



# Visión Artificial

## Tema 1: Introducción a la visión artificial

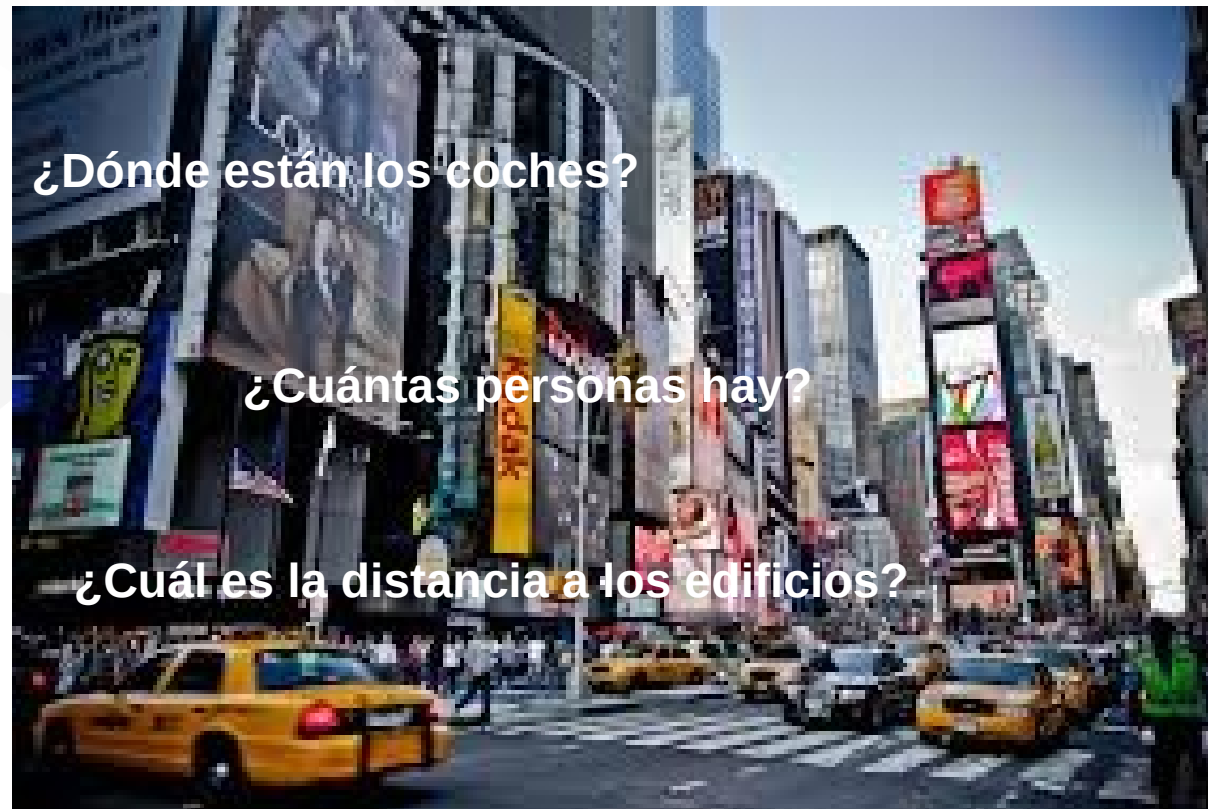
- ▼ ¿Qué es la visión artificial?
- ▼ Formación de una imagen
- ▼ Parámetros de cámara

# ¿Qué es la visión artificial?

- ▼ Objetivos de la visión artificial
- ▼ Problemas asociados
- ▼ Aplicaciones de la visión artificial

# ¿Qué es la visión artificial?

Conjunto de técnicas que permiten que una máquina extraiga información útil a partir de una o varias imágenes de una escena.



# Objetivos de la visión artificial

Extracción de información a partir de tres niveles de procesamiento:

- (1) Bajo nivel
- (2) Medio nivel
- (3) Alto nivel



geometría  
objetos  
movimiento  
actividad...

Procesamiento visual

# Objetivos de la visión artificial



geometría  
objetos  
movimiento  
actividad...

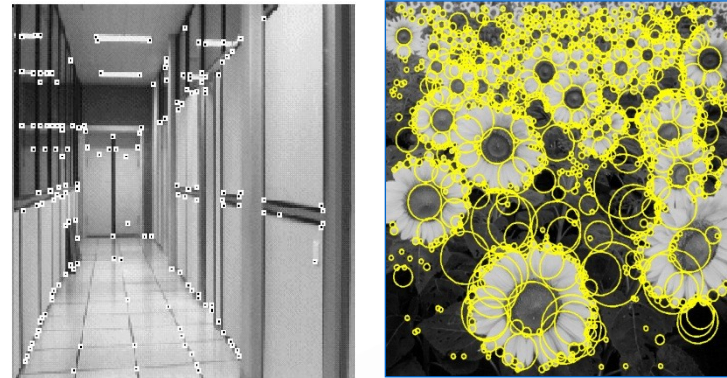
Bajo nivel

bordes  
esquinas  
regiones

# Objetivos de la visión artificial



Detección de bordes



Detección de esquinas y manchas

# Objetivos de la visión artificial

## Segmentación de regiones





# Objetivos de la visión artificial



geometría  
objetos  
movimiento  
actividad...

Bajo nivel

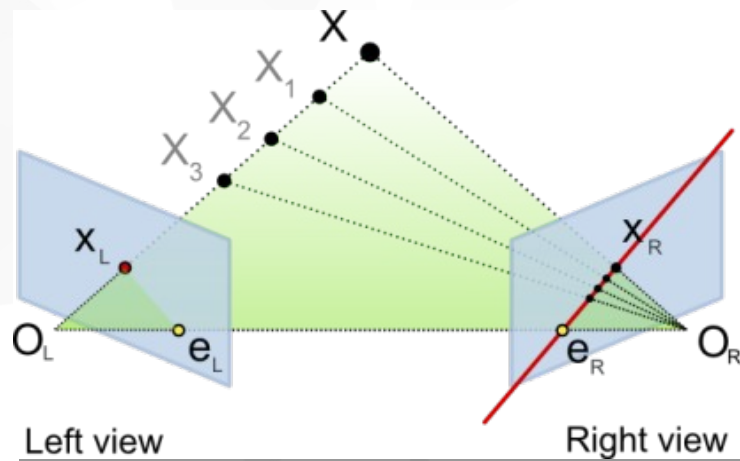
Medio nivel

distancias  
movimiento 2D  
superficies



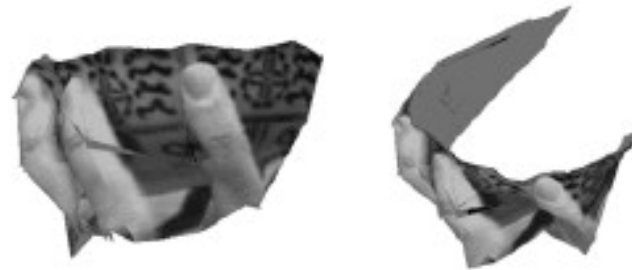
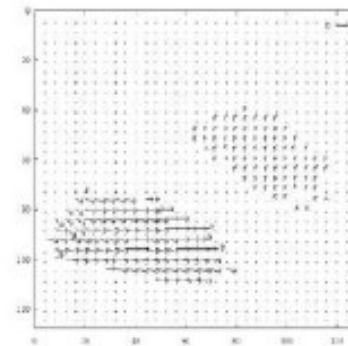
# Objetivos de la visión artificial

## Reconstrucción 3D



# Objetivos de la visión artificial

## Flujo óptico



## Estructura a partir del movimiento

# Objetivos de la visión artificial



geometría  
objetos  
movimiento  
actividad...

Bajo nivel

Medio nivel

Alto nivel

# Objetivos de la visión artificial

Identificación de objetos



# Problemas asociados

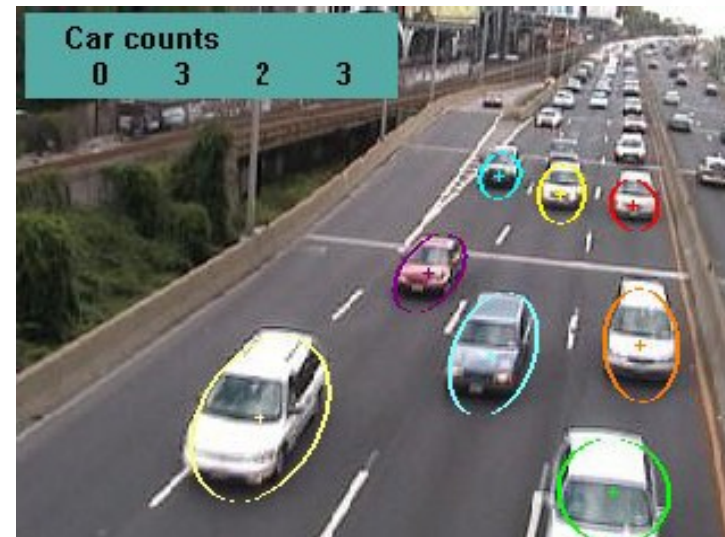
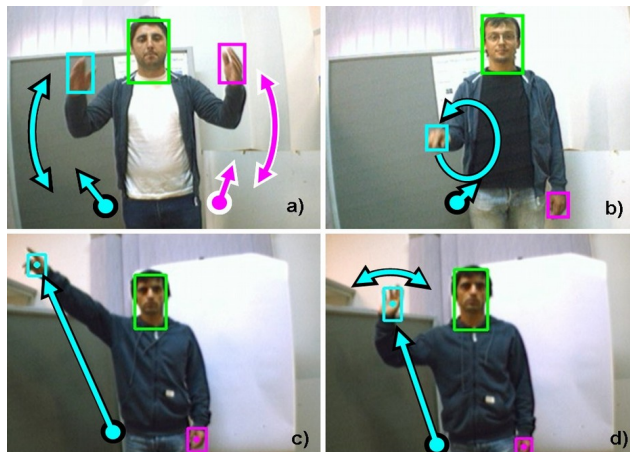
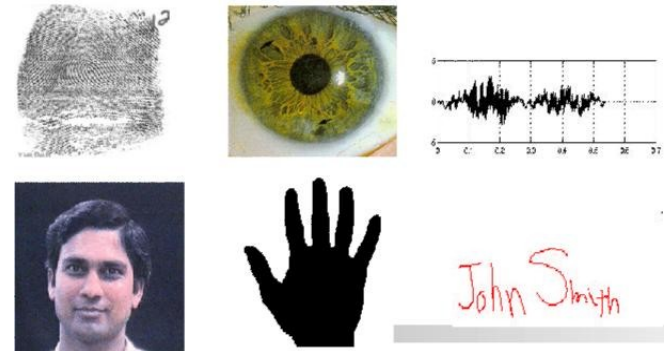
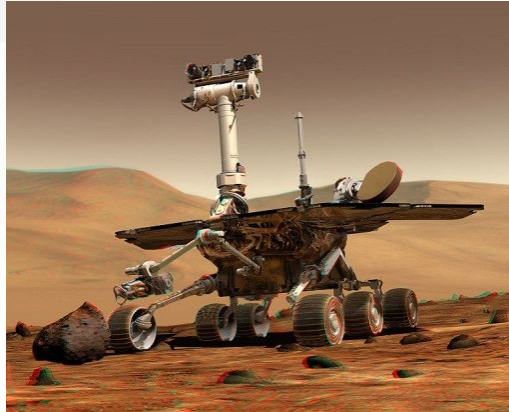
- ▼ Es un problema inverso: recuperar cierto tipo de información a partir de datos, en ocasiones, insuficientes o ambiguos.
- ▼ Dificultades:
  - ▼ Cambios de iluminación
  - ▼ Variaciones por el punto de vista
  - ▼ Cambios de escala
  - ▼ Oclusiones
  - ▼ Movimiento
  - ▼ Variaciones de aspecto entre objetos de la misma clase



# Aplicaciones de la visión artificial

## ▼ Aplicaciones:

- ▼ Robótica
- ▼ Biometría
- ▼ Interacción HM
- ▼ Inspección industrial
- ▼ Monitorización del tráfico
- ▼ ...



