Larget-Piet Julien

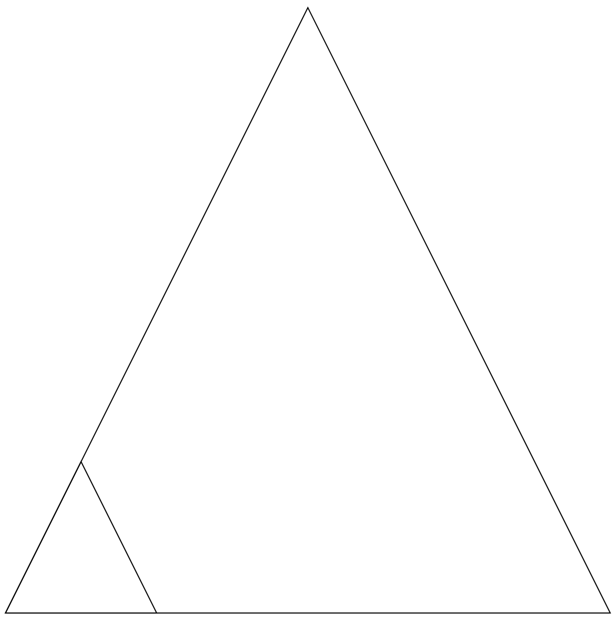
Made with LaTeX

Automatisation sur Diagramme Ternaire à n variables

Bien que ce document prend pour exemple le point de mélange (proportion massique d'un mélange de plusieurs composés), la demonstration peut aussi convenir dans d'autres cas où des équations de modélisation sont présentes.

Ce document est la documentation technique du programme libre et en source ouverte (License: MIT) se trouvant à l'addresse suivante: **https://github.com/iro0087/...** permettant de visualiser des diagrammes ternaires de manière **interractive**.

Le code source de ce document LaTeX se retrouve dans le dépot Git à l'addresse précédente.



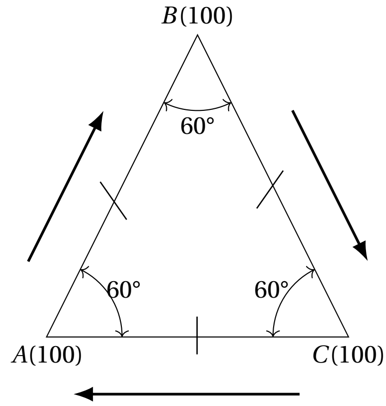
SOMMAIRE

Introduction:

Propriétés:

- Un diagramme ternaire est un triangle **équilatéral**.
- Chaque angle fait donc $\frac{180}{3} = \mathbf{60°}$
- Les propportions des variables **B**, **C** et **A** seront respectivement notées comme $\mathbf{p_B}$, $\mathbf{p_C}$ et $\mathbf{p_A}$

  Dans le cas d'un mélange, $p_{B;A;C} \in [0;\mathbf{1}]$



Pour la suite les angles g_A,g_B et g_C correspondront à cela:

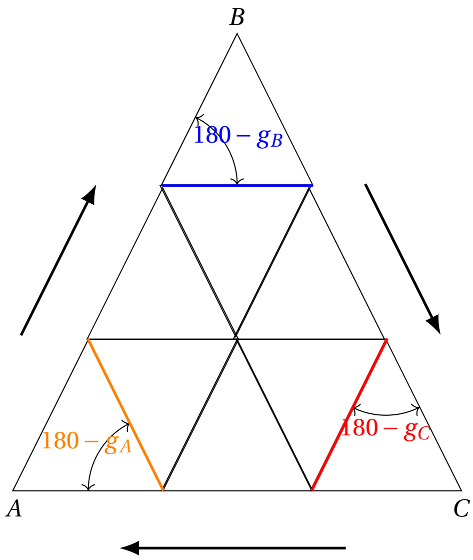
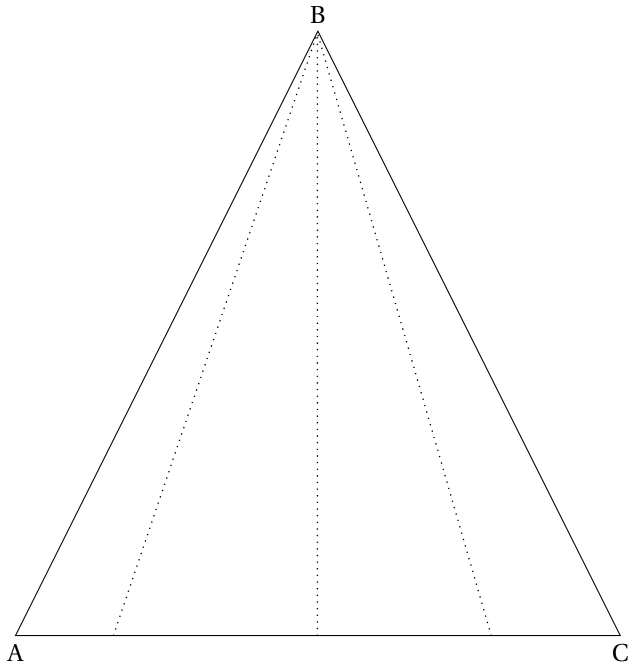


Diagramme ternaire à 2 graduations.

