Universidad del Estado de México

En Linea

Ejercicio 4

Materia: Estadística Descriptiva e Inferencial
Profesora: Shurabe Guido Aguilar

Alumno:
Ignacio Raúl Morales Berber

21 de noviembre de 2024

Distribución de Probabilidad Binomial

1.- Un laboratorio afirma que una droga causa efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que aplica la droga. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

a) Ningún paciente tenga efectos secundarios.

$$P(x = k) = C_k^n p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

Data n = 100 k = 3 P(x=0)

```
n = 5
k = 0
x = 0
probability = 3 / 100

factorial_n = factorial(n)
factorial_k = factorial(k)
factorial_n_menos_k = factorial(n-k)
probability_exp_k = probability^k
probability_n_minus_k = (1-probability)^(n-k)
resultado <- (factorial_n / (factorial_k * factorial_n_menos_k)) *
  (probability_exp_k) * probability_n_minus_k

sprintf("Probabilidad por método manual %s",resultado)
```

```
## [1] "Probabilidad por método manual 0.8587340257"
```

```
sprintf("Probabilidad usando R: %s",dbinom(x,n,probability))
```

```
## [1] "Probabilidad usando R: 0.8587340257"
```

b) Al menos tres personas tengan efectos secundarios.

```
n = 5
k = 3
x = 3
probability = 3 / 100

factorial_n = factorial(n)
factorial_k = factorial(k)
factorial_n_menos_k = factorial(n-k)
probability_exp_k = probability^k
probability_n_minus_k = (1-probability)^(n-k)
```

```r
resultado <- (factorial_n / (factorial_k * factorial_n_menos_k)) *
  (probability_exp_k) * probability_n_minus_k

sprintf("Probabilidad por método manual %s",resultado)
```

```
## [1] "Probabilidad por método manual 0.000254043"
```

```r
sprintf("Probabilidad usando R: %s",dbinom(x,n,probability))
```

```
## [1] "Probabilidad usando R: 0.000254043"
```

c) El número medio de pacientes que espera laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 100 pacientes al azar.

```r
n = 100
probability = 3 / 100

media = n * probability

sprintf("Número de pacientes esperados con efectos secundarios: %s", media)
```

```
## [1] "Número de pacientes esperados con efectos secundarios: 3"
```

d) La desviación estándar de pacientes que espera el laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 100 pacientes al azar.

```r
n <- 100
p <- 0.03

desviacion <- sqrt(n * p * (1 - p))
sprintf("Con desviación estandar: %s", desviacion)
```

```
## [1] "Con desviación estandar: 1.7058722109232"
```

Distribución de Probabilidad de Poisson

2.- La contestadora automática de UVM recibe alrededor de seis llamadas telefónicas entre las 8 de la mañana y las 10 de la mañana. ¿Cuál es la probabilidad de que Leah reciba más de una llamada en los próximos 15 minutos? Sugerencia: Calcular la media lambda en términos de 8 intervalos de 15 minutos la hora.

Datos: Llamadas : 6 Horas: 8 - 10AM Tomando Lapso de tiempo de 15 min: 0.75 llamadas Lambda = 0.75

```r
lambda_value = 0.75
e = exp(1)
k = 1

lambda_value_exp_k = lambda_value^k
e = exp(1)
e_exp_menos_lambda = e^(-lambda_value)
factorial_k = factorial(k)

probability_k1 = (lambda_value_exp_k * e_exp_menos_lambda)/factorial_k

k = 0
lambda_value_exp_k = lambda_value^k
probability_k0 = (lambda_value_exp_k * e_exp_menos_lambda)/factorial_k

probability <- 1 - (probability_k0 + probability_k1)

output <- c(
  sprintf("Probablidad de que se reciba mas de una llamada en"),
  sprintf("los próximos 15 min: %s", probability)
)

cat(paste(output, collapse="\n"))
```

```
## Probablidad de que se reciba mas de una llamada en
## los próximos 15 min: 0.173358532703224
```

```r
k<-1
sprintf("Cálculo usando R: %s", ppois(k,lambda = lambda_value,lower.tail = FALSE))
```

```
## [1] "Cálculo usando R: 0.173358532703224"
```