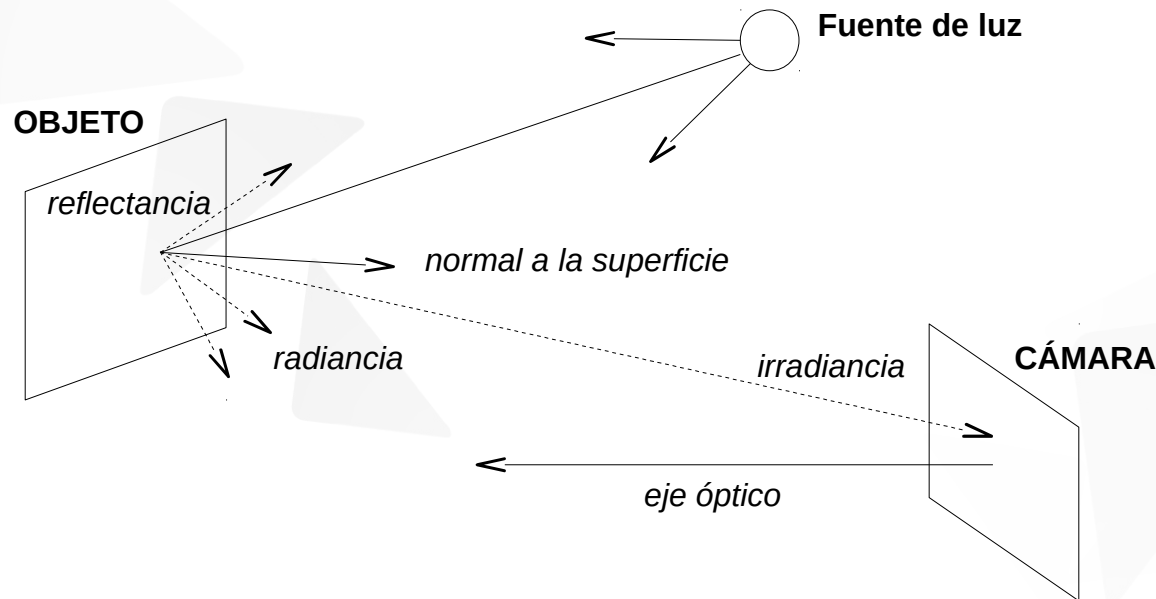
# Formación de imágenes

- ▼ Modelo de cámara “pinhole”
- ▼ Lentes
- ▼ Cámaras digitales
- ▼ Imágenes digitales



# Formación de imágenes

- ▼ La escena se encuentra iluminada por una fuente de luz.
- ▼ La luz incidente en los objetos es reflejada hacia la cámara.
- ▼ La cámara capta la radiación emitida a través de sus sensores.



**radiancia:** flujo luminoso que sale de una superficie por unidad de área.

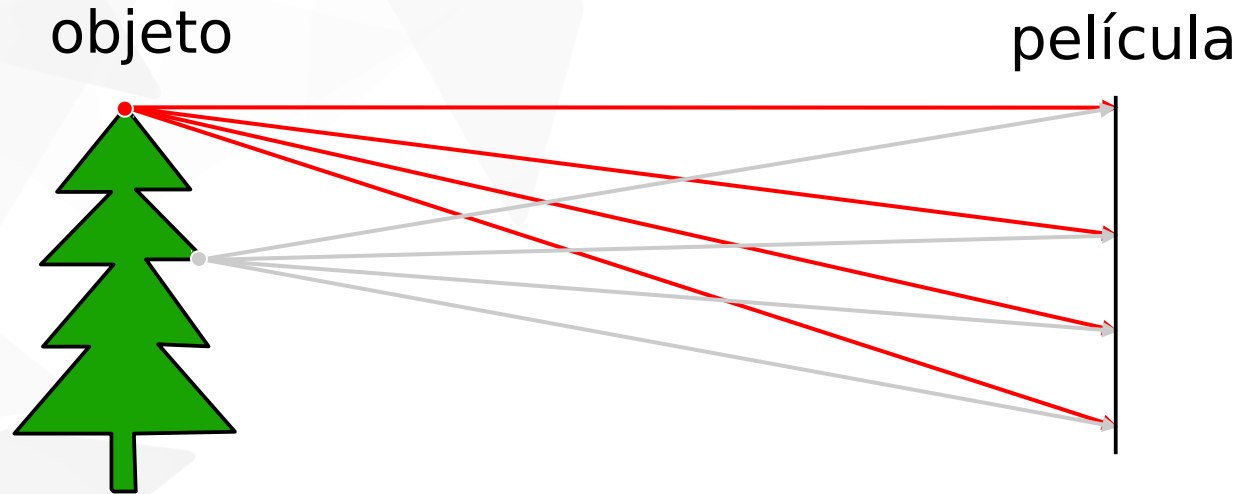
**reflectancia:** relación entre la luz que incide en una superficie y la luz emitida.

**irradiancia:** flujo luminoso por unidad de área que llega a una superficie

# Formación de imágenes

- ▼ En el proceso de formación de imágenes intervienen varias cuestiones:
  - (1) **Radiométricas**: relación entre la cantidad de luz emitida por una fuente de luz, reflejada por las superficies y registrada por el sensor.
  - (2) **Ópticas**: elementos que intervienen en la formación de la imagen desde que la luz es captada por la cámara hasta que es registrada por el sensor.
  - (3) **Geométricas**: determinan la posición en la imagen de un punto 3D de la escena.

# Formación de imágenes

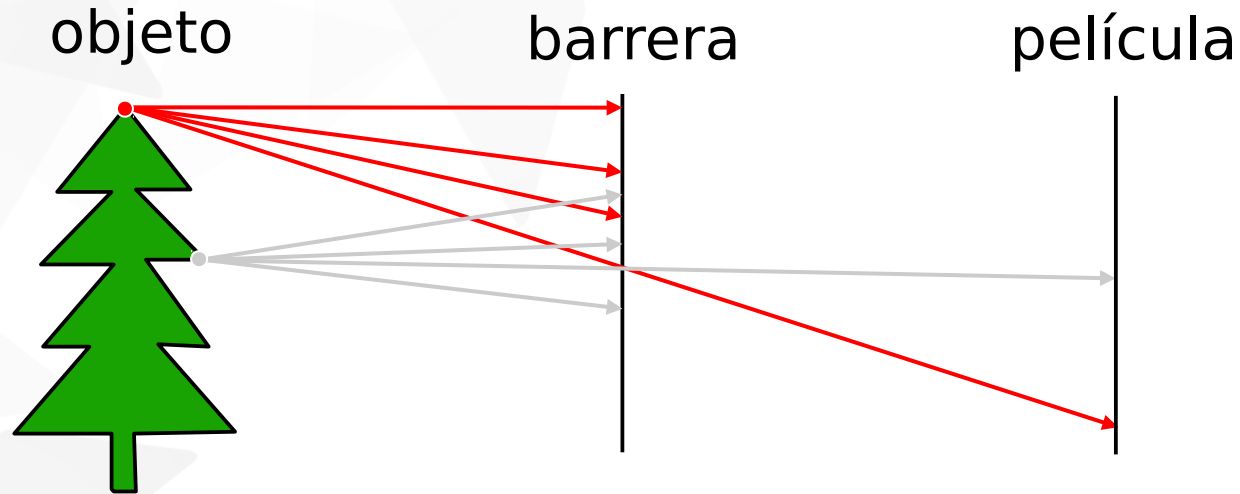


¿Qué ocurre al colocar una película fotosensible enfrente de un objeto?

¿Se obtiene una imagen razonable?

*La luz emitida por distintos puntos de la escena es captada por los mismos puntos de la película*

# Formación de imágenes

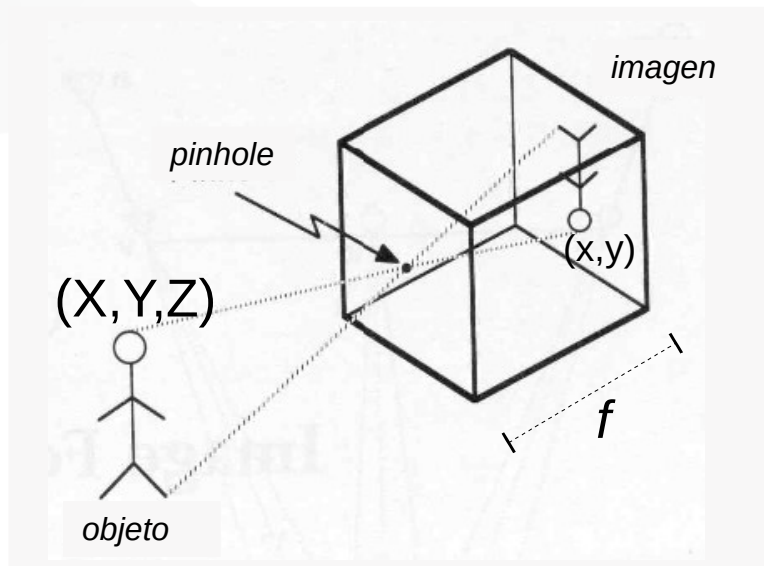


## ***Modelo pinhole***

Si se añade una barrera con una pequeña abertura es posible bloquear la mayoría de los rayos que llegan al sensor.

# Modelo de cámara “pinhole”

- ▼ Es el modelo más simple de formación de una imagen.
- ▼ Los haces de luz atraviesan una abertura (*pinhole*) y forman una imagen invertida de los objetos en el plano de imagen.



## Ecuaciones básicas

$$x = -\frac{fX}{Z} \quad y = -\frac{fY}{Z}$$

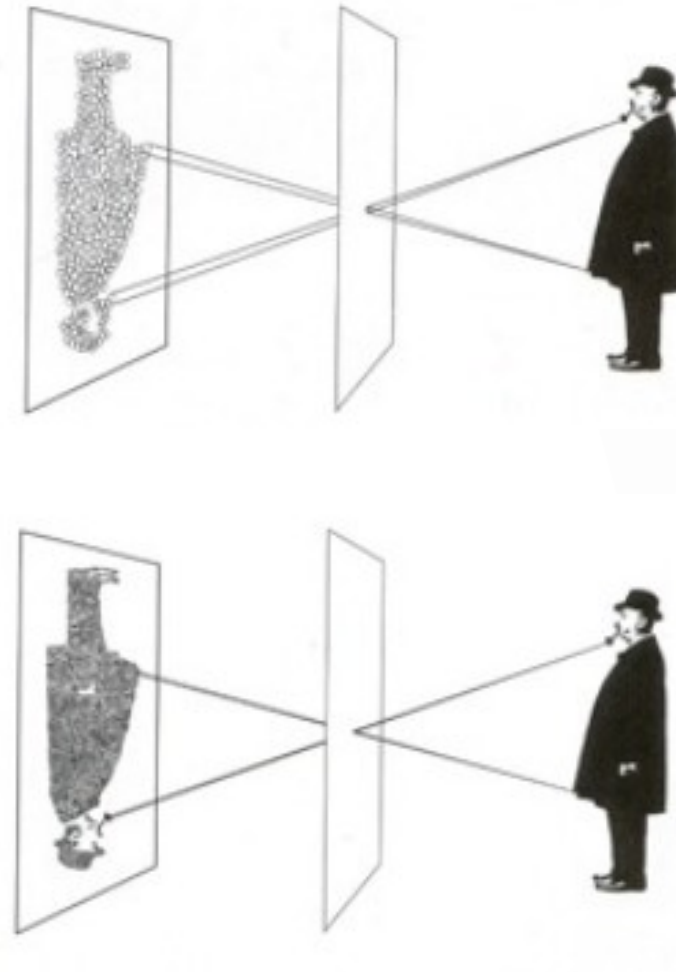
$f$ : distancia focal

# Modelo de cámara “pinhole”

## El problema de la apertura

Gran apertura: la luz procedente de varios puntos de la escena se proyecta en el mismo punto de imagen. La imagen aparece desenfocada.