- La graduation de chaque variable se remarque en identifiant la première ligne partant de la plus grande proportion graduée de cette dernière.
- Il y a une infinité de graduations car une infinité de proportion existe pour chaque variable.

- Un diagramme ternaire peut être non-linéare, c'est à dire que les graduations d'une proportion de variable peuvent **ne pas être parallèles entre elles**.



⚠Pour des questions de visibilité, seule p_A a été représentée

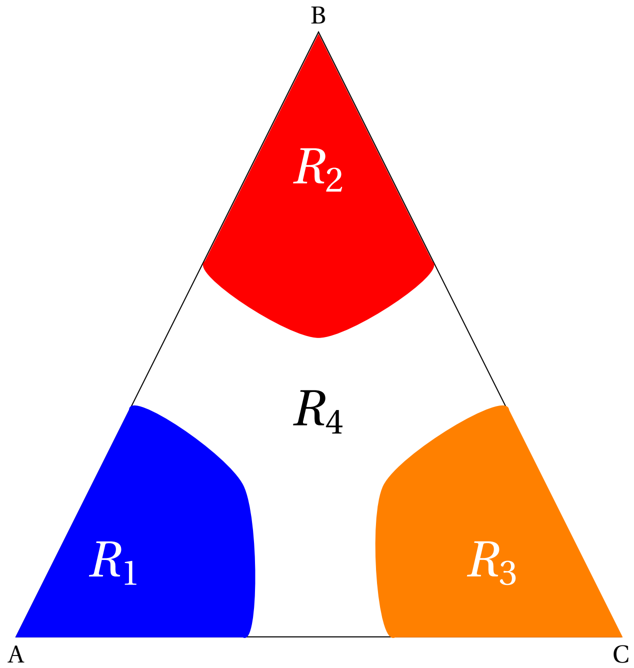
- g_B, g_B et g_A seront les angles des graduations **pour une proportion donnée**.

Le problème revient à déduire les fonctions graduation d'au moins 2 variables afin d'en déduire le point d'intersection.

$$F_B = F_C = F_A$$

Objectif:

- Un diagramme ternaire nous permet de savoir quel mélange faire pour avoir certaines propriétés qu'on voit avec des équations de modélisation dont les réponses R_n sont représentées ci-sessous:



- Différentes équationd de modélisation peuvent être utilisées qui prennent plus ou moins les interractions entre chaque paramètre, avec a_n des constantes:

- $R = a_0 + a_1 \cdot p_B + a_2 \cdot p_C + a_3 \cdot p_A$, chaque variable est indépendante

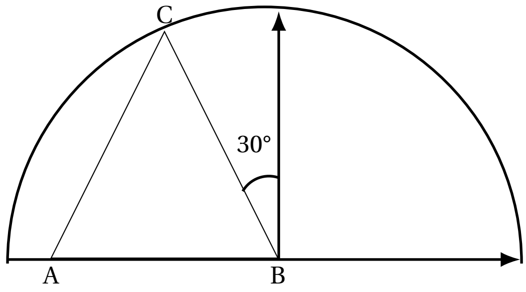
- $R = a_0 + a_1 \cdot p_B + a_2 \cdot p_C + a_3 \cdot p_A + a_{1;2} \cdot p_B \cdot p_C + a_{1;3} \cdot p_B \cdot p_A + a_{2;3} \cdot p_C \cdot p_A$, l'intrraction deux à deux entre variable est prise en compte

- $R = a_0 + a_1 \cdot p_B + a_2 \cdot p_C + a_3 \cdot p_A + a_{1;2} \cdot p_B \cdot p_C + a_{1;3} \cdot p_B \cdot p_A + a_{2;3} \cdot p_C \cdot p_A + a_{1;2;3} \cdot p_B \cdot p_C \cdot p_A$, l'intrraction deux à deux entre variable est prise en compte

- Ce sont les **couleurs** qui informent l'utilisateur de la Réponse

⚠On a représenté les équations de modélisation pour 3 variables mais on peut le faire pour **n** variables comme on le verra par la suite.

