重庆南开中学高 2024 级高一(上)期中考试

数学试题

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟. 第 Ⅰ 卷和第 Ⅱ 卷都答在答题卷上.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题: 本大题 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分, 每小题只有一个选项符 合要求,答案请涂写在机读卡上.

1. 已知集合 $U = \{x \in N^* \mid x \le 5\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, 则 $A \cap (C_U B) = \{1, 2, 3, 5\}$ ()

A. Ø

B. {1}

C. {1, 2} D. {2, 3}

2. 命题" $\forall x > 1$, $x^2 + x + 1 > 0$ "的否定为(

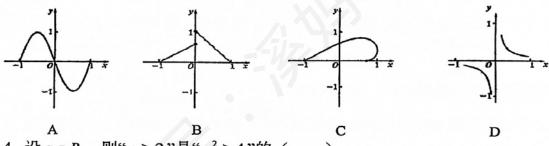
A. $\forall x \leq 1, x^2 + x + 1 \leq 0$

B. $\exists x \le 1, x^2 + x + 1 \le 0$

C. $\forall x > 1, x^2 + x + 1 \le 0$

D. $\exists x > 1, x^2 + x + 1 \le 0$

3. 已知集合 $A = \{x \mid -1 \le x \le 1\}$, $B = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$, 则下列图象中,能表示从集 合 A 到集合 B 的一个函数的为(



4. 设 $a \in R$,则" $a \ge 2$ "是" $a^2 \ge 4$ "的(

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不必要也不充分条件

5. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 2$ 在区间 $(-\infty, -3)$ 上单调递减,则实数 a 的取值范围 为()

A. a=3

B. $a \leq 3$

C. $a \le 6$ D. $a \ge 6$

6. 函数 $f(x) = x - \sqrt{2 - x}$ 的值域为 ()

A. $(-\infty, 2]$

B. $[2, +\infty)$

C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, 2)$

7. 已知集合 $A=\{1, 2, 8\}$,集合 $B=\{2, 3, 4, 5\}$,集合 C 满足 $A\cap C\neq\emptyset$ 且 $C\subseteq B$, 则满足条件的集合 C 的个数为(

A. 8

B. 12

C. 16

D. 24

8. 已知定义在 (-8, 8) 上的奇函数 f(x) 在 [0, 8) 上单调递增,则关于 x 的不等式

 $f(x^2-2x)+f(x^3)>0$ 的解集为()

A. (0, 1)

B. $(-2, 0) \cup (1, 4)$

C. $(-2, 0) \cup (1, +\infty)$

D. $(-2, 0) \cup (1, 2)$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得2分.

- 9. 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$,若 a > b, c > 0,则下列关系式中恒成立的有(

 - A. $ac^2 > bc^2$ B. $a^3 b^3 > 0$ C. |a| > |b|
- D. $\frac{c}{a^2+1} < \frac{c}{b^2+1}$

10. 下列四组函数中是相同函数的有(

- A. $f(n) = n+1, n \in N$; $g(x) = x-1, x \in Z$
- B. f(x) = |x|; $g(x) = \sqrt{x^2}$
- C. $f(x) = \frac{(\sqrt{x})^4}{x}$; $g(t) = \left(\frac{t}{\sqrt{t}}\right)^2$
- D. $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$; $g(x) = \sqrt{(x-1)(x+1)}$

11. 设函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$, $g(x) = ax - 2(a \in R)$, 则下列说法正确的有(

- A. 函数 $y = \sqrt{f(x)}$ 的单调递减区间为 $(-\infty, 2)$
- B. 若函数 y = f(x) + g(x) 为偶函数,则 $\alpha = 4$
- C 若函数 $y = \sqrt{f(x) + g(x)}$ 定义域为 R , 则 $a \in [2, 6]$
- D. $\forall x_1 \in [0, 3]$, $\exists x_2 \in [1, 2]$, 使得 $f(x_1) \ge g(x_2)$, 则 $a \le 1$

12. 群论是代数学中一门很重要的理论,我们熟知的一元五次及以上的方程没有 根式解就可以辩论的知识证明,群的概念则是群论中最基本的概念之一,其定义 如下:设G是一个非空集合,"•"是G上的一个代数运算,若满足:

① $\forall a,b,c \in G$,有 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;② $\exists e \in G$,使得 $\forall a \in G$,有 $e \cdot a = a \cdot e = a$;

③ $\forall a \in G, \exists b \in G$,使 $a \cdot b = b \cdot a = e$,则称G关于" \bullet "构成一个群,则下列说法正 确的有(

- A. $G = \{1, -1\}$ 关于数的乘法构成群
- B. 有理数集关于数的乘法构成群
- C. $G = \{2m | m \in \mathbb{Z}\}$ 关于数的加法构成群
- D. $G = {\sqrt{2m + \sqrt{3n} | m, n \in \mathbb{Z}}}$ 关于数的加法构成群

第 Ⅱ 卷(非选择题 共90分)

三、填空题:本大题 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分.各题答案必须填写在答题卡上相应位置(只填结果,不写过程).

