强 % 初始在下止点, 压力位 0.5Mpa this_du = 180; % 记录当前角度 (初始为 180, 在下止点) this_V_beng = caculate_Vbeng(this_du); % 当前时刻泵内体积 this_delta_sum = 0; % 相对误差总值 % 记录当前时刻的管内压强 </pre>			


```

this_P_in = P_in_0;

%% 循环
t_st = 0;
T = 360/step_du_ms/1000;
t_ed = T * 10;
delta_t = 0.0000001; % 步长

index_size = floor((t_ed-t_st)/delta_t+1); % 预分配数组空间大小

%% 记录历史信息
history_P_beng = zeros(index_size,1);
history_P_beng(1,1) = 0.5;
history_time = zeros(index_size,1);
history_time(1,1) = 0;
history_P_in = zeros(index_size,1);
history_P_in(1,1) = 0;
history_minus_p = zeros(index_size,1);
history_minus_p(1,1) = 0;
history_Q_leak_up = zeros(index_size,1);
history_Q_leak_up(1,1) = 0;

history_V_beng = [];
history_delta_V_beng = [];
history_delta_P_beng = [];
history_du = [];
history_E_beng = [];

% 模拟 0.1s 内的情况, 以 1ms 为步长

cnt = 0;
for time = t_st:delta_t:t_ed
    cnt = cnt+1;
    history_time(cnt) = time;

    % 计算柱塞运动造成的“油泵”体积变化

```

```

    this_V_beng = caculate_Vbeng(this_du);
    next_V_beng = caculate_Vbeng(this_du +
step_du_ms*(delta_t*1000));
    %history_V_beng = [history_V_beng;this_V_beng];

    delta_V_beng = next_V_beng - this_V_beng;
    %history_delta_V_beng = [history_delta_V_beng;delta_V_beng];

    % 计算上孔的漏油量（仅当泵内压强 > 管内压强时）
    minus_p = this_P_beng - this_P_in; % 当前时刻压强差
    history_minus_p(cnt) = minus_p;

    if minus_p > 0
        this_row = fun_P_row(this_P_beng); % rou 取高压处 P(泵内 P)计
算
        Q_leak_up = C*S_up*sqrt(2*minus_p/this_row); % 上孔漏油量
    else
        Q_leak_up = 0;
    end
    history_Q_leak_up(cnt) = Q_leak_up;

    %% 计算下孔的漏油量
    % 计算当前时刻 time 下，圆台的侧面积，存到 this_S 中

    d_zhenfa = 2.5; % 针阀直径(2.5mm)
    d_dizuo = 1.4; % 底座直径(1.4mm)

    % 计算当前时间下，针阀的升程，存到 h_t 中

    h_t = zhenfa_h(mod(cnt,10^6)+1); % 提高极径为 1.2 倍
    % h_t 算完

    S_bs = pi * h_t * sind(9)*(d_zhenfa + h_t*sind(9)*cosd(9));
    S_ba = pi * (d_dizuo/2)^2;

    this_S = min(S_bs,S_ba);
    % this_S 算完

    % 算得下孔的漏油量
    this_row_down = fun_P_row(this_P_in);

```

```

        minus_p_down = this_P_in - P_down;
        this_Q_leak = C*this_S*sqrt(2*minus_p_down/this_rho_down); % 这个rho, 还是P_in 算得rho

%% 移动到下一时刻, 计算下一时刻P
% 油泵和油管, 压强变化量, 都要计算

% 油泵的压强变化
delta_Q_beng = -Q_leak_up;
this_E_beng = fun_P_E(this_P_beng);
delta_p_beng = (delta_Q_beng -
delta_V_beng)*this_E_beng/this_V_beng;
this_P_beng = this_P_beng + delta_p_beng;
    if this_P_beng<0.5
        this_P_beng = 0.5;
    end

    if isnan(this_P_beng)
        break;
    end
    history_P_beng(cnt) = this_P_beng;

% 管内的压强变化
delta_Q_pip = Q_leak_up;
this_E_pip = fun_P_E(this_P_in); % 根据管内压强P, 求出弹性系数E
% 由上端加油带来的压强变化
delta_p_pip = delta_Q_pip * this_E_pip/V_guan;
% 由下端漏油带来的压强变化
delta_p_pip = delta_p_pip - this_Q_leak * this_E_pip/V_guan *
delta_t * 10^3;

    this_P_in = this_P_in + delta_p_pip;
    history_P_in(cnt) = this_P_in;
    this_delta_sum = this_delta_sum + abs(this_P_in-100)*delta_t;

    this_du = this_du + step_du_ms*(delta_t*1000); % step_du_ms 为每
“毫秒”的变化值
end
this_rate_delta_p = this_delta_sum/T;
disp("finish")

```

```

%plot(time_history,delta_p_history)
%plot(history_time,history_delta_V_beng)
figure()
plot(history_time(1:4359108),history_P_beng(1:4359108))
figure()
plot(history_time,history_P_in)