Précisions:



On utilisera un repère **non-orthonormé** durant les démonstration suivantes, on ne le verra pas mais le programme convertira alors toutes les valeurs y par la formula i-jointe pour la représentation graphique avec matplotlib:

$$y_{converti} = \left(1 - sin\left(\frac{90+30}{180} \cdot \pi\right)\right) \cdot y$$

Détermination des fonctions proportion de chaque variable:

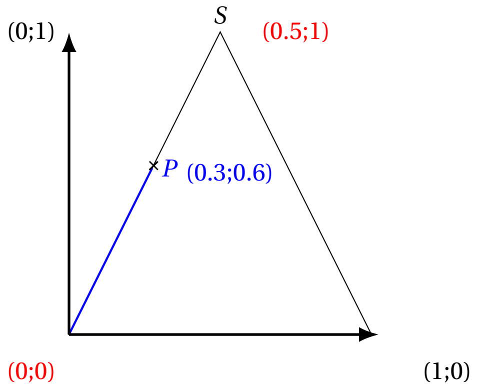
Pour p_B:

- On se place dans un repère en 2 dimensions **non-orthonormé**
- On a donc 2 points et donc une droite, mais aussi une fonction :)
- C'est une fonction affine passant par A(0;0) et S d'équation:

$$Y_B = \frac{y_S - y_A}{x_S - x_A} x = \frac{1}{0.5} x = 2x, \; \forall x \in [0; \mathbf{0.5}]$$

- Comme on est dans un triangle équilatéral: Si, $p_B = 0.6 \Leftrightarrow x_P = 0.6 \cdot \mathbf{0.5} = 0.3$
- Les coordonnées de ce point P seront:

$$P(0.3; Y_B(0.3)) \Leftrightarrow P(0.3; 2\cdot 0.3) \Leftrightarrow P(0.3; 0.6)$$



Pour p_C:

- C'est une fonction affine passant par C(1;0) et S:

$$a_C = \frac{y_C - y_S}{x_C - x_S} x = \frac{-1}{0.5} x = -2x$$

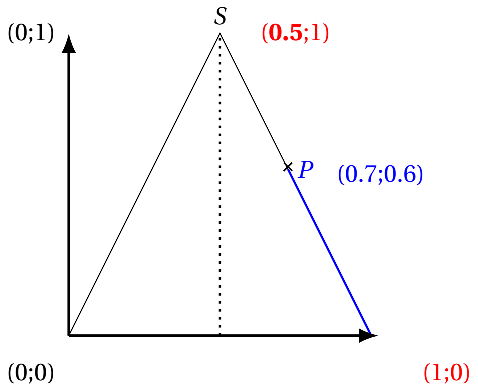
$$Y_C(1) = 0 \Leftrightarrow -2 \cdot 1 + b = 0 \Leftrightarrow b = 2$$

$$Y_C = -2x + 2, \; \forall x \in [\mathbf{0.5}; 1]$$

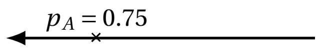
- Si $p_C = 0.4$, les coordonnées de ce point P seront:

$$x_P = \mathbf{0.5} + \mathbf{0.5} \cdot 0.4 = 0.7$$

$$P(0.7; Y_B(0.7)) \Leftrightarrow P(0.8; -2\cdot 0.7 + 2) \Leftrightarrow P(0.7; 0.6)$$



Pour p_A:

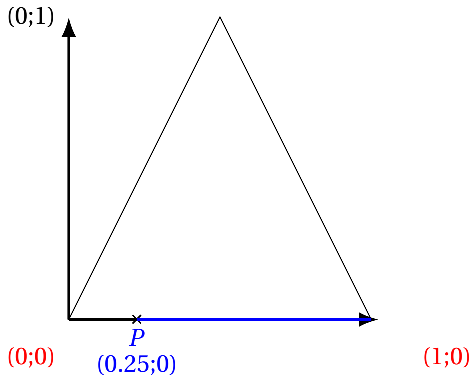


- On peut associer p_A à un repère en une dimension avec un sens inversé.

- Si $p_A = 0.75$, les coordonnées de ce point P seront:

  $x_P = 1 - 0.75 = 0.25$

  P(0.75;0)

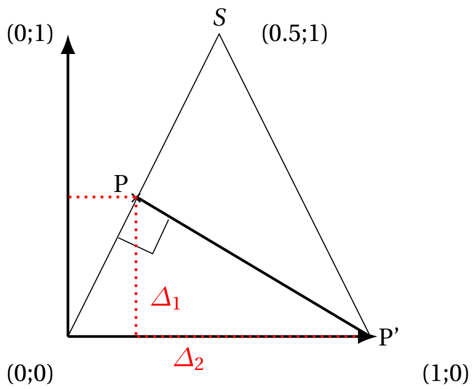


Déduction des fonctions graduation de chaque variable:

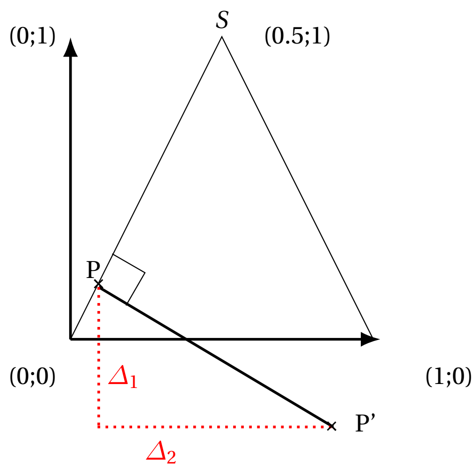
Pour p_B

- On cherche les fonctions donnant des droites perpendiculaires à [A,B]:

Si P(0.25;0.5),



Pour un point P quelconque,



- Tous les segments perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre eux.
- On en déduit que pour chaque point de [A,B], la droite perpendiculaire peut être décrite comme une fonction affine:

⚠ Δ_1 ainsi que Δ_2 sont des valeurs absolues. Pour des questions de praticité, car eles vont être réutilisées.

$\alpha = \frac{y_{P'} - y_P}{x_{P'} - x_P} x \Leftrightarrow \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$

$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} \cdot (x_P + \Delta 2) + b = y_P - \Delta_1 \Leftrightarrow$ b $= Y_B(x_P) - \Delta_1 - \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \cdot (x_P + \Delta_2) \Leftrightarrow b = 2x_P - \Delta_1 - \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \cdot (x_P + \Delta_2) \Leftrightarrow b = 2 \cdot 0.5 \cdot p_B - \Delta_1 - \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \cdot (0.5 \cdot p_B + \Delta_2)$

- Pour trouver Δ_1 et Δ_2, on prend une situation particulière:

$$\mathrm{P}(0.25;0.5) \Rightarrow P'(1;0)$$

$$\begin{cases} x_P + \Delta 2 = x_{P'} \\ y_P - \Delta_1 = y_{P'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_2 = x_{P'} - x_P \\ \Delta_1 = y_{P'} - y_P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_2 = |1-0.25| = 0.75 \\ \Delta_1 = |0-0.5| = 0.5 \end{cases}$$

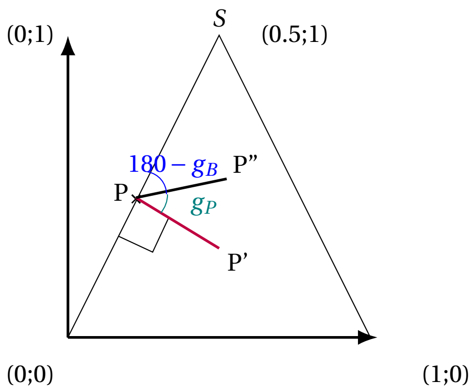
$$Y_{p_B} = ax + b \Leftrightarrow Y_{P_B} = -ax + b$$

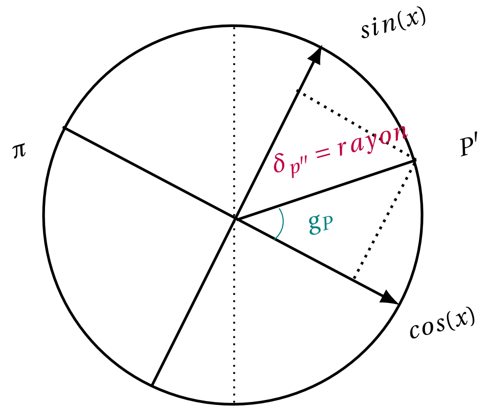
$$Y_{p_B} = -\frac{\Delta_1}{\Delta_2} x + 2 \cdot 0.5 \cdot p_B - \Delta_1 - \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \cdot (0.5 \cdot p_B + \Delta_2)$$

$$Y_{p_B} = -\frac{0.5}{0.75} x + 2 \cdot 0.5 \cdot p_B - 0.5 - \frac{0.5}{0.75} \cdot (0.5 \cdot p_B + 0.75), \forall x \in \mathbb{R}$$

- On cherche les fonctions des graduations de p_B:

$180 - g_B < 90$:





$$180 - g_B + 90 + g_P = 180 \Leftrightarrow g_P = -(90 - g_B)°$$

- On prend arbitrairement $\delta_{P''} = 0.2$

- On en déduit les équations suivantes:

$$\begin{cases} x_{P''} = x_{P'} - \left(\delta_{P''} - cos\left(\frac{g_P}{180}\pi\right) \cdot \delta_{P''}\right) \\ y_{P''} = y_{P'} + \left(sin\left(\frac{g_P}{180}\pi\right) \cdot \delta_{P''}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = (x_P - 0.2) + \left(0.2 - cos\left(\frac{g_P}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) \\ y_{P''} = Y_{p_B}(x_P + 0.2) + \left(sin\left(\frac{g_P}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = (x_P - 0.2) + \left(0.2 - cos\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) \\ y_{P''} = -\frac{0.5}{0.75} \cdot \left(x_P + 0.2\right) + 2 \cdot x_P - 0.5 - \frac{0.5}{0.75} \cdot (x_P + 0.75) + \left(sin\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = (p_B \cdot 0.5 - 0.2) + \left(0.2 - cos\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) \\ y_{P''} = -\frac{0.5}{0.75} \cdot (p_B \cdot 0.5 + 0.2) + 2 \cdot (p_B \cdot 0.5) - 0.5 - \frac{0.5}{0.75} \cdot ((p_B \cdot 0.5) + 0.75) + \left(sin\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) \end{cases}$$