3.- Un río tiene un promedio de 3 bacterias E. coli por 5 ml de agua. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren exactamente 20 bacterias en una muestra de 50 ml?

```r
lambda_value = 3 # por cada 5 ml
lambda_value = lambda_value * 10 # para mantener la proporción a 50ml
e = exp(1)
k = 20

lambda_value_exp_k = lambda_value^k
e = exp(1)
e_exp_menos_lambda = e^(-lambda_value)
factorial_k = factorial(k)

probability = (lambda_value_exp_k * e_exp_menos_lambda)/factorial_k
```

```
output <- c(
  sprintf("Probabilidad de que se encuentren exactamente 20 bacterias"),
  sprintf(" en una muestra de 50 ml: %s",probability)
)
cat(paste(output, collapse = "\n"))
```

```
## Probabilidad de que se encuentren exactamente 20 bacterias
##  en una muestra de 50 ml: 0.0134111500128378
```

```
sprintf("Probabilidad usando R: %s", dpois(k,lambda_value))
```

```
## [1] "Probabilidad usando R: 0.0134111500128378"
```

Distribución de Probabilidad Geométrica

4.-En la copa Mundial FIFA, Alemania tiene un 60% de probabilidad de ganar un partido. ¿Cuál es la probabilidad de que Alemania juegue hasta perder, si se sabe que en la copa del mundo se juegan 3 partidos de grupos, 1 partido de octavos de final, 1 partido de cuartos de final, 1 partido de semifinales y otro de final, sin contar empates en la fase de grupos, esto implica que debe ganar los tres primeros partidos?

```
p <- 0.6
k <- 4

prob <- (1-p) * p^(k-1)
sprintf("Probabilidad calculada perdiendo el 4to partido: %s", prob)
```

```
## [1] "Probabilidad calculada perdiendo el 4to partido: 0.0864"
```

Distribución de Probabilidad Normal

5.- El precio promedio de las acciones de una empresa es de $25 con una desviación típica de $4.

Determine la probabilidad que: a) Una acción tenga un costo menor de $20.

```
desviacion_estandar <- 4
media <- 25
costo <- 20

#Obtener Z
Z <- (costo - media)/ desviacion_estandar
print(Z)
```

```
## [1] -1.25
```

```r
# Leyendo tabla de libro:Introducción a la probabilidad y estadística
# Pagina 688, se obtiene que la probabilidad de Z = -1.25 es: 0.1056
probability <- 0.1056

output <- c(
  sprintf("La probabilidad de una acción tenga un costo menor que"),
  sprintf(" $20 usando Z: %s es %s",Z,  probability)
)

cat(paste(output, collapse="\n"))
```

```
## La probabilidad de una acción tenga un costo menor que
##  $20 usando Z: -1.25 es 0.1056
```

```r
probability <- pnorm(costo,mean= media,sd=desviacion_estandar)
sprintf("Probabilidad calculada con R: %s", probability)
```

```
## [1] "Probabilidad calculada con R: 0.105649773666855"
```

b) Una acción tenga un costo mayor de $30.

```r
desviacion_estandar <- 4
media <- 25
costo <- 30

Z <- (costo - media)/ desviacion_estandar
print(Z)
```

```
## [1] 1.25
```

```r
# Leyendo tabla de libro:Introducción a la probabilidad y estadística
# Pagina 689, se obtiene que la probabilidad de Z = 1.25 es: 0.8944
# Pero esto es la probabilidad de que sea menor a 30, queremos la diferencia

probability <- 1 - 0.8944 # Valor de tabla

output <- c(
  sprintf("La probabilidad de una acción tenga un costo menor"),
  sprintf(" que $20 usando Z: %s es %s",Z,  probability)
)

cat(paste(output, collapse = "\n"))
```

```
## La probabilidad de una acción tenga un costo menor
##  que $20 usando Z: 1.25 es 0.1056
```

```r
probability <- pnorm(costo,mean=media,sd=desviacion_estandar,lower.tail = FALSE)
sprintf("Probabilidad calculada con R: %s", probability)
```

```
## [1] "Probabilidad calculada con R: 0.105649773666855"
```

c) El precio esté comprendido entre \$20 y \$30.

```r
#Ya tenemos la probabilidad de Menor de 20
probability_menor_20 <- 0.1056
probability_mayor_30 <- 0.1056

probability_entre_20_Y_30 <- 1 - probability_menor_20 - probability_menor_20
sprintf("Probabilidad comprendida entre 20 y 30: %s", probability_entre_20_Y_30)
```

```
## [1] "Probabilidad comprendida entre 20 y 30: 0.7888"
```

