

重庆南开中学高 2019 级入学适应性测试

数学试题

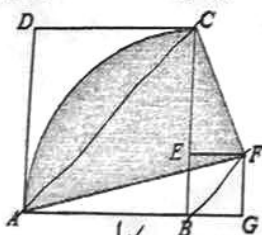
(本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

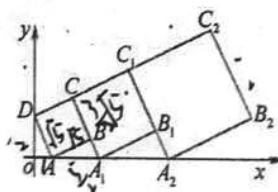
- 下列实数中, 最大的是 ()
A. -1 B. $-\frac{\pi}{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $-\frac{4}{5}$
- 已知锐角 α , $\tan(90^\circ - \alpha) = \sqrt{3}$, 则 α 为 ()
A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°
- 解不等式组 $\begin{cases} x+5 < 5x+1 \\ x-m > 1 \end{cases}$ 的解集为 $x > 1$, 则 m 的取值范围是 ()
A. $m \leq 1$ B. $m \geq 1$ C. $m \leq 0$ D. $m \geq 0$
- 若 $\frac{a}{b} = 2$, $\frac{b}{c} = 3$, 则 $\frac{a+b}{b+c}$ 的值为 ()
A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 3
- 下列说法正确的是 ()
A. 为了解我市本月的猪肉价格上涨幅度的情况适合用普查
B. 在一个只装有白球和红球的袋中随机摸取一个球, 摸出的是黄球是一个确定事件
C. 在 5 月份某周, 我市每天的最高气温 (单位: $^\circ\text{C}$) 分别是 18, 19, 18, 26, 21, 32, 26, 则这组数据的极差是 14°C , 众数是 18°C
D. 如果甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 2$, 乙组的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 1.6$, 那么甲组数据比乙组数据稳定
- 有下列函数: ① $y = -3x$; ② $y = x - 3$; ③ $y = \frac{1}{x}$; ④ $y = -x^2 + 6x + 2$ ($x > 3$). 其中当 x 在各自的自变量取值范围内取值时, y 随着 x 的增大而增大的函数有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E 在 BC 上, 四边形 $EFGB$ 也是正方形, 以 B 为圆心, BA 长为半径画弧 AC , 连结 AF 、 CF , 则图中阴影部分面积为 ()

A. $\pi + 1$ B. 2π

C. $3\pi - 1$ D. 4π



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图, 在平面坐标系中, 第1个正方形 $ABCD$ 的位置如图所示, 点 A 的坐标为 $(1,0)$, 点 D 的坐标为 $(0,2)$, 延长 CB 交 x 轴于点 A_1 , 作第2个正方形 $A_1B_1C_1C$, 延长 C_1B_1 交 x 轴于点 A_2 , 作第3个正方形 $A_2B_2C_2C_1$, ..., 按这样的规律进行下去, 第2016个正方形的面积为 ()

- A. $5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2015}$ B. $5 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{4030}$ C. $5 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{2015}$ D. $5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{4032}$

9. 将一枚六个面编号分别为1, 2, 3, 4, 5, 6的质地均匀的正方体骰子先后投掷两次, 记第一次掷出的点数为 a , 第二次掷出的点数为 b , 则使关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax+by=3 \\ x+2y=2 \end{cases}$ 只有正数解的概率为 ()

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{5}{18}$ D. $\frac{13}{36}$

10. 化简: $2\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}}$ 等于 ()

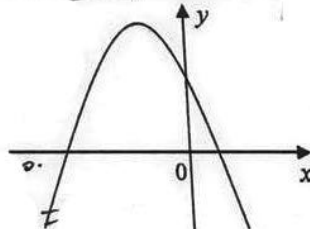
- A. $5-4\sqrt{2}$ B. 1 C. $4\sqrt{2}-1$ D. -1

11. 若关于 t 的不等式组 $\begin{cases} 2t+1 \leq 4 \\ t-a \geq 0 \end{cases}$ 恰有三个整数解, 则关于 x 的一次函数 $y = \frac{1}{4}x - a$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{3a+2}{x}$ 的图象的公共点的个数为 ()

- A. 0个 B. 1个 C. 0个或1个 D. 2个

12. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图, 且 $\sqrt{b^2 - 4ac} = b - 2ac$, 则正确的是 ()

- A. $b^2 - 4ac < 4$
B. $b^2 - 4ac > 4$
C. $b^2 - 4ac = 4$
D. $b^2 - 4ac$ 与 4 的大小关系不确定



第12题图

二、填空题: 本大题共3小题, 每小题5分, 把答案填写在答题卡相对应位置上。

13. 分解因式: $4a^2 - b^2 - 2a + b =$

14. 若实数 x, y 分别满足 $x^2 + xy + x = 14$, $y^2 + xy + y = 28$, 则 $x + y$ 的值是

15. 若抛物线 $y = ax^2$ 与四条直线 $x = 1, x = 2, y = 1, y = 2$ 围成的正方形有公共点, 则 a 的取值范围.

16. 已知实数 a, b, c, d 满足 $a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 1, ac + bd = 0$, 给出下列结论:

- (1) $a^2 + c^2 = 1$; (2) $b^2 + d^2 = 1$; (3) $ab + cd = 0$; (4) $ad + bc = 0$.