- On en déduit la ou les fonctions représentants les graduations de p_B:

$$a = \frac{y_{P''} - y_P}{x_{P''} - x_P} \Leftrightarrow a = \frac{-\frac{0.5}{0.75} \cdot (p_B \cdot 0.5 + 0.2) + 2 \cdot (p_B \cdot 0.5) - 0.5 - \frac{0.5}{0.75} \cdot ((p_B \cdot 0.5) + 0.75) + \left(sin\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (2 \cdot p_B \cdot 0.5)}{(p_B \cdot 0.5 + 0.2) - \left(0.2 - cos\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (p_B \cdot 0.5)}$$

$$a \cdot x_P + b = y_P \Leftrightarrow b = y_P - a \cdot x_P$$

$$\Leftrightarrow b = 2 \cdot (p_B \cdot 0.5) - \frac{-\frac{0.5}{0.75} \cdot (p_B \cdot 0.5 + 0.2) + 2 \cdot (p_B \cdot 0.5) - 0.5 - \frac{0.5}{0.75} \cdot ((p_B \cdot 0.5) + 0.75) + \left(sin\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (2 \cdot p_B \cdot 0.5)}{(p_B \cdot 0.5 + 0.2) - \left(0.2 - cos\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (p_B \cdot 0.5)} \cdot (p_B \cdot 0.5)$$

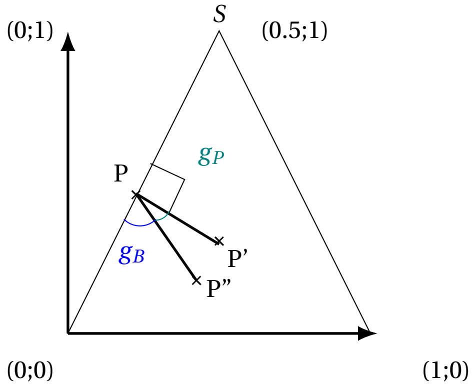
$$F_{p_B} = \frac{-\frac{0.5}{0.75} \cdot (p_B \cdot 0.5 + 0.2) + 2 \cdot (p_B \cdot 0.5) - 0.5 - \frac{0.5}{0.75} \cdot ((p_B \cdot 0.5) + 0.75) + \left(sin\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (2 \cdot p_B \cdot 0.5)}{(p_B \cdot 0.5 + 0.2) - \left(0.2 - cos\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (p_B \cdot 0.5)} x$$

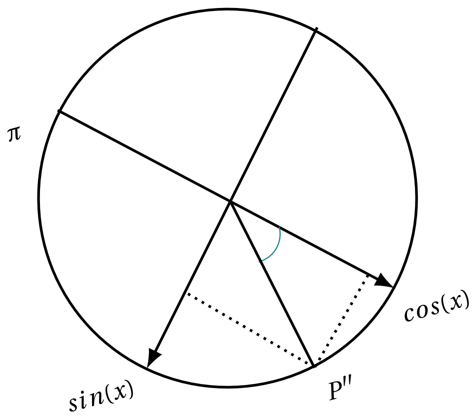
$$+ 2 \cdot (p_B \cdot 0.5) - \frac{-\frac{0.5}{0.75} \cdot (p_B \cdot 0.5 + 0.2) + 2 \cdot (p_B \cdot 0.5) - 0.5 - \frac{0.5}{0.75} \cdot ((p_B \cdot 0.5) + 0.75) + \left(sin\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (2 \cdot p_B \cdot 0.5)}{(p_B \cdot 0.5 + 0.2) - \left(0.2 - cos\left(\frac{-(90-g_B)}{180}\pi\right) \cdot 0.2\right) - (p_B \cdot 0.5)} \cdot (p_B \cdot 0.5)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

- L'utilisateur n'a qu'à renseigner le proportion de la variable B ainsi que l'angle de sa graduation et la fonction graduation de B sera établie
- On fait de même pour les autres situations

$180 - g_B > 90$:





$$g_B + 90 + g_P = 180 \Leftrightarrow g_P = (90 - g_B)°$$

- En reprenant la démonstration précédente on a:

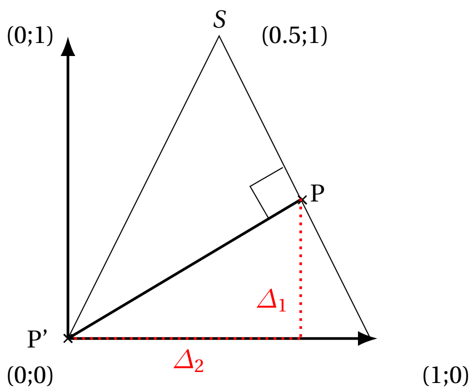
$$F_{p_B} = \frac{-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.2)+2\cdot(p_B\cdot 0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot((p_B\cdot 0.5)+0.75)-\left(sin\left(\frac{90-g_B}{180}\pi\right)\cdot 0.2\right)-(2\cdot p_B\cdot 0.5)}{(p_B\cdot 0.5+0.2)-\left(0.2-cos\left(\frac{90-g_B}{180}\pi\right)\cdot 0.2\right)-(p_B\cdot 0.5)}x$$

$$+2\cdot(p_B\cdot 0.5)-\frac{-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.2)+2\cdot(p_B\cdot 0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot((p_B\cdot 0.5)+0.75)-\left(sin\left(\frac{90-g_B}{180}\pi\right)\cdot 0.2\right)-(2\cdot p_B\cdot 0.5)}{(p_B\cdot 0.5+0.2)-\left(0.2-cos\left(\frac{90-g_B}{180}\pi\right)\cdot 0.2\right)-(p_B\cdot 0.5)}\cdot(p_B\cdot 0.5)$$

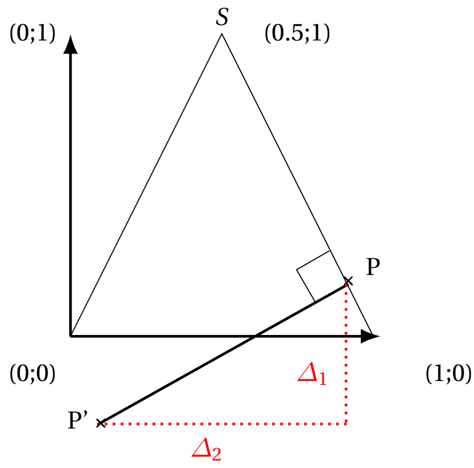
$$\forall x \in \mathbb{R}$$

Pour p_C

Si P(0.25;0.5),



Pour un point P quelconque,



$$\alpha = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$$

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2}\cdot(x_P-\Delta_2)+b = y_P-\Delta_1 \Leftrightarrow b = y_P-\Delta_1-\frac{\Delta_1}{\Delta_2}\cdot\left(x_P-\Delta_2\right) \Leftrightarrow b = -2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-\Delta_1-\frac{\Delta_1}{\Delta_2}\cdot\left(p_B\cdot 0.5+0.5\right)$$

$$\begin{cases} \Delta_2 = |-0.75| = 0.75 \\ \Delta_1 = |-0.5| = 0.5 \end{cases}$$

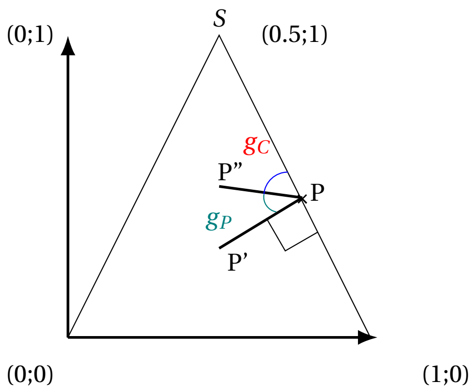
$$Y_{p_C} = ax+b \Leftrightarrow Y_{p_C} = \alpha\cdot x+b$$

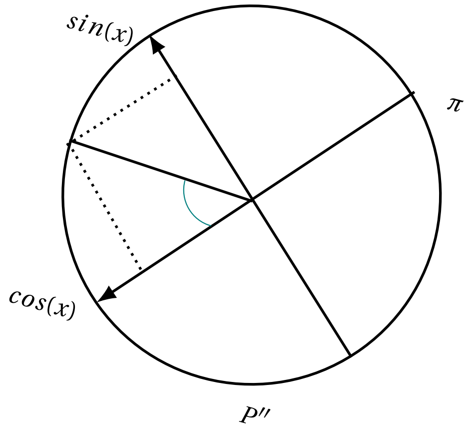
$$Y_{p_C} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}x-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-\Delta_1-\frac{\Delta_1}{\Delta_2}\cdot\left(p_B\cdot 0.5+0.5\right)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$Y_{p_C} = \frac{0.5}{0.75}x-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot\left(p_B\cdot 0.5+0.5\right), \forall x \in \mathbb{R}$$