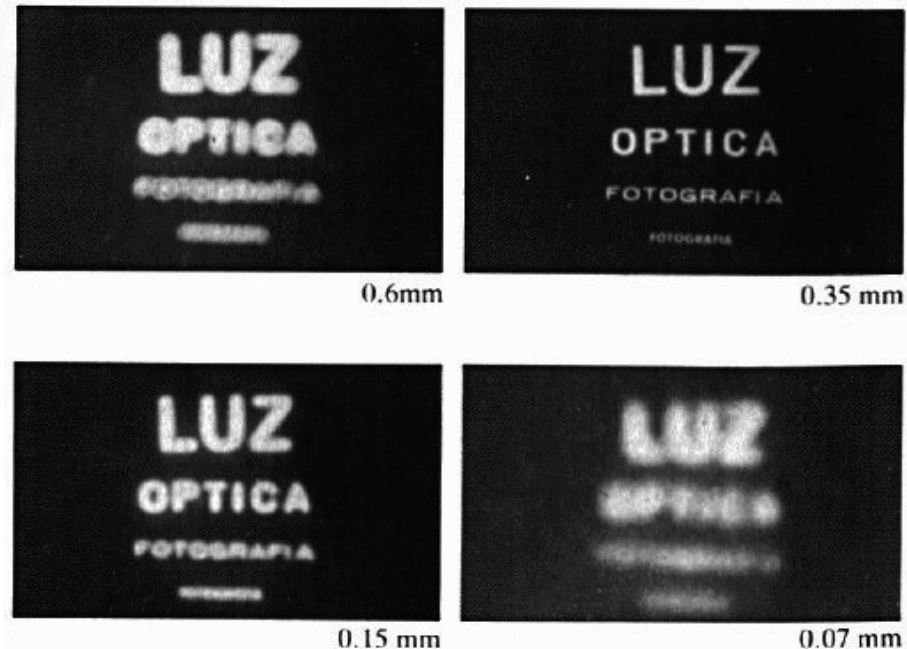
Pequeña apertura: reduce el desenfoque, pero limita la cantidad de luz que atraviesa la cámara y causa *difracción*.



# Modelo de cámara “pinhole”

## Variación de la apertura

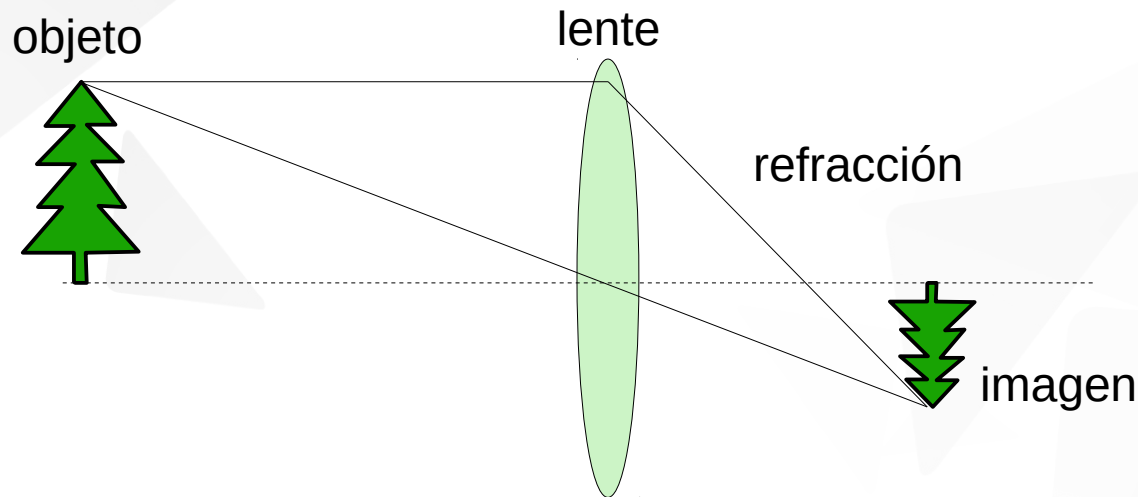
- ¿Qué ocurre cuando se reduce el tamaño de la apertura?
- *Difracción*: cuando la luz atraviesa una abertura reducida, pierde la dirección en línea recta y se dispersa en varias direcciones.
- SOLUCIÓN: desviar los haces de luz procedentes de un mismo punto de la escena a un punto común de enfoque (efecto de *refracción*: cambio de dirección que experimenta una onda al pasar de un medio material a otro).





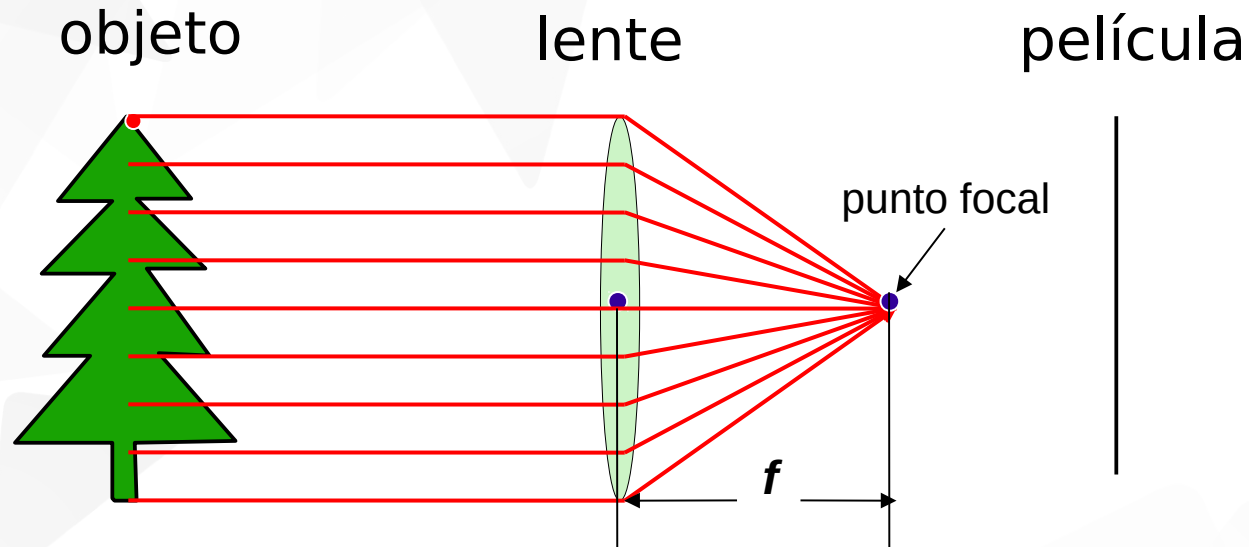
# Lentes

- ▼ Un sistema de lentes permite reproducir la geometría *pinhole* evitando los problemas asociados con el tamaño de la apertura.
- ▼ Agrupa los haces de luz procedentes de un mismo punto de la escena a través de una apertura finita.
- ▼ Enfoca los haces de luz en un mismo punto de la imagen



# Lentes

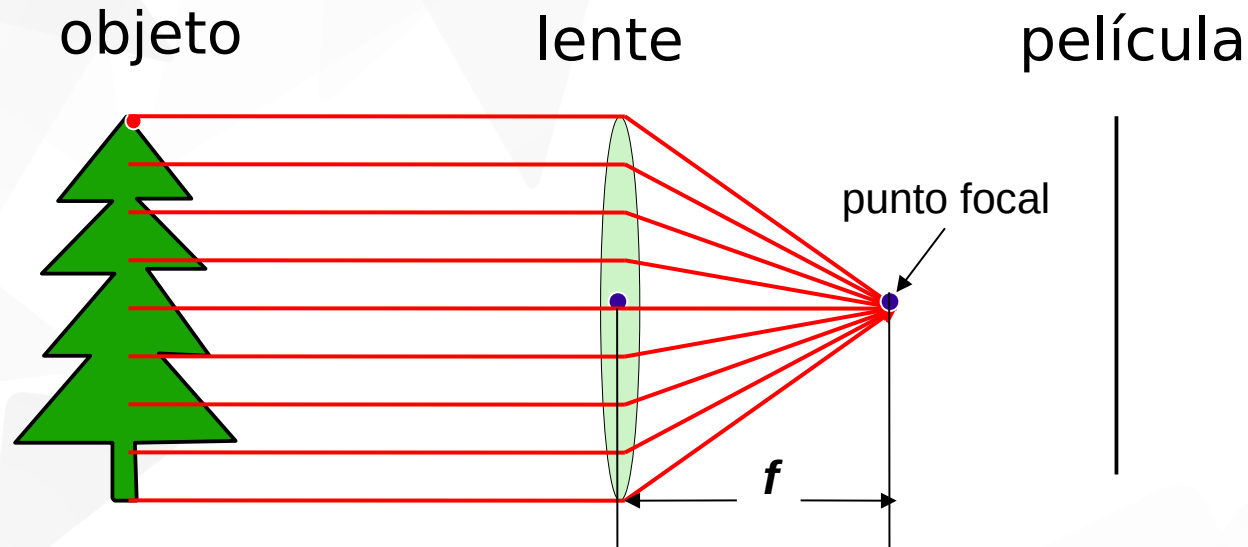
## Lentes finas



- ▼ Los haces de luz que pasan por el centro de la lente no se desvían.
- ▼ A mayor distancia al centro de la lente, mayor desviación.

# Lentes

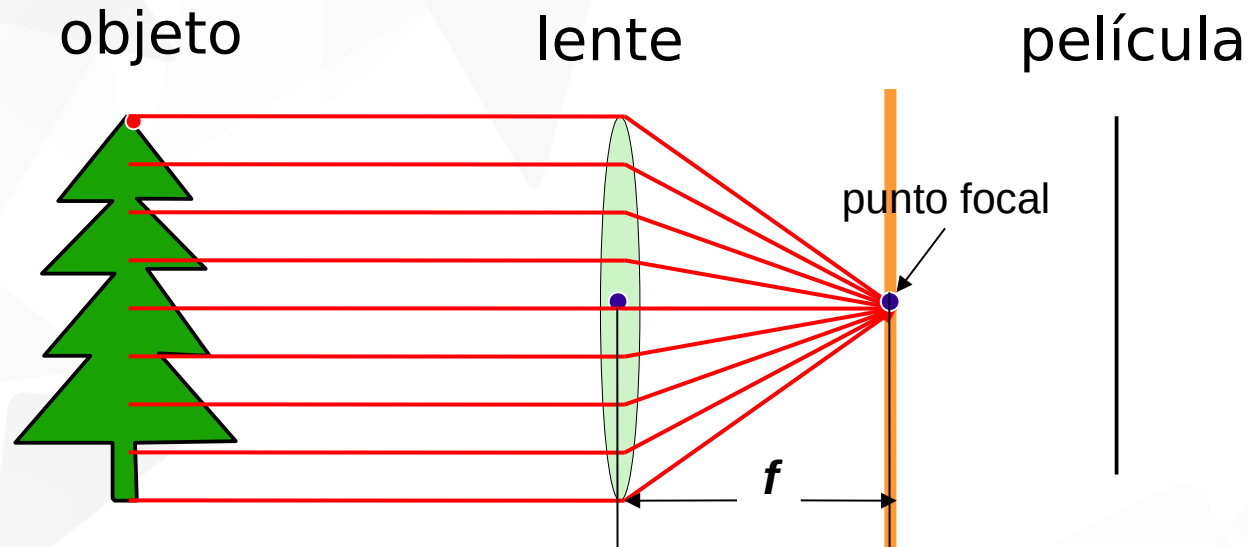
## Lentes finas



- ▼ Todos los haces paralelos convergen en un único punto.
- ▼ Cuando los rayos son perpendiculares a la lente, el punto de convergencia se denomina *punto focal*.