```

附录名称	问题三 宽容分层序列求解	代码语言	Matlab
<pre> clear;clc; load_data; load('zhenfa_h.mat'); %% 二维搜索 % 决策: P_open_ce、step_du_ms % 评价指标: % 每个周期最低压强的平均 % 平均偏差值 (除以周期) this_ralate_delta_p % 变步长分层搜索 % ed_ans_ce = 100.4; % st_ans_ce = 100; % step_ans_ce = 0.05; % index_ans_size_ce = floor((ed_ans_ce-st_ans_ce)/step_ans_ce) + 1; % % ed_ans_du = 4; % st_ans_du = 3.4; % step_ans_du = 0.06; % index_ans_size_du = floor((ed_ans_du-st_ans_du)/step_ans_du) + 1; % % cnt_ans_du = 0; % % history_ralate_delta_p = zeros(index_ans_size_du,index_ans_size_ce); % 注意两个维度先后 % % % for step_du_ms = st_ans_du:step_ans_du:ed_ans_du % 在给定的 P_open_ce 中, 暴力搜索凸轮角速度 </pre>			

```

%      cnt_ans_du = cnt_ans_du + 1;
%      cnt_ans_ce = 0;
% for P_open_ce = st_ans_ce:step_ans_ce:ed_ans_ce
%      cnt_ans_ce = cnt_ans_ce + 1;
%% 常数

d_ce = 1.4; % 侧孔直径: 1.4mm

P_open_ce = 100.5; % 管内压强大于此值, 就打开侧阀

% 凸轮角速度: 每毫秒 1.5 度
step_du_ms = 3.7;

C = 0.85; % 流量系数

d_up = 1.4; % 小孔直径 (mm)
S_up = pi * (d_up/2)^2; % 小孔面积

L = 500; % 管腔长度 (mm)
d_pip = 10; % 内直径 (mm)
V_guan = pi * (d_pip/2)^2 * L; % 管体积(*pi)

P_in_0 = 100; % 管内初始压强
P_down = 6.5; % 下端外部压强, 永远是 6.5Mpa
%% 临时变量

this_P_beng = 0.5; % 记录当前时刻泵内压强
% 初始在下止点, 压力位 0.5Mpa

this_du = 180; % 记录当前角度 (初始为 180, 在下止点)
this_V_beng = caculate_Vbeng(this_du); % 当前时刻泵内体积

this_delta_sum = 0; % 相对误差总值
% 记录当前时刻的管内压强
this_P_in = P_in_0;

%% 循环
t_st = 0;
T = 360/step_du_ms/1000;
t_ed = T * 10;
delta_t = 0.0000001; % 步长

```

```

index_size = floor((t_ed-t_st)/delta_t+1); % 预分配数组空间大小

%% 记录历史信息
history_P_beng = zeros(index_size,1);
history_P_beng(1,1) = 0.5;
history_time = zeros(index_size,1);
history_time(1,1) = 0;
history_P_in = zeros(index_size,1);
history_P_in(1,1) = 0;
history_minus_p = zeros(index_size,1);
history_minus_p(1,1) = 0;
history_Q_leak_up = zeros(index_size,1);
history_Q_leak_up(1,1) = 0;
history_Q_leak_down = zeros(index_size,1);
history_Q_leak_down(1,1) = 0;
history_Q_leak_ce = zeros(index_size,1);
history_Q_leak_ce(1,1) = 0;

% 模拟 0.1s 内的情况, 以 1ms 为步长

cnt = 0;
for time = t_st:delta_t:t_ed
    cnt = cnt+1;
    history_time(cnt) = time;

    % 计算柱塞运动造成的“油泵”体积变化
    this_V_beng = caculate_Vbeng(this_du);
    next_V_beng = caculate_Vbeng(this_du +
step_du_ms*(delta_t*1000));

    delta_V_beng = next_V_beng - this_V_beng;

    %% 计算上孔的漏油量（仅当泵内压强 > 管内压强时）
    minus_p = this_P_beng - this_P_in; % 当前时刻压强差
    history_minus_p(cnt) = minus_p;

    if minus_p > 0
        this_row = fun_P_row(this_P_beng); % rou 取高压处 P(泵内 P) 计

