Práctica 2: Regresión

Grupo 4

Iria Lago Portela
Mario Picáns Rey
Javier Kniffki
David Bamio Martínez

En primer lugar vamos a cargar el conjunto de datos para la realización de esta práctica:

```
load("College4.RData")
datos<-College4[,-1]
```

Nuestro conjunto de datos contiene estadísticas de 500 universidades públicas y privadas de EE.UU., para las cuales se observaron 16 variables. A continuación mostramos las tres primeras filas del conjunto de datos:

```
head(datos,n=3)
```

```
##                                  Apps   Accept   Enroll Top10perc Top25perc
## University of Southern Colorado 7.244942 7.122060 6.405228        10        34
## University of San Francisco     7.743270 7.450661 6.287859        23        48
## Clarkson University             7.684324 7.577122 6.322565        35        68
##                                 P.Undergrad Outstate Room.Board Books Personal
## University of Southern Colorado    6.514713    7.100      4.380   5.4    2.948
## University of San Francisco        6.308098   13.226      6.452   7.5    2.450
## Clarkson University                3.970292   15.960      5.580   7.0    1.300
##                                 PhD Terminal S.F.Ratio perc.alumni Expend
## University of Southern Colorado  63       88      19.4           0  5.389
## University of San Francisco      86       86      13.6           8 10.074
## Clarkson University              95       95      15.8          32 11.659
##                                 Grad.Rate
## University of Southern Colorado        36
## University of San Francisco            62
## Clarkson University                    77
```

Consideraremos como variable respuesta la variable `Accept`, número de solicitudes aceptadas (en escala logarítmica), y como predictores el resto de variables numéricas del conjunto de datos.

Ejercicios

1. Ajustar un modelo lineal con penalización *lasso* a los datos de entrenamiento

a. Seleccionar el parámetro λ de regularización por validación cruzada empleando el criterio de un error estándar.

Comenzaremos utilizando el 80% de los datos como muestra de entrenamiento y el 20% restante como muestra de test. Establecemos como semilla el número del grupo multiplicado por 10, utilizando la función `set.seed`de R:

```
set.seed(40)
nobs <- nrow(datos)
itrain <- sample(nobs, 0.8 * nobs)
train <- datos[itrain, ]
test <- datos[-itrain, ]
```

Para este ejercicio utilizaremos el paquete `glmnet`. Este paquete no emplea formulación de modelos, sino que hay que establecer la respuesta `y`y una matriz o data.frame con las variables explicativas `x`. Como ya hemos comentado, la variable respuesta será `Accept`y las variables explicativas serán el resto de variables numéricas del conjunto de datos.

```
x<-as.matrix(train[,-2])
y<-train$Accept
```

A continuación ajustamos el modelo lineal con penalización lasso:

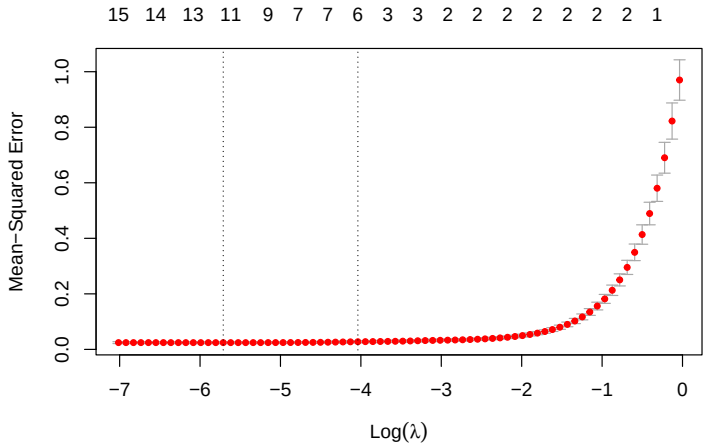
```
library(glmnet)

set.seed(40)
cv.lasso<-cv.glmnet(x,y,alpha=1)
```

Para seleccionar el parámetro de penalización por validación cruzada hemos utilizado la función `cv.glmnet()` y especificando `alpha=1`(opción por defecto) se utiliza la penalización lasso.

Podemos representar el error cuadrático medio con respecto a los valores del logaritmo de λ:

```
plot(cv.lasso)
```



Este gráfico representa de izquierda a derecha los valores del error cuadrático medio desde un modelo más complejo hasta el modelo más simple. Además, aparecen dos rectas verticales correspondientes a los valores del $\log(\lambda)$ que minimizan el error de validación cruzada y la regla del error estándar respectivamente. Por último, en la parte superior se indica el número de coeficientes no nulos de los modelos correspondientes a cada valor del logaritmo de λ.

El parámetro óptimo según la regla de un error estándar es:

```
cv.lasso$lambda.1se
```

```
## [1] 0.01764946
```

b. Obtener los coeficientes del modelo y evaluar las predicciones en la muestra de test (gráfico y medidas de error).