# Lentes

## Lentes finas

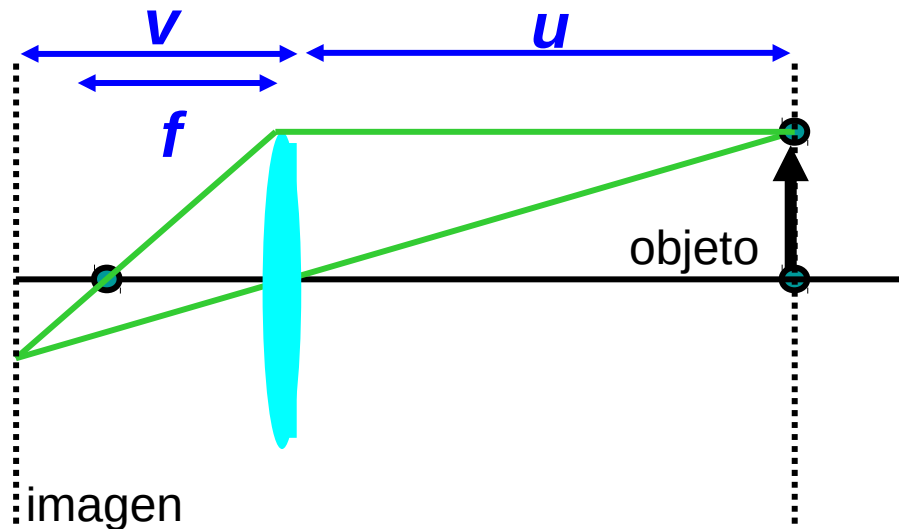


- ▼ El plano paralelo a la lente en el punto focal se denomina *plano focal*.
- ▼ La distancia entre la lente y el plano focal se conoce como *distancia focal*.

# Lentes

## Ecuación fundamental de lentes finas

- ▼ ¿Cuál es la relación entre un punto de la escena y un punto de imagen?
- ▼ Supongamos un objeto situado a una distancia  $u$  de la lente.

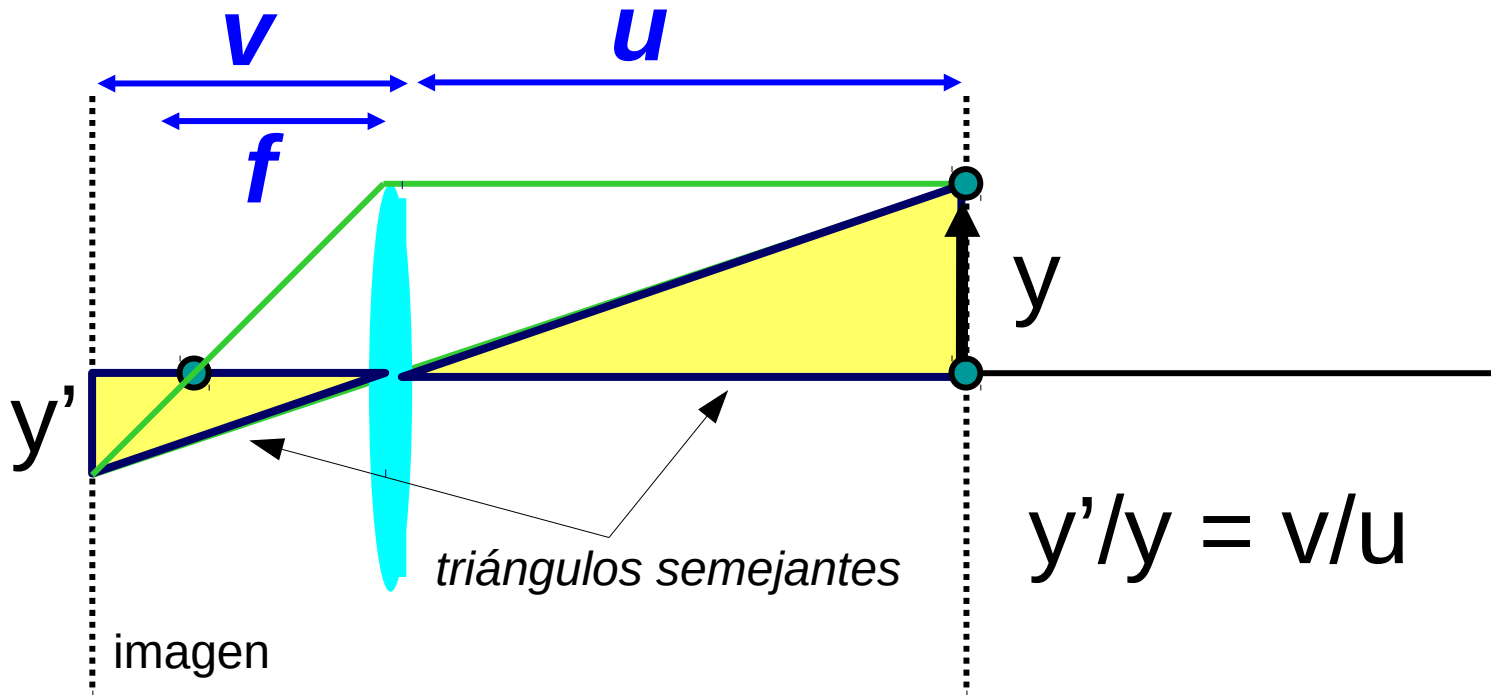


### Propiedades de la lente

- Los rayos paralelos al eje óptico pasan por el punto focal
- Los rayos que atraviesan el centro de la lente no desvían su dirección