Distribución de Probabilidad Hipergeométrica

6.- Supongamos una máquina que produce tornillos y los datos acumulados indican que el 1% salen con defectos. Se tiene una caja con muestra de 60 tornillos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún tornillo salga defectuoso?

```r
N <- 100 #Población total
n <- 60 # Tamaño de la muestra
K <- 1 #
k <- 0

#Calculamos terminos
primer_termino <- 1
segundo_termino <- factorial(N-K) / (factorial(n) * factorial((N-K) - n))
tercer_termino <- factorial(N)/(factorial(n) * factorial(N-n))

probability <- (primer_termino * segundo_termino) / tercer_termino
sprintf("Probabilidad de que ningun tornillo salga defectuoso: %s",probability)
```

```
## [1] "Probabilidad de que ningun tornillo salga defectuoso: 0.400000000000008"
```

```r
#Comprobación en R
probability <- dhyper(k,K,N-K,n)
sprintf("Probabilidad calculada con R %s",probability)
```

```
## [1] "Probabilidad calculada con R 0.4"
```

b) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 tornillos salgan defectuosos?

```r
N <- 100 #Población total
n <- 60 # Tamaño de la muestra
K <- 1 #
k <- 3

#Calculamos terminos
primer_termino <- 0   # Ya que k es mayor que K
segundo_termino <- factorial(N-K) / (factorial(n) * factorial((N-K) - n))
tercer_termino <- factorial(N)/(factorial(n) * factorial(N-n))

probability <- (primer_termino * segundo_termino) / tercer_termino
sprintf("Probabilidad de salgan 3 tornillos defectuosos: %s",probability)
```

```
## [1] "Probabilidad de salgan 3 tornillos defectuosos: 0"
```

```r
#Comprobación en R
probability <- dhyper(k,K,N-K,n)
sprintf("Probabilidad calculada con R %s",probability)
```

```
## [1] "Probabilidad calculada con R 0"
```

c) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 3 tornillos salgan defectuosos?

```r
k <- 4

# Sabemos que si con 3 la probabilidad es 0, con más de 3 sigue siendo 0.
print("Sabemos que si con 3 la probabilidad es 0, con mas de 3 sigue siendo 0.")
```

```
## [1] "Sabemos que si con 3 la probabilidad es 0, con mas de 3 sigue siendo 0."
```

```r
#Comprobación en R
probability <- dhyper(k,K,N-K,n)
sprintf("Probabilidad calculada con R %s",probability)
```

```
## [1] "Probabilidad calculada con R 0"
```

7.- Las especificaciones para la fabricación de cierta aleación exigen 23.2% de cobre. Una muestra de 10 análisis del producto ha revelado un contenido medio de 23.5% de bore con una desviación típica de .24%. ¿Podemos concluir que el producto cumple las especificaciones al nivel de significación:

Hipótesis $H0 : \mu = 23.2$ (cumple) $Ha : \mu \neq 23.2$ (no cumple)

$t = \frac{x-\mu}{\frac{x}{\sqrt{n}}}$

a) 0.01

```r
#Datos
x <- 23.5
mu <- 23.2
s <- 0.24
n <- 10
alpha <- 0.01

t <- (x - mu)/(s/sqrt(n))
sprintf("t: %s", t)
```

```
## [1] "t: 3.95284707521048"
```

```r
# Valor crítico para un test bilateral

grados_de_libertad <- n - 1
t_critico <- qt(1 - alpha / 2, df= grados_de_libertad)
sprintf("t crítico: %s", t_critico)
```

```
## [1] "t crítico: 3.24983554159213"
```

t > t_critico, por lo que se rechaza H0 y por lo tanto de acepta Ha

b) 0.05

```r
x <- 23.5
mu <- 23.2
s <-0.24
n <- 10
alpha <- 0.05

t<- (x-mu)/(s/sqrt(n))
sprintf("t: %s", t)
```

```
## [1] "t: 3.95284707521048"
```

```r
grados_de_libertad <- n - 1
t_critico <- qt(1-alpha/2,df=grados_de_libertad)
sprintf("t critico: %s",t_critico)
```

```
## [1] "t critico: 2.2621571627982"
```

t > t_critico, por lo que se rechaza H0 y por lo tanto se acepta Ha

Referencias

- Mendenhall, Beaver, Beaver. (2010). Introducción a la probabilidad y estadística 13 Edicion, Cengage Learning. https://learn-us-east-1-prod-fleet02-xythos.content.blackboardcdn.com/5fdc0d8108394/4575538