其中正确结论个数为.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

计算: (1) 解方程组:
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ y = -2x^2 + 3x + 10 \end{cases}$$

(2) 化简:
$$\left(\frac{4}{a^2 - b^2} + \frac{a + b}{ab^2 - a^2b} \right) + \frac{a^2 + ab - 2b^2}{a^2b + 2ab^2} + \frac{1}{a - b}.$$

18. (本小题满分 12 分)

不透明纸箱中装有形状、大小、质地等相同的 4 个小球, 分别标有数字 1, 2, 3, 4.

(1) 从纸箱中随机地一次取出两个小球, 求这两个小球上所标的数字一个是奇数另一个是偶数的概率;

(2) 先从纸箱中随机地取出一个小球, 用小球上所标的数字作为十位上的数字; 将取出的小球放回后, 再随机地取出一个小球, 用小球上所标的数字作为个位上的数字, 则组成的两位数恰好能被 3 整除的概率是多少? 试用树状图或列表法加以说明.

19. (本小题满分 12 分)

关于的 x 一元二次方程 $x^2 - x + n - 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 .

(1) 求 p 的取值范围;

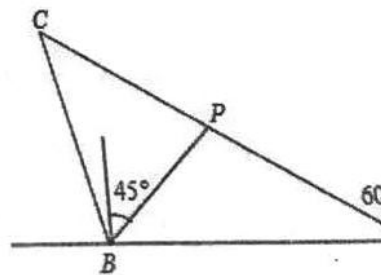
(2) 若 $[2x_2 + x_1(1 - x_1)][2x_1 + x_2(1 - x_2)] + 8 = 0$, 求 p 的值.

(本小题满分 12 分)

如图, 在一笔直的海岸线上有 A, B 两个观测站, A 观测站在 B 观测站的正东方向, 有一艘小船在 P 处, 从 A 处测得小船在北偏西 60° 方向, 从 B 处测得小船在北偏东 45° 的方向, 点 P 到点 B 的距离是 $3\sqrt{2}$ 千米. (注: 结果有根号的保留根号)

(1) 求 A, B 两观测站之间的距离;

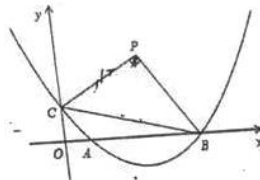
(2) 小船从点 P 处沿射线 AP 的方向以 $\sqrt{3}$ 千米/时的速度进行沿途考察, 航行一段时间后到达点 C 处, 此时, 从 B 测得小船在北偏西 15° 方向, 求小船沿途考察的时间.



21. (本小题满分12分)

如图, 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}(b+1)x + \frac{b}{4}$ (b 是实数且 $b > 2$) 与 x 轴的正半轴分别交于点 A 、 B (点 A 位于点 B 的左侧), 与 y 轴的正半轴交于点 C .

- (1) 点 B 的坐标为 , 点 C 的坐标为 (用含 b 的代数式表示);
- (2) 在第一象限内是否存在点 P , 使得四边形 $PCOB$ 的面积等于 $2b$, 且 $\triangle PBC$ 是以点 C 为顶点的等腰直角三角形? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由;
- (3) 在第一象限内是否存在点 Q , 使得 $\triangle QCO$, $\triangle QOA$ 和 $\triangle QAB$ 中的任意两个三角形均相似 (全等可作相似的特殊情况)? 如果存在, 求出点 Q 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



22. (本小题满分12分)

如图1, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=AD=DC=5$, $BC=11$. 一个动点 P 从点 B 出发, 以每秒1个单位长度的速度沿线段 BC 方向运动, 过点 P 作 $PQ \perp BC$, 交折线段 $BA-AD$ 于点 Q , 以 PQ 为边向右作正方形 $PQMN$, 点 N 在射线 BC 上, 当 Q 点到达 D 点时, 运动结束. 设点 P 的运动时间为 t 秒 ($t > 0$).

- (1) 当正方形 $PQMN$ 的边 MN 恰好经过点 D 时, 求运动时间 t 的值;
- (2) 如图(2), 当点 Q 在线段 AD 上运动时, 线段 PQ 与对角线 BD 交于点 E , 将 $\triangle DEQ$ 沿 BD 翻折, 得到 $\triangle DEF$, 连接 PF . 是否存在这样的 t , 使得 $\triangle PEF$ 是等腰三角形? 若存在, 求出对应的 t 的值; 若不存在, 请说明理由.
- (3) 在整个运动过程中, 设正方形 $PQMN$ 与 $ABCD$ 的重合部分面积为 S , 请直接写出 S 与 t 之间的函数关系式和相应的自变量 t 的取值范围.

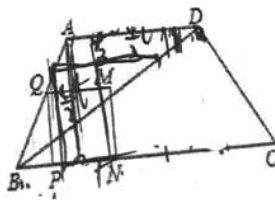


图1

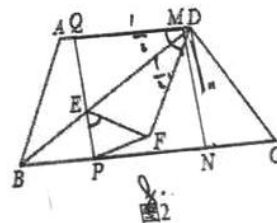


图2