$180 - g_C > 90$:





$$g_C + 90 + g_P = 180 \Leftrightarrow g_P = \left(90 - g_C\right)°$$

$$\begin{cases} x_{P''} = x_{P'} + \left(\delta_{P''} - cos\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot\delta_{P''}\right) \\ y_{P''} = y_{P'} + sin\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot\delta_{P''} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = \left(x_P + 0.2\right) + \left(\delta_{P''} - cos\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) \\ y_{P''} = Y_{P_C}\left(x_P - 0.2\right) + sin\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = \left(x_P + 0.2\right) + \left(0.2 - cos\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) \\ y_{P''} = \frac{0.5}{0.75}\cdot\left(x_P - 0.2\right) - 2\cdot\left(x_P\right) - 0.5 - \frac{0.5}{0.75}\cdot\left(x_P\right) + sin\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = \left(p_C\cdot 0.5 + 0.5 + 0.2\right) + \left(0.2 - cos\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) \\ y_{P''} = \frac{0.5}{0.75}\cdot\left(p_C\cdot 0.5 + 0.5 - 0.2\right) - 2\cdot\left(p_C\cdot 0.5 + 0.5\right) - 0.5 - \frac{0.5}{0.75}\cdot\left(p_B\cdot 0.5 + 0.5\right) + sin\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 \end{cases}$$

- On en déduit la ou les fonctions représentatives des graduations de p_C:

$$a = \frac{y_P - y_{P''}}{x_P - x_{P''}} \Leftrightarrow a = \frac{-2\cdot(0.5\cdot p_C+0.5)+2-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5-0.2)-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.5)+sin\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2}{(0.5\cdot p_C+0.5)-(p_C\cdot 0.5+0.5+0.2)+\left(0.2-cos\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right)}$$

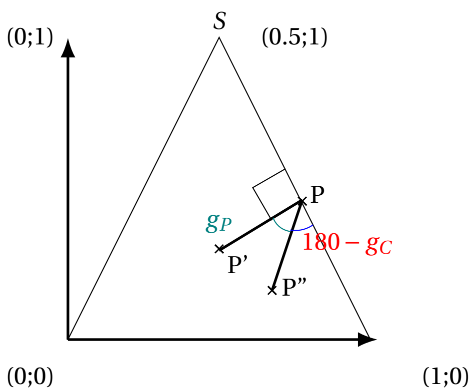
$$a\cdot x_P + b = y_P \Leftrightarrow b = y_P - a\cdot x_P$$

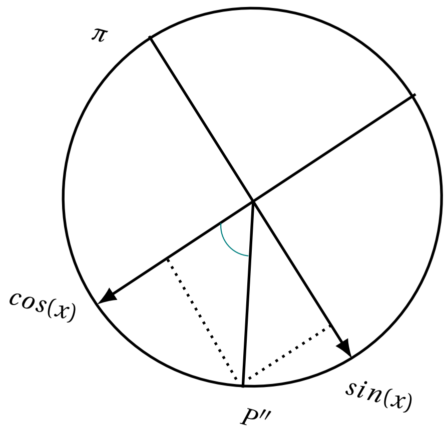
$$\Leftrightarrow b = -2\cdot\left(p_C\cdot 0.5 + 0.5\right) + 2 - \frac{-2\cdot(0.5\cdot p_C+0.5)+2-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5-0.2)-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.5)+sin\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2}{(0.5\cdot p_C+0.5)-(p_C\cdot 0.5+0.5+0.2)+\left(0.2-cos\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right)}\cdot\left(p_C\cdot 0.5 + 5\right)$$

$$F_C = \frac{-2\cdot(0.5\cdot p_C+0.5)+2-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5-0.2)-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.5)+sin\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2}{(0.5\cdot p_C+0.5)-(p_C\cdot 0.5+0.5+0.2)+\left(0.2-cos\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right)}\cdot x$$

$$-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)+2-\frac{-2\cdot(0.5\cdot p_C+0.5)+2-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5-0.2)-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.5)+sin\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2}{(0.5\cdot p_C+0.5)-(p_C\cdot 0.5+0.5+0.2)+\left(0.2-cos\left(\frac{90-g_C}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right)}\cdot(p_C\cdot 0.5+5)$$

$180-g_C<90$:



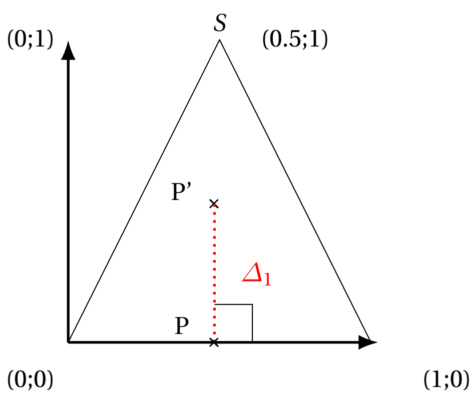


$$g_P+180-g_C+90=180 \Leftrightarrow g_P=-(90-g_C)^\circ$$

$$F_C = \frac{-2\cdot(0.5\cdot p_C+0.5)+2-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5-0.2)-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.5)-sin\left(\frac{-(90-g_C)}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2}{(0.5\cdot p_C+0.5)-(p_C\cdot 0.5+0.5+0.2)+\left(0.2-cos\left(\frac{-(90-g_C)}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right)}\cdot x$$