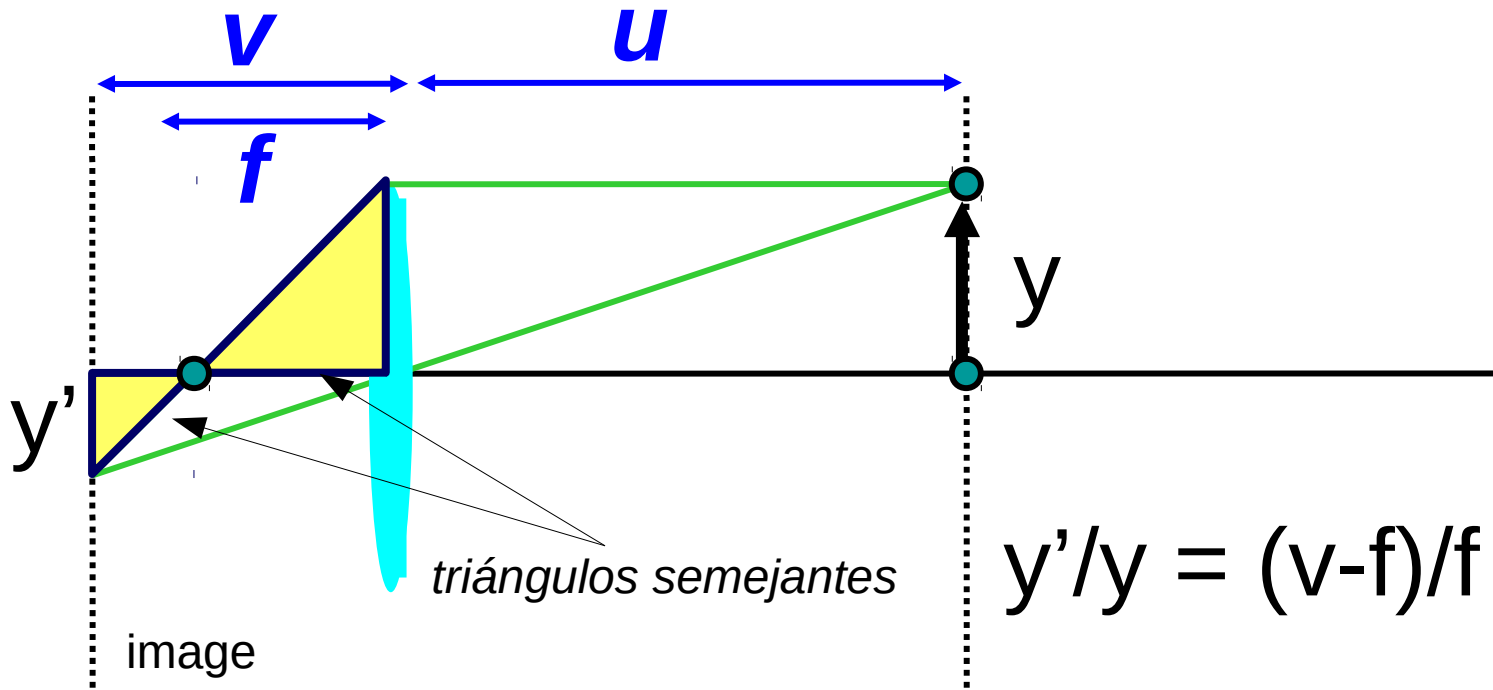
# Lentes

## Ecuación fundamental de lentes finas



# Lentes

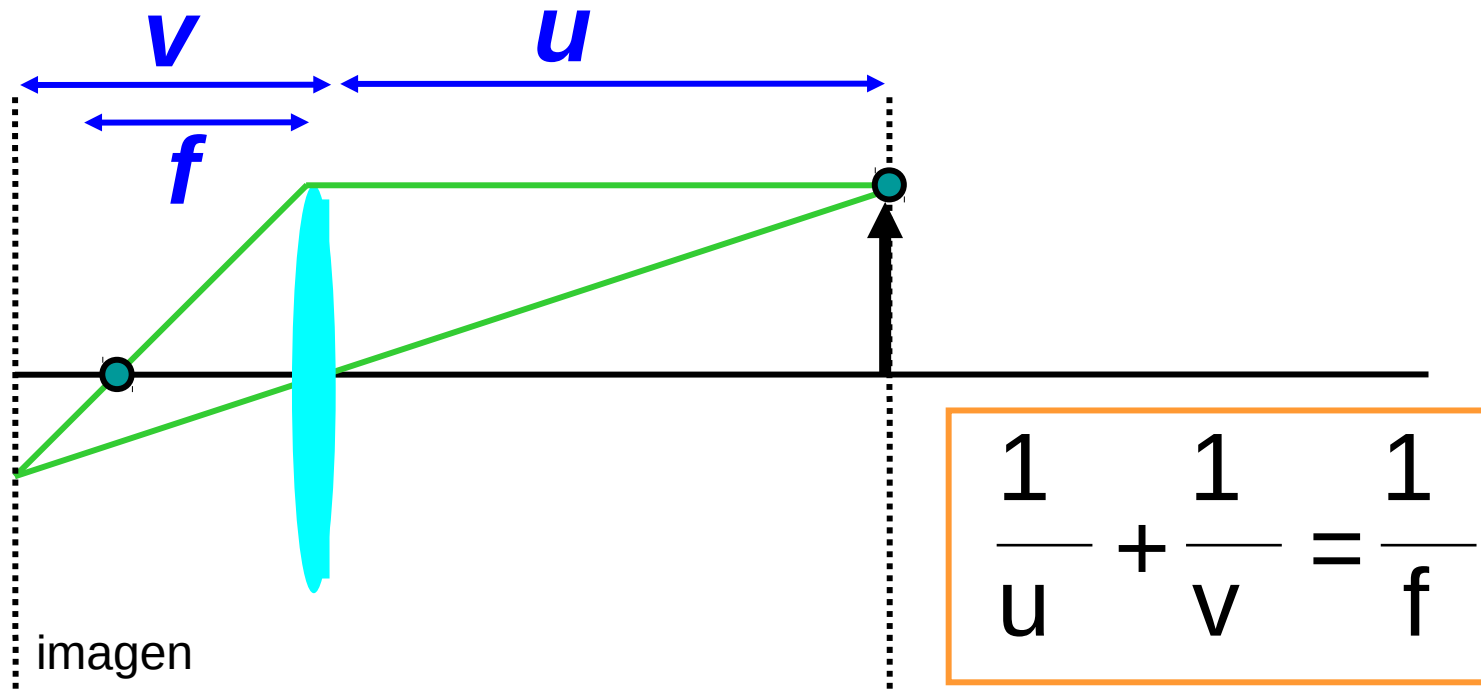
## Ecuación fundamental de lentes finas





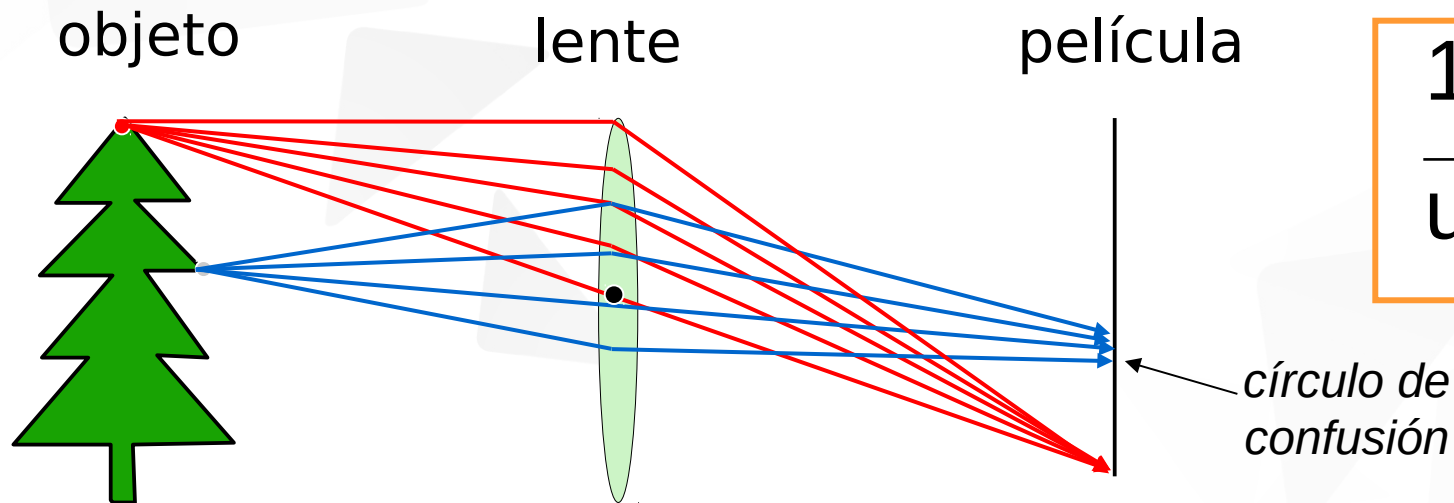
# Lentes

## Ecuación fundamental de lentes finas



# Lentes

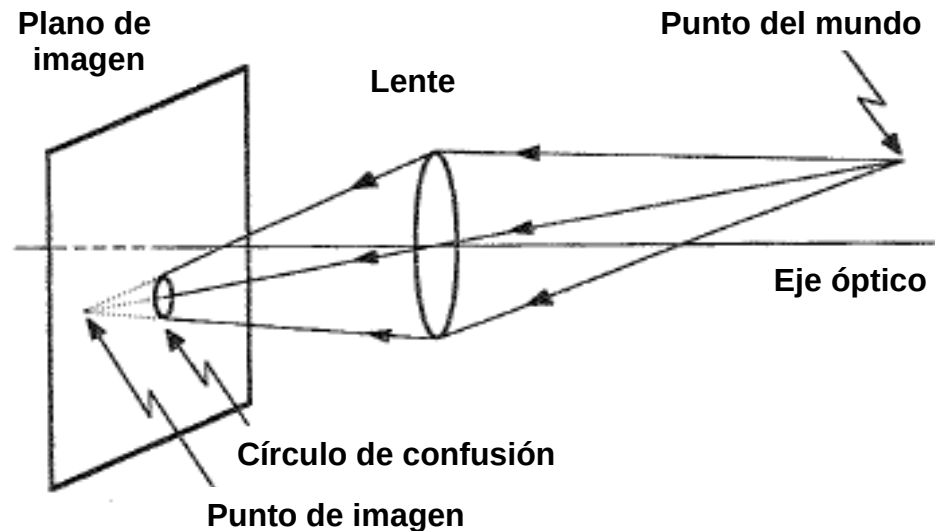
- La ecuación de lentes finas implica que sólo los objetos situados a una distancia  $u$  de la lente aparecen enfocados.
- El resto de puntos se proyectan en un área (círculo de confusión) cuya extensión depende de la distancia de los objetos.



$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

# Lentes: profundidad de campo

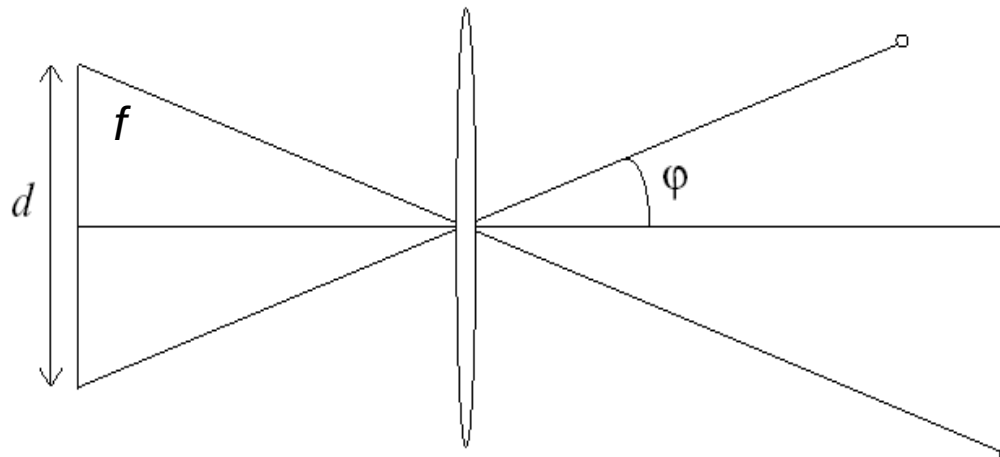
- ▼ La profundidad de campo es el rango de profundidades de la escena para las que la imagen es apróximadamente nítida.
- ▼ Es dependiente del diámetro de la lente.



- ▼ Si se reduce el tamaño de la lente es necesario aumentar el tiempo de exposición.

# Lentes: campo visual

- Se define como el espacio visible por la cámara (cono formado por las direcciones visuales de la cámara).
- Es inversamente proporcional a la distancia focal.



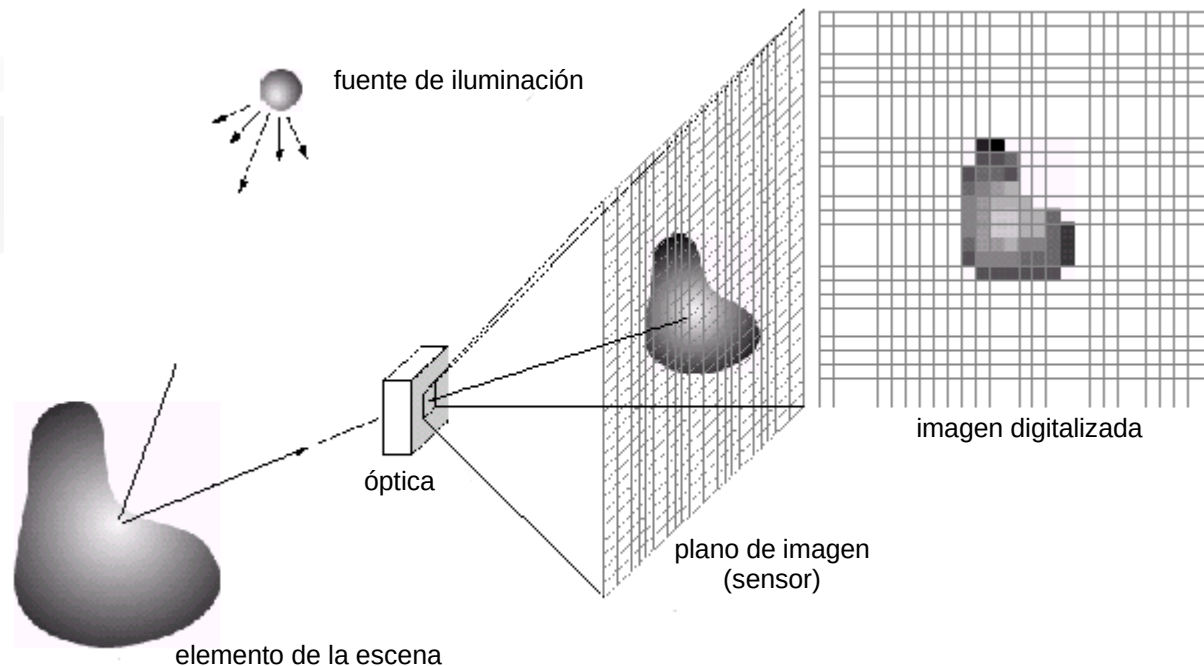
**Campo visual**

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{d}{2f}\right)$$

- Si se reduce la distancia focal aumenta la distorsión.

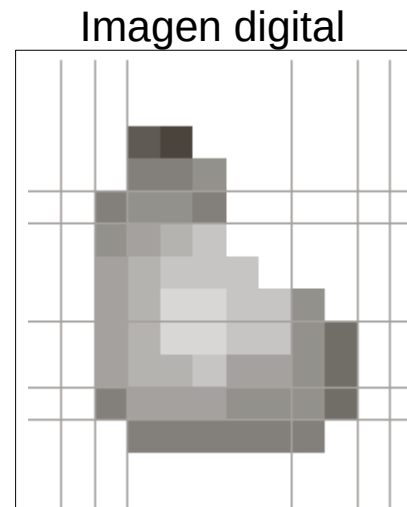
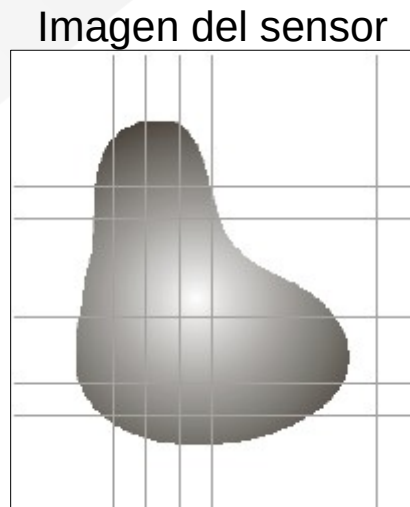
# Cámaras digitales

- ▼ Una cámara digital utiliza un array de sensores como plano de imagen.
  - ▼ Cada celda del array es un diodo sensible a la luz que convierte la energía luminosa en un voltaje.
  - ▼ Los dos tipos de sensores más frecuentes son:
    - ▼ Charge Coupled Device (CCD)
    - ▼ Complementary metal oxide semiconductor (CMOS)



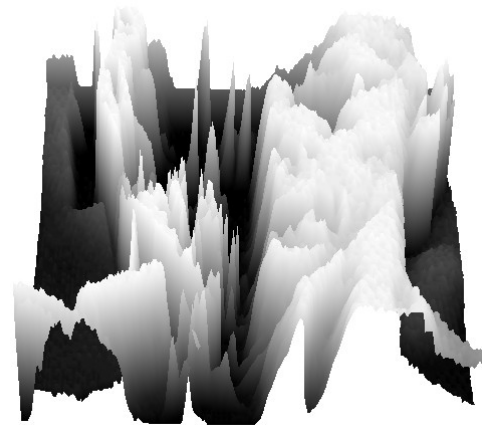
# Cámaras digitales

- ▼ La digitalización de la imagen consiste en muestrear y cuantificar la señal del sensor para obtener una representación final.
- ▼ **Muestreo:** a partir de una cierta correspondencia entre posiciones del sensor y posición de imagen digital, medir el valor (en voltaje) que le corresponde a cada elemento de imagen.
- ▼ **Cuantificación:** representar el valor medido por cada elemento de imagen mediante un valor entero.