```

算

```
    Q_leak_up = C*S_up*sqrt(2*minus_p/this_row); % 上孔漏油量
else
    Q_leak_up = 0;
end
history_Q_leak_up(cnt) = Q_leak_up;

%% 计算下孔的漏油量
% 计算当前时刻 time 下，圆台的侧面积，存到 this_S 中
d_zhenfa = 2.5; % 针阀直径(2.5mm)
d_dizuo = 1.4; % 底座直径(1.4mm)
% 计算当前时间下，针阀的升程，存到 h_t 中
h_t = zhenfa_h(mod(cnt,10^6)+1); % 提高极径为 1.2 倍
% h_t 算完
S_bs = pi * h_t * sind(9)*(d_zhenfa + h_t*sind(9)*cosd(9));
S_ba = pi * (d_dizuo/2)^2;
this_S = min(S_bs,S_ba);
% this_S 算完
% 算得下孔的漏油量
this_row_down = fun_P_row(this_P_in);
minus_p_down = this_P_in - P_down;
this_Q_leak = C*this_S*sqrt(2*minus_p_down/this_row_down); % 这
个rou, 还是 P_in 算得rou
history_Q_leak_down(cnt) = this_Q_leak;
%% 计算侧孔的漏油量
Q_leak_ce = 0;
if this_P_in > P_open_ce % 仅当管内压强>P_open_ce, 孔才开启
    minus_p_ce = this_P_in - P_down; % 侧孔压强差
    S_ce = (d_ce/2)^2*pi; %侧孔面积
    this_rou_ce = fun_P_row(this_P_in);
    Q_leak_ce = C * S_ce * sqrt(2*minus_p_ce/this_rou_ce);
end
history_Q_leak_ce(cnt) = Q_leak_ce;

%% 移动到下一时刻，计算下一时刻 P
% 油泵和油管，压强变化量，都要计算
% 油泵的压强变化
delta_Q_beng = -Q_leak_up;
this_E_beng = fun_P_E(this_P_beng);
delta_p_beng = (delta_Q_beng -
delta_V_beng)*this_E_beng/this_V_beng;
```

```

    this_P_beng = this_P_beng + delta_p_beng;
    if this_P_beng < 0.5
        this_P_beng = 0.5;
    end
    history_P_beng(cnt) = this_P_beng;
    % 管内的压强变化
    delta_Q_pip = Q_leak_up;
    this_E_pip = fun_P_E(this_P_in); % 根据管内压强 P, 求出弹性系数 E
    % 由上端加油带来的压强变化
    delta_p_pip = delta_Q_pip * this_E_pip / V_guan;
    % 由下端漏油带来的压强变化
    delta_p_pip = delta_p_pip - this_Q_leak * this_E_pip / V_guan *
delta_t * 10^3;
    % 由侧面漏油带来的压强变化
    delta_p_pip = delta_p_pip - Q_leak_ce * this_E_pip / V_guan * delta_t
* 10^3;

    this_P_in = this_P_in + delta_p_pip;
    history_P_in(cnt) = this_P_in;
    this_delta_sum = this_delta_sum + abs(this_P_in - 100) * delta_t;
    this_du = this_du + step_du_ms * (delta_t * 1000); % step_du_ms 为每
“毫秒”的变化值
end

this_ralate_delta_p = this_delta_sum / (T * 10);

% history_ralate_delta_p(cnt_ans_du, cnt_ans_ce) =
this_ralate_delta_p; % 二维记录
% disp(P_open_ce)
% end
% disp(step_du_ms)
% end
disp("finish")
%plot(time_history, delta_p_history)
%plot(history_time, history_delta_V_beng)
%plot(history_time, history_P_beng)
figure();
plot(history_time, history_P_in)

load('fittedmodel.mat')

```



```

fun=@(x,y) feval (fittedmodel,x,y);
ed_ans_du = 4;
st_ans_du = 1;
step_ans_du = 0.3;
xx_ori = [];
for step_du_ms = st_ans_du:step_ans_du:ed_ans_du
    xx_ori = [xx_ori step_du_ms];
end

ed_ans_ce = 102;
st_ans_ce = 100;
step_ans_ce = 0.2;
yy_ori = [];
for step_ce_ms = st_ans_ce:step_ans_ce:ed_ans_ce
    yy_ori = [yy_ori step_ce_ms];
end

ed_ans_du = 4;
st_ans_du = 1;
step_ans_du = 0.1;
xx_draw = [];
for step_du_ms = st_ans_du:step_ans_du:ed_ans_du
    xx_draw = [xx_draw step_du_ms];
end

ed_ans_ce = 102;
st_ans_ce = 100;
step_ans_ce = 0.07;
yy_draw = [];
for step_ce_ms = st_ans_ce:step_ans_ce:ed_ans_ce
    yy_draw = [yy_draw step_ce_ms];
end

cnt_xx = 0;
cnt_yy = 0;
for step_du_ms = st_ans_du:step_ans_du:ed_ans_du
    cnt_xx = cnt_xx + 1;
    cnt_yy = 0;
    for step_ce_ms = st_ans_ce:step_ans_ce:ed_ans_ce

```

```

        cnt_yy = cnt_yy + 1;
        Z_draw(cnt_xx,cnt_yy) = fun(step_du_ms,step_ce_ms);
    end
end
ed_ans_du = 4;
st_ans_du = 1;
step_ans_du = 0.1;
xx_draw = [];
for step_du_ms = ed_ans_du:-step_ans_du:st_ans_du
    xx_draw = [xx_draw step_du_ms];
end

ed_ans_ce = 102;
st_ans_ce = 100;
step_ans_ce = 0.07;
yy_draw = [];
for step_ce_ms = ed_ans_ce:-step_ans_ce:st_ans_ce
    yy_draw = [yy_draw step_ce_ms];
end
figure();
[X,Y] = meshgrid(xx_draw,yy_draw);
Z_draw = Z_draw';
mesh(X,Y,Z_draw)

```