14. 已知
$$a \in R$$
, $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, x > 3 \\ |x - 2| + a, x \le 3 \end{cases}$, 若 $f(f(2\sqrt{3})) = 5$, 则 $a =$ ______.

15. 设函数 $f(x) = \frac{x^4 - x^3 + x^2 - x + 1}{x^4 + x^2 + 1}$, 若函数 f(x) 在 R 上的最大值为 M,最小值为 m,则 $M + m = ______.$

16. 设函数 $f(x) = x^2 + 2x + a$,若关于 x 的不等式 f(f(x)) < 0 的解集为空集,则实数 a 的取值范围为______.

四、解答题:本大题 6 个小题,共 70 分.各题解答必须答在答题卡上(必须写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程).

- 17. (10 分) 设全集U=R, 集合 $A=\left\{x\left|x^2+4x+a=0\right\}\right\}$, $B=\left\{x\left|x^2+bx-2=0\right\}\right\}$.
- (1) 若集合A恰有一个元素,求实数a的值;
- (2) 若 $(C_U A) \cap B = \{2\}$, $(C_U B) \cap A = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

18. (12 分)集合
$$A = \left\{ x \left| \frac{x-1}{x+3} < 0 \right\} \right\}$$
, $B = \left\{ x \left| |x-2| < 3 \right\} \right\}$, $C = \left\{ x \left| m < x < 2 - m, m \in R \right\} \right\}$.

- (1) 求 $A \cap B$;
- (2) 现有三个条件: ① $B \cap C = C$,② $B \cap C = C$,③条件 $p: x \in C$, $q: x \in B$,若 $p \neq q$ 的充分不必要条件. 在这三个条件中任选一个填到横线上,并解答本题. 选择多个条件作答时,按第一选择给分.

已知	,	求实数m	的取值范围.
□ /47	,	77777777	HAT WELLEY COLUMN

- 19. (12 分) 已知定义在 R 上的函数 f(x) 满足: $2f(x)-f(-x)=x^2+2$.
- (1) 求函数 f(x) 的表达式;
- (2) 若函数 $g(x) = f(x) ax(a \in R)$ 在区间[-1, 2]上最小值为1,求实数 a 的值.

- 20. (12 分) 2019 年 7 月,教育部出台《关于深化教育教学改革全面提高义务教育质量的意见》,正式提出"五育并举"的教育方针,要求各级各类学校开足开好劳动教育课.为此,某中学在校内开辟了种植园区,供学生劳动使用.为保障同学们种植的作物更好地成长,学校准备采购一批优质种子.某商家在售的优质种子,原价每千克100元,为了促销,准备对购买量大的客户执行团购优惠活动.购买量没达到20 千克时,依然按原单价执行;购买量达到或超过20 千克时,超出部分每多一千克,则购买的所有产品单价每千克降低1元.比如购买21.5 千克,则所有的21.5 千克均按98.5 元单价执行.另外商家规定一次性最大购买量不超过60 千克.
- (1) 求购买该种子x千克花费的总费用y(元)关于x的函数;
- (2) 学校采购该种子时,幸运的获得了一张900元代金券,在购买产品总量不少于20千克时,可用来一次性抵扣900元. 那么,在购买量不超过60千克且花掉代金券的前提下,采购该批种子每千克的平均花费在什么范围?

- 21. (12 分)设二次函数 f(x) 满足 f(1) = -3,且关于 x 的不等式 f(x) < 0 的解集为(0, 4).
 - (1) 求函数 f(x) 的解析式;
 - (2)若关于x的方程mf(x)-x+1=0在区间(0, 2)上有解,求实数m的取值范围.

- 22. (12分)已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 f(x)满足:
 - ① f(3) = 0;
 - ② $\forall x, y > 0, f(xy) = f(x) + f(y) + 2;$
 - ③当 $x \in (0, 1)$ 时,f(x) < -2.
- (1) 求 $f\left(\frac{1}{9}\right)$;
- (2) 求证: 函数 f(x) 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增;
- (3) 若实数a > 0, $f(\sqrt{x}) + f(\sqrt{a-x}) < f(a\sqrt{x} + a\sqrt{a-x} + \frac{1}{4}a) f(9)$ 在

 $x \in \left(0, \frac{a+1}{2}\right)$ 上恒成立,求a的取值范围.