# Imágenes digitales

- Una imagen (en niveles de gris) puede tratarse como una función  $f$ , de  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathbb{R}$ :
  - $f(x,y)$  representa el valor de intensidad en la posición  $(x,y)$



- Una imagen digital es una representación discreta (muestreada y cuantificada) de esta función.



# Imágenes digitales: muestreo

imagen original



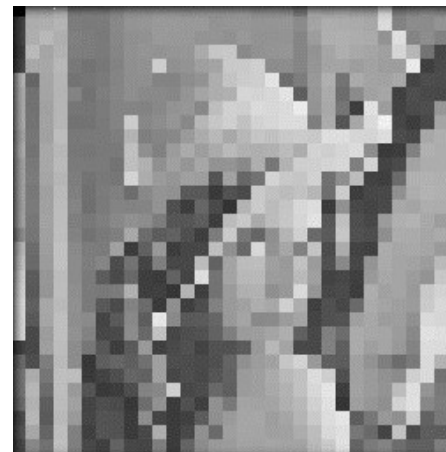
muestreada por un factor de 2



factor de 4



factor de 8



# Imágenes digitales: cuatificación

256 n. de gris (8bits/pixel)



32 n. de gris (5 bits/pixel)



16 n. de gris (4 bits/pixel)



8 n. de gris (3 bits/pixel)



4 n. de gris (2 bits/pixel)

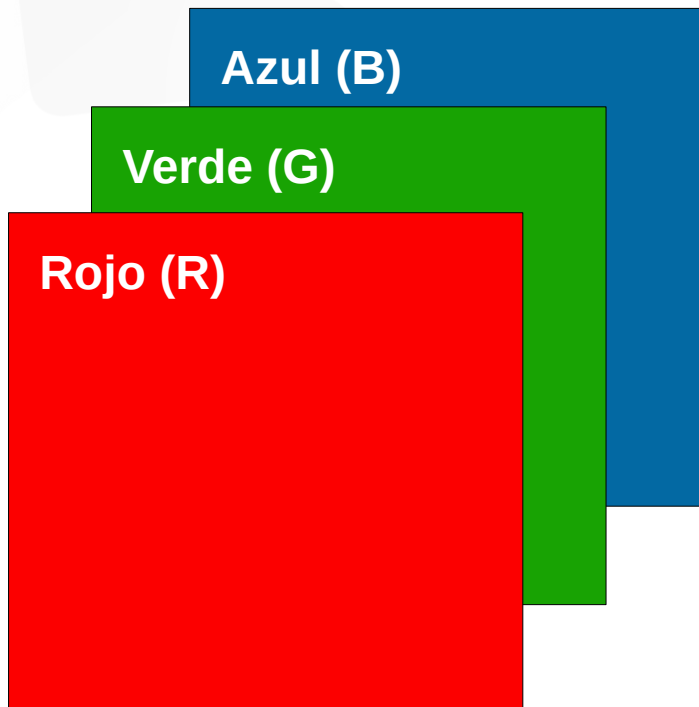


2 n. de gris (1 bit/pixel)

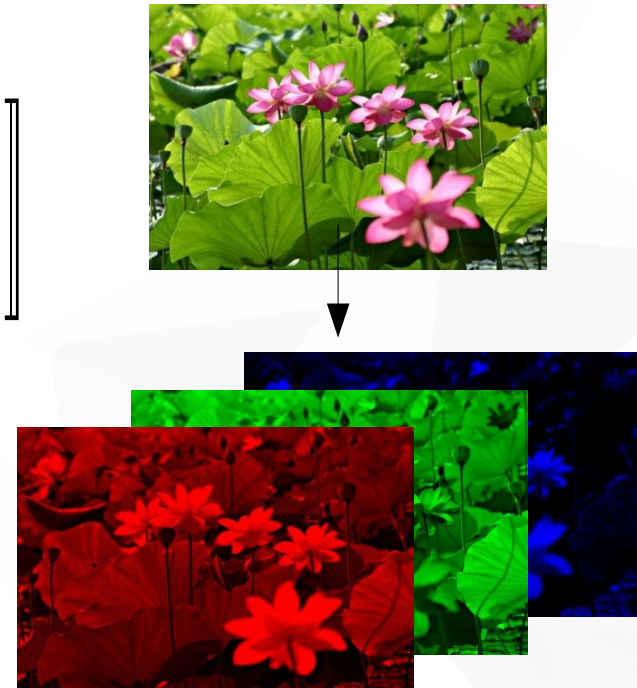


# Imágenes digitales: color

- Las imágenes en color (RGB) constan de 3 canales (rojo, verde y azul) que se combinan para crear los distintos colores.
- El sistema RGB es el utilizado por las cámaras para la adquisición de imágenes en color.



$$f(x, y) = \begin{bmatrix} r(x, y) \\ g(x, y) \\ b(x, y) \end{bmatrix}$$



# Imágenes digitales: color

- El espacio RGB presenta un serio inconveniente a la hora procesar las imágenes: *mezcla en sus tres valores la información de color e intensidad.*

$[R, G, B]$



$[f(R), f(G), f(B)]$





# Imágenes digitales: color

- ▼ Espacios de color alternativos:
  - ▼ XYZ (CIE)
  - ▼ UVW ,  $U^*V^*W^*$
  - ▼ YUV, YIQ, YCbCr
  - ▼ YDbDr
  - ▼ DSH, HSI, HSV, HLS
  - ▼ Munsell
  - ▼ CIELuv
  - ▼ CIELab
  - ▼ SMPTE-C RGB
  - ▼ YES (Xerox)

# Imágenes digitales: color

- ▼ El espacio HSI (**H**ue, **S**aturation, **I**ntensity): está relacionado con la forma en la que los humanos describimos el color
  - ▼ Hue (tono): atributo de color que describe un color puro (rojo, verde, amarillo)
  - ▼ Saturation (saturación o cromatismo): medida de la pureza del color -mezcla con blanco- (el rojo tiene saturación máxima y el rosa mínima)
  - ▼ Intensity (intensidad o brillo): representa la intensidad luminosa (niveles de gris).
- ▼ El modelo HSI es una herramienta ideal para el procesamiento de imágenes en color.

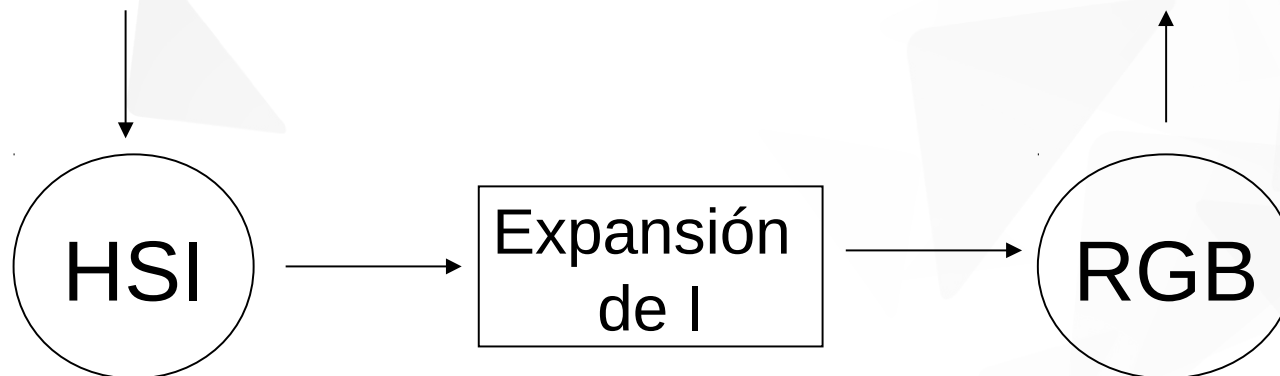
# Imágenes digitales: color



Imagen RGB original



Imagen RGB procesada



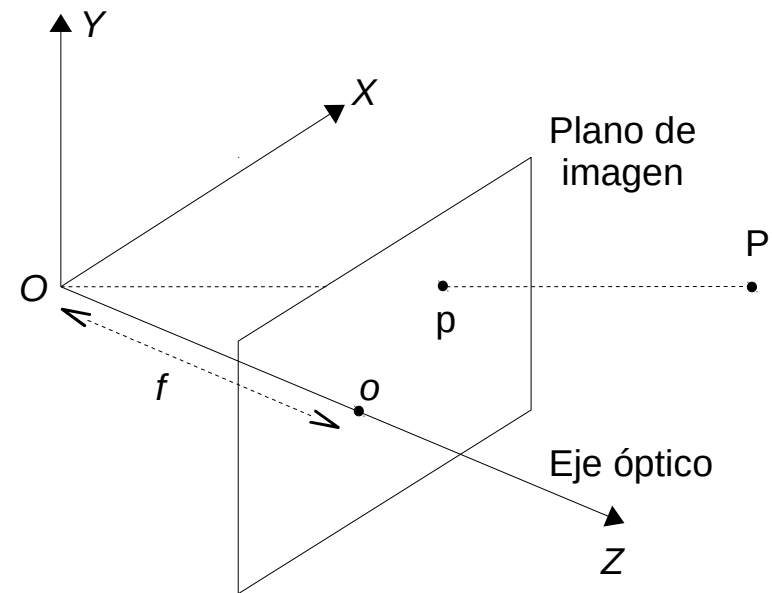
# Parámetros de cámara

- ▼ Modelo geométrico de la formación de imágenes
- ▼ Parámetros extrínsecos e intrínsecos



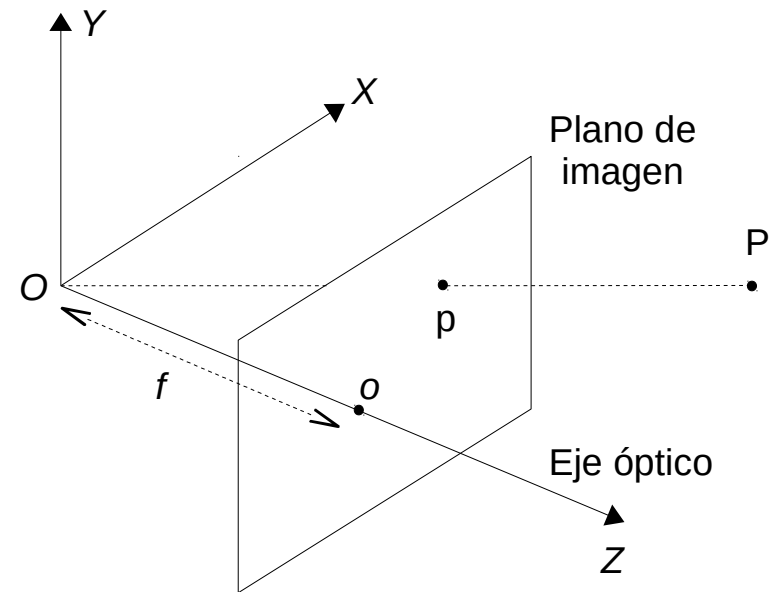
# Modelo geométrico de la formación de imágenes

- ▼ Modelo “pinhole” como aproximación:
  - ▼ El modelo consiste en un plano (plano de imagen) y un punto 3D  $O$  (centro de proyección), en el que convergen todos los rayos que pasan por el plano de imagen.
  - ▼ La distancia  $f$  entre el plano de imagen y el centro de proyección es la distancia focal (distancia entre la lente y el sensor).
  - ▼ La línea que pasa a través de  $O$  y es perpendicular al plano de imagen es el eje óptico.
  - ▼ La intersección del eje óptico con el plano de imagen se denomina punto principal.