Para obtener los coeficientes del modelo con el parámetro de penalización calculado en el apartado anterior podemos usar la función `coef()` de R:

```
coef(cv.lasso,s="lambda.1se")
```

```
## 16 x 1 sparse Matrix of class "dgCMatrix"
##                        s1
## (Intercept)  0.5260302287
## Apps         0.6629303971
## Enroll       0.2743080806
## Top10perc   -0.0022815161
## Top25perc    .
## P.Undergrad  .
## Outstate     .
## Room.Board   .
## Books       -0.0029141385
## Personal     .
## PhD          .
## Terminal     0.0007474212
## S.F.Ratio    .
```

```
## perc.alumni   .
## Expend      -0.0009544681
## Grad.Rate     .
```

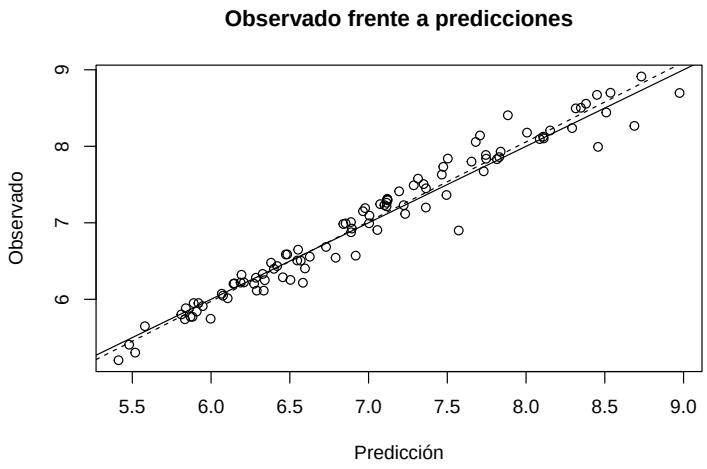
La penalización lasso fuerza a que algunos de los parámetros sean cero. En nuestro caso los parámetros asociados a las variables Apps, Enroll, Top10perc, Books, Terminal y Expend son distintos de cero, por lo que estas variables serán las más influyentes en el modelo. Además, la estimación del intercepto es $\hat{\beta}_0 = 0.5260$.

Por último evaluaremos las predicciones en la muestra de test:

```
newx<-as.matrix(test[,-2])
pred_lasso<-predict(cv.lasso,newx=newx,s="lambda.1se")
```

Podemos representar las predicciones frente a los valores observados:

```
obs<-test$Accept
plot(pred_lasso, obs, main = "Observado frente a predicciones",
xlab = "Predicción", ylab = "Observado")
abline(a=0,b=1)
res <- lm(obs ~ pred_lasso)
abline(res, lty = 2)
```



Como podemos observar los valores observados frente a las predicciones se disponen en la diagonal, lo que indica que el modelo ajusta bien los datos. Podemos comprobarlo calculando las medidas de error:

```
accuracy <- function(pred, obs, na.rm = FALSE,
                     tol = sqrt(.Machine$double.eps)) {
  err <- obs - pred # Errores
  if(na.rm) {
    is.a <- !is.na(err)
    err <- err[is.a]
    obs <- obs[is.a]
  }
  perr <- 100*err/pmax(obs, tol) # Errores porcentuales
```

```
  return(c(
    me = mean(err), # Error medio
    rmse = sqrt(mean(err^2)), # Raíz del error cuadrático medio
    mae = mean(abs(err)), # Error absoluto medio
    mpe = mean(perr), # Error porcentual medio
    mape = mean(abs(perr)), # Error porcentual absoluto medio
    r.squared = 1 - sum(err^2)/sum((obs - mean(obs))^2) # Pseudo R-cuadrado
  ))
}

obs<-test$Accept
accuracy(pred_lasso,obs)
```

```
##         me       rmse        mae        mpe       mape  r.squared
## 0.01577432 0.18590434 0.14066577 0.09065397 1.97939610 0.95832058
```

Para ello hemos definido la función `accuracy`, donde calculamos el error medio, la raíz del error cuadrático medio, el error absoluto medio, el error porcentual medio, el error porcentual medio absoluto y el pseudo R-cuadrado. Obtuvimos que el 95.8% de la variabilidad se encuentra explicada con estos datos.

c. ¿Cuál sería el número de coeficientes distintos de cero si se selecciona λ de forma que minimice el error de validación cruzada?

El valor de λ que minimiza el error de validación cruzada viene dado por:

```
cv.lasso$lambda.min
```

```
## [1] 0.003307187
```

Luego si consideramos este parámetro en el modelo lineal con penalización lasso obtenemos los siguientes coeficientes:

```
coef(cv.lasso,s="lambda.min")
```

```
## 16 x 1 sparse Matrix of class "dgCMatrix"
##                         s1
## (Intercept)  0.3305471323
## Apps         0.6650541136
## Enroll       0.3048456195
## Top10perc   -0.0040941138
## Top25perc    .
## P.Undergrad -0.0020981289
## Outstate     0.0137904027
## Room.Board   .
## Books       -0.0112841212
## Personal     .
## PhD          0.0001411949
## Terminal     0.0017854324
## S.F.Ratio   -0.0017354895
## perc.alumni  .
## Expend      -0.0096960052
## Grad.Rate   -0.0004681128
```

Es decir, pasaríamos de 6 coeficientes distintos de cero a 11 coeficientes. En este caso, además de las variables anteriormente mencionadas, los coeficientes asociados a las variables P.Undergrad, Outstate, PhD, S.F.Ratio y Grad.Rate serían distintos de cero.

2. Ajustar un modelo mediante regresión spline adaptativa multivariante (MARS) empleando el método `"earth"` del paquete `caret`.

a. Utilizar validación cruzada con 5 grupos para seleccionar los valores "óptimos" de los hiperparámetros considerando `degree = 1` y `nprune = c(5, 10, 15, 20)`, y fijar `nk = 30`.

b. Estudiar el efecto de los predictores incluidos en el modelo final y obtener medidas de su importancia.

c. Evaluar las predicciones en la muestra de test.

3. Volver a ajustar el modelo aditivo del ejercicio anterior empleando la función `gam()` del paquete `mcgv`.

a. Incluir los efectos no paramétricos de los predictores seleccionados por el método MARS.

b. Evaluar las predicciones en la muestra de test y comparar los resultados con los métodos anteriores.