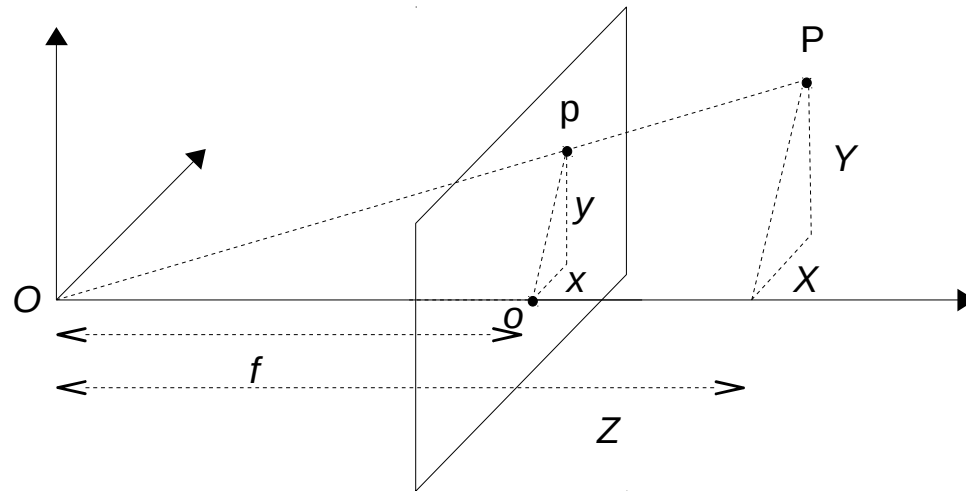
# Modelo geométrico de la formación de imágenes

- ▼ Para simplificar los cálculos, se asume:
  - ▼ El centro de proyección coincide con el origen del *sistema de referencia del mundo*.
  - ▼ El eje óptico está alineado con el eje Z y el plano de imagen es paralelo al plano XY.
  - ▼ El plano de imagen está situado delante del centro de proyección para evitar la inversión de la imagen.
  - ▼ El origen del plano de imagen es el punto principal.



# Modelo geométrico de la formación de imágenes

## Ecuaciones fundamentales del modelo *pinhole*



$P = (X, Y, Z)$ : punto en coordenadas de mundo.

$p = (x, y)$ : punto en coordenadas del plano de imagen.

Triángulos equivalentes:  $X/Z = x/f \quad Y/Z = y/f$

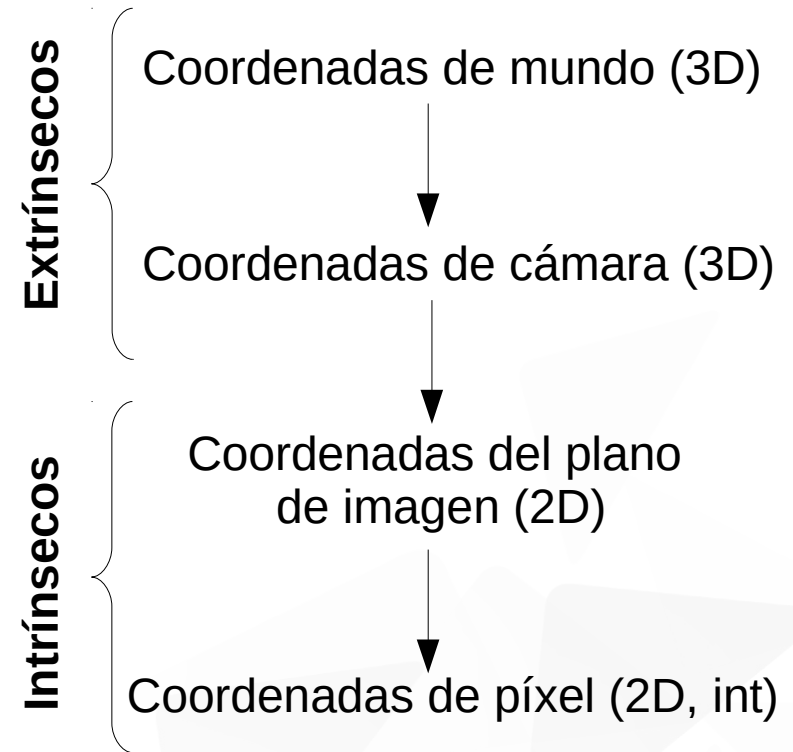
Ecuaciones fundamentales:  $x = fX/Z \quad y = fY/Z$

# Modelo geométrico de la formación de imágenes

- ▼ En general un punto en coordenadas de mundo está relacionado con un punto en coordenadas de imagen a través de una serie de parámetros:
  - ▼ La posición y orientación de la cámara con respecto a un sistema de referencia externo.
  - ▼ La distancia focal.
  - ▼ La posición del punto principal (centro de imagen)
  - ▼ El tamaño de los píxeles.

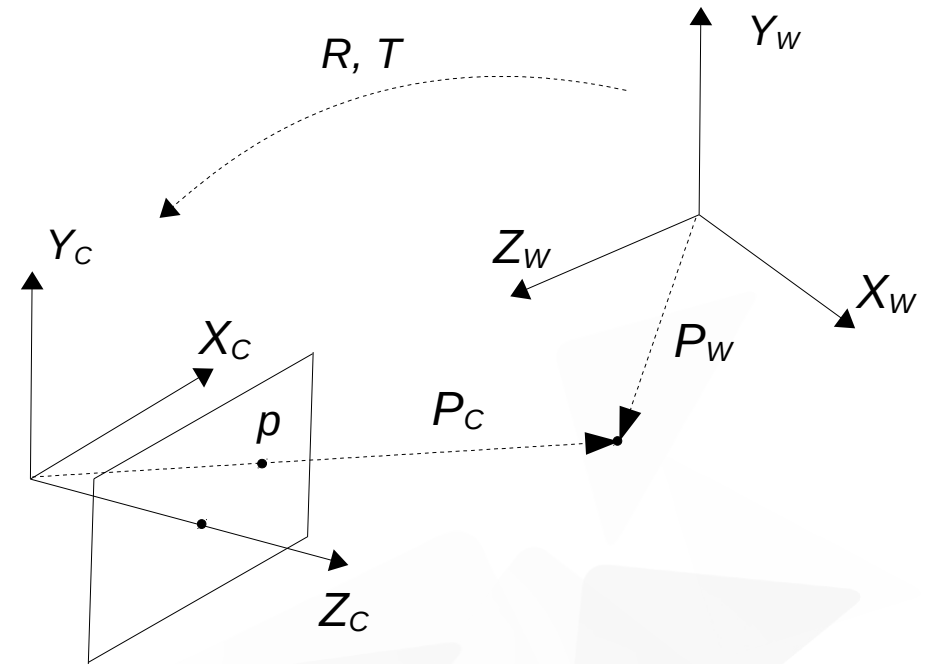
# Parámetros extrínsecos e intrínsecos

- ▼ Extrínsecos: parámetros que definen la posición y orientación del sistema de referencia de la cámara con respecto a un sistema de referencia conocido del mundo.
- ▼ Intrínsecos: parámetros necesarios para relacionar las coordenadas de píxel de un punto de la imagen con las coordenadas del punto asociado en el sistema de referencia de la cámara.



# Parámetros extrínsecos

- ▼ Describen la transformación entre el sistema de referencia de la cámara y el sistema de referencia del mundo.
- ▼ Determinar estos parámetros implica:
  - ▼ Encontrar el vector de traslación ( $T$ ) que transforma el origen de la cámara en el origen del mundo.
  - ▼ Encontrar la matriz de rotación ( $R$ ) que alinea los ejes de la cámara con los ejes del mundo.



# Parámetros extrínsecos

- Utilizando los parámetros extrínsecos puede establecerse la relación entre un punto en coordenadas de mundo ( $P_w$ ) y el mismo punto en coordenadas de cámara ( $P_c$ ).

$$P_C = R(P_W - T) \longrightarrow R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix}$$

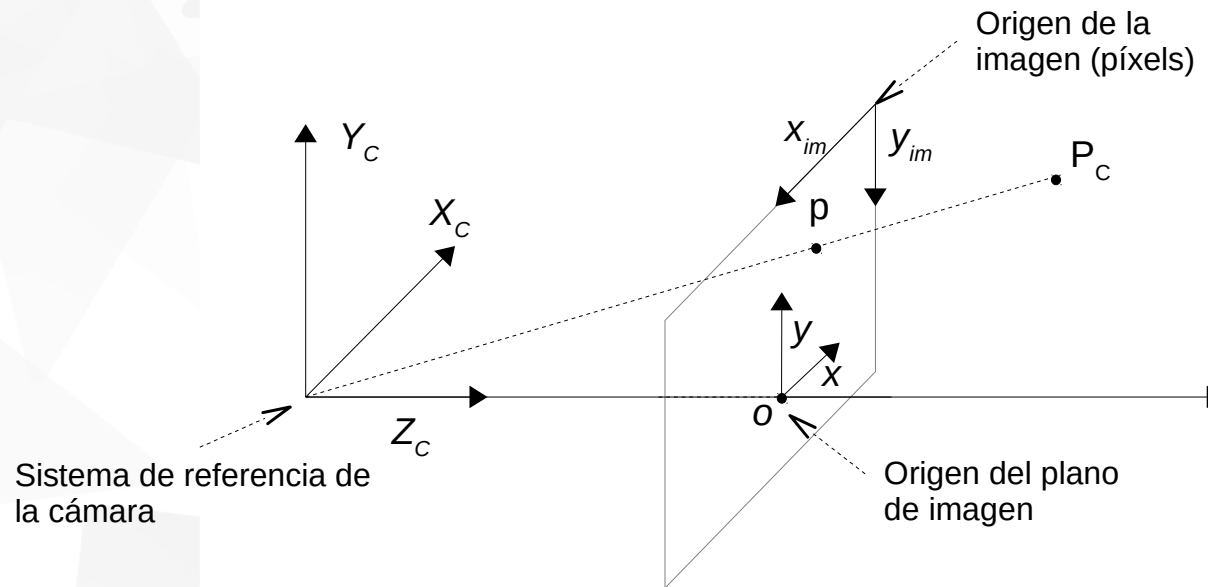
$$P_C = \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} \quad P_W = \begin{pmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_W - T_x \\ Y_W - T_y \\ Z_W - T_z \end{pmatrix}$$

# Parámetros intrínsecos

- ▼ Permiten caracterizar las propiedades geométricas, digitales y ópticas de la cámara:
  - ▼ Proyección perspectiva (distancia focal).
  - ▼ Transformación entre las coordenadas en el plano de imagen y las coordenadas de píxel.
  - ▼ Distorsión geométrica introducida por la óptica.



# Parámetros intrínsecos



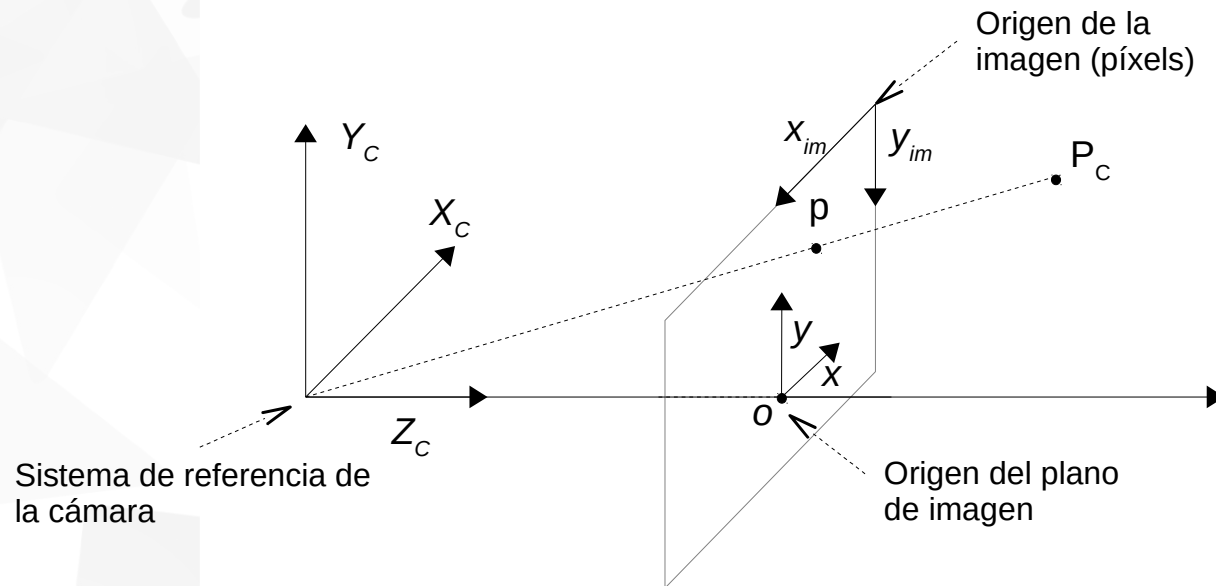
## Relación entre coordenadas del plano de imagen y coordenadas de píxel

$$x = -(x_{im} - o_x) s_x \quad x_{im} = -x/s_x + o_x$$

$$y = -(y_{im} - o_y) s_y \quad y_{im} = -y/s_y + o_y$$

- ▶  $(o_x, o_y)$  son las coordenadas de píxel del punto principal.
- ▶  $s_x, s_y$  es el tamaño efectivo (en milímetros) de un píxel en las direcciones horizontal y vertical.

# Parámetros intrínsecos



## Relación entre coordenadas de cámara y coordenadas de píxel

$$\begin{array}{l|l|l|l} x_{im} = -x/s_x + o_x & x = fX_C/Z_C & x_{im} = -f/s_x \frac{X_C}{Z_C} + o_x & x_{im} = -f_x \frac{X_C}{Z_C} + o_x \\ y_{im} = -y/s_y + o_y & y = fY_C/Z_C & y_{im} = -f/s_y \frac{Y_C}{Z_C} + o_y & y_{im} = -f_y \frac{Y_C}{Z_C} + o_y \end{array}$$

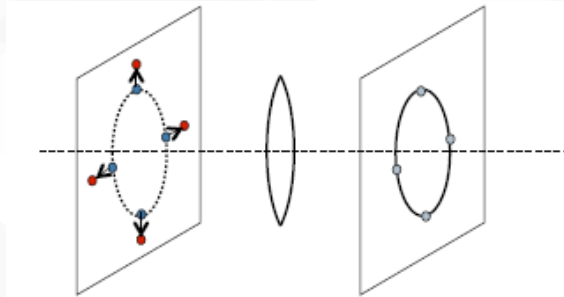
# Parámetros intrínsecos: distorsión

- ▼ La óptica puede introducir distorsiones en la imagen que se modelan a través de parámetros intrínsecos adicionales.
- ▼ La distorsión es más evidente en la periferia de la imagen.
- ▼ En la mayoría de los casos puede modelarse como una distorsión radial.



# Parámetros intrínsecos: distorsión

## Distorsión radial



*Imagen original*



$$x_{\text{corregida}} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$$

$$y_{\text{corregida}} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad k_1, k_2, k_3: \text{parámetros intrínsecos}$$

*Imagen corregida*



# Combinación de parámetros extrínsecos e intrínsecos

## De coordenadas de mundo a coordenadas de cámara

$$P_C = R(P_W - T) \longrightarrow \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_W - T_x \\ Y_W - T_y \\ Z_W - T_z \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} X_C = R_1^T (P_W - T) \\ Y_C = R_2^T (P_W - T) \\ Z_C = R_3^T (P_W - T) \end{cases}$$

## De coordenadas de cámara a coordenadas de imagen

$$\begin{aligned} x_{im} &= -f/s_x \frac{X_C}{Z_C} + o_x \\ y_{im} &= -f/s_y \frac{Y_C}{Z_C} + o_y \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} x_{im} &= -f/s_x \frac{R_1^T (P_W - T)}{R_3^T (P_W - T)} + o_x \\ y_{im} &= -f/s_y \frac{R_2^T (P_W - T)}{R_3^T (P_W - T)} + o_y \end{aligned}$$

# Combinación de parámetros extrínsecos e intrínsecos

**En forma matricial**

$$\begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_W - T_x \\ Y_W - T_y \\ Z_W - T_z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & -R_1^T T \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & -R_2^T T \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & -R_3^T T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \boxed{P_C = M_{ex} P_W^{(H)}} \quad \textbf{Extrínsecos}$$

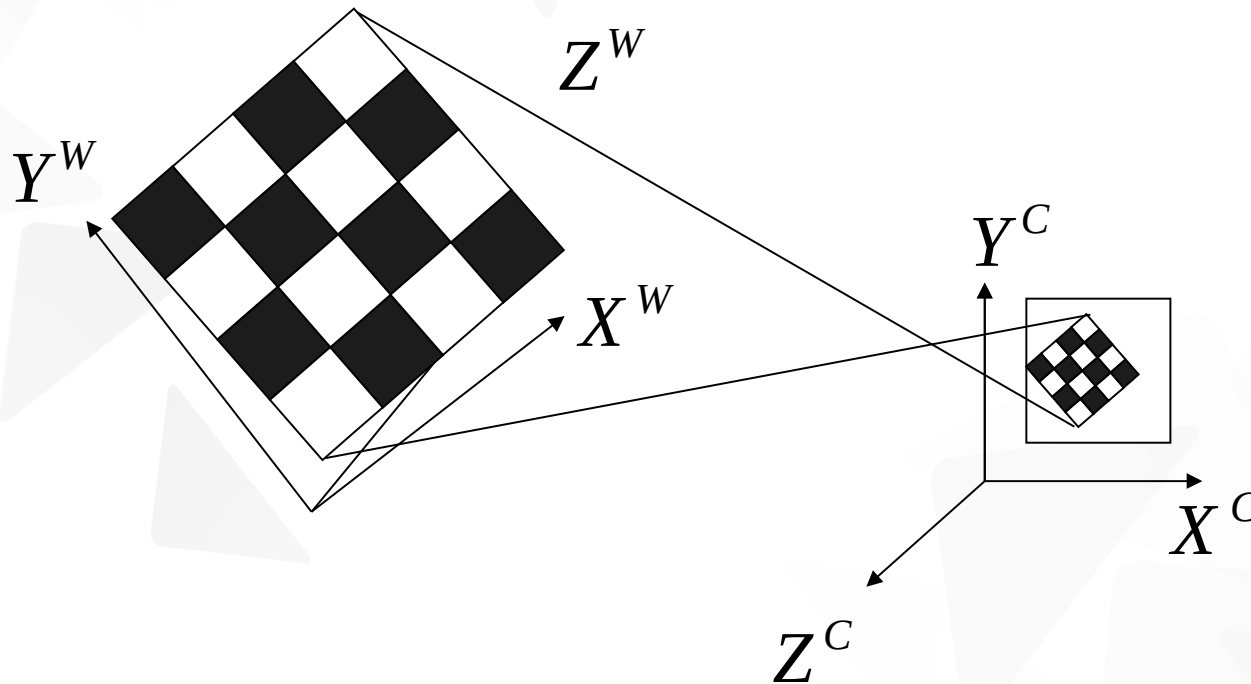
$$\left\{ \begin{array}{l} x_{im} = -f/s_x \frac{X_C}{Z_C} + o_x \\ y_{im} = -f/s_y \frac{Y_C}{Z_C} + o_y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f/s_x & 0 & o_x \\ 0 & -f/s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} \rightarrow \boxed{p^{(H)} = M_{in} P_C} \quad \textbf{Intrínsecos}$$

**Matriz de proyección**

$$p^{(H)} = M_{in} M_{ex} P_W^{(H)} \rightarrow \boxed{p^{(H)} = M P_W^{(H)}} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_{im} = x_h / w \\ y_{im} = y_h / w \end{array} \right\}$$

# Parámetros de cámara: calibración

- Obtener los parámetros extrínsecos e intrínsecos de una cámara a partir de la relación entre un conjunto de puntos 3D conocidos y sus proyecciones.



# Parámetros de cámara: calibración

- ▼ Proceso de calibración:
  - ▼ **Estimar la matriz de proyección que relaciona las coordenadas de mundo con las coordenadas de imagen.**
  - ▼ Obtener los parámetros extrínsecos e intrínsecos a partir de los elementos de la matriz de proyección.

Coordenadas de imagen

$$p_i \leftarrow MP_i$$

Coordenadas de mundo

$$p_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_1 P_i}{m_3 P_i} \\ \frac{m_2 P_i}{m_3 P_i} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix}$$



# Parámetros de cámara: calibración

$$p_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_1 P_i}{m_3 P_i} \\ \frac{m_2 P_i}{m_3 P_i} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{aligned} x_i(m_3 P_i) &= m_1 P_i \rightarrow m_1 P_i - x_i(m_3 P_i) = 0 \\ y_i(m_3 P_i) &= m_2 P_i \rightarrow m_2 P_i - y_i(m_3 P_i) = 0 \end{aligned}$$

**En forma matricial para  $n$  puntos**

$$Am = 0 \longrightarrow A = \begin{pmatrix} P_1^T & 0^T & -x_1 P_1^T \\ 0^T & P_1^T & -y_1 P_1^T \\ \vdots & & \\ P_n^T & 0^T & -x_n P_n^T \\ 0^T & P_n^T & -y_n P_n^T \end{pmatrix} \quad m = \begin{pmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ m_3^T \end{pmatrix}$$

Obtener  $m$  a partir de  $A \longrightarrow SVD(A) = U D V^T \longrightarrow m = \text{última columna de } V$

# Parámetros de cámara: calibración

- ▼ Proceso de calibración:
  - ▼ **Estimar la matriz de proyección que relaciona las coordenadas de mundo con las coordenadas de imagen.**
  - ▼ Obtener los parámetros extrínsecos e intrínsecos a partir de los elementos de la matriz de proyección.

Coordenadas de imagen

$$p_i \leftarrow MP_i$$

Coordenadas de mundo

$$p_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_1 P_i}{m_3 P_i} \\ \frac{m_2 P_i}{m_3 P_i} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix}$$

# Parámetros de cámara: calibración

## ▼ Proceso de calibración:

- ▼ Estimar la matriz de proyección que relaciona las coordenadas de mundo con las coordenadas de imagen.
- ▼ **Obtener los parámetros extrínsecos e intrínsecos a partir de los elementos de la matriz de proyección.**

$$M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_x r_{11} + o_x r_{31} & -f_x r_{12} + o_x r_{32} & -f_x r_{13} + o_x r_{33} & -f_x T_x + o_x T_z \\ -f_y r_{21} + o_y r_{31} & -f_y r_{22} + o_y r_{32} & -f_y r_{23} + o_y r_{33} & -f_y T_y + o_y T_z \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \end{pmatrix}$$

$$r_{31} = m_{31} \quad r_{32} = m_{32} \quad r_{33} = m_{33} \quad T_z = m_{34} \quad o_x = m_{11}m_{31} + m_{12}m_{32} + m_{13}m_{33} \quad \dots$$

# Parámetros de cámara: suposiciones frecuentes

- ▼ El sistema de referencia del mundo está situado en la cámara:

$$R = I \quad T = 0$$

- ▼ Píxeles cuadrados:

$$f_x = f_y$$

- ▼ El centro de imagen está situado en la posición central del plano de imagen

$$o_x = W/2$$

$$o_y = H/2$$