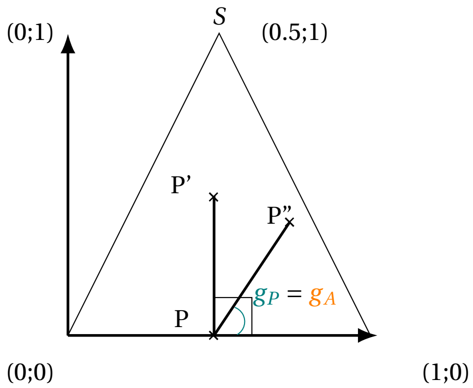
$$-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)+2-\frac{-2\cdot(0.5\cdot p_C+0.5)+2-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5-0.2)-2\cdot(p_C\cdot 0.5+0.5)-0.5-\frac{0.5}{0.75}\cdot(p_B\cdot 0.5+0.5)-sin\left(\frac{-(90-g_C)}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2}{(0.5\cdot p_C+0.5)-(p_C\cdot 0.5+0.5+0.2)+\left(0.2-cos\left(\frac{-(90-g_C)}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right)}\cdot(p_C\cdot 0.5+5)$$

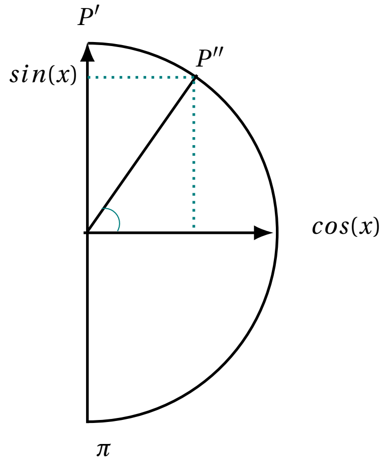
Pour p_A



$$Y_{P_A} = 0$$

$180 - g_A > 90$





$$\begin{cases} x_{P''} = x_{P'} + cos\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot\delta_{P''} \\ y_{P''} = y_{P'} - \left(\delta_{P''} - sin\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot\delta_{P''}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = \left(x_P + \delta_{P''}\right) + cos\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot\delta_{P''} \\ y_{P''} = Y_{P_A}\left(x_P + \delta_{P''}\right) - \left(\delta_{P''} - sin\left(\frac{g_P}{180}\cdot\pi\right)\cdot\delta_{P''}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = \left(x_P + 0.2\right) + cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 \\ y_{P''} = 0 + \left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_{P''} = \left(\left(1-p_A\right)\cdot 0.5 + 0.2\right) + cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 \\ y_{P''} = \left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) \end{cases}$$

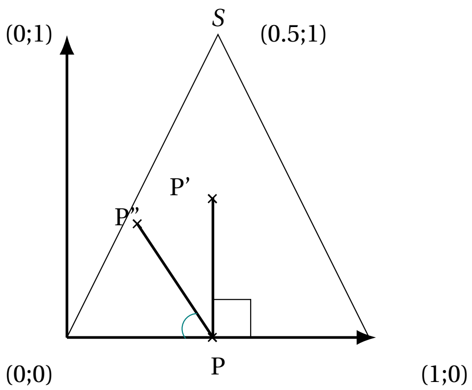
$$a = \frac{y_{P''} - y_P}{x_{P''} - x_P} \Leftrightarrow a = \frac{\left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) - 0}{\left((1-p_A)\cdot 0.5 + 0.2\right) + cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 - (1-p_A)}$$

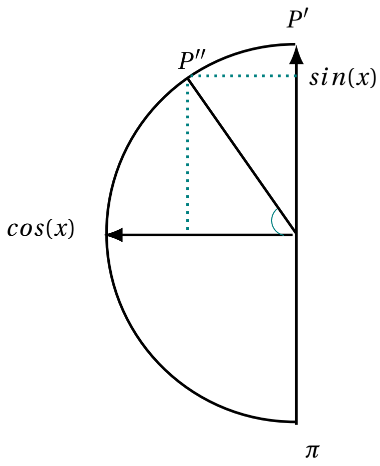
$$a\cdot x_P + b = y_P \Leftrightarrow b = y_P - a\cdot x_P$$

$$\Leftrightarrow b = 0 - \frac{\left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) - 0}{\left((1-p_A)\cdot 0.5 + 0.2\right) + cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 - (1-p_A)}\cdot\left(1-p_A\right)$$

$$F_A = \frac{\left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) - 0}{\left((1-p_A)\cdot 0.5 + 0.2\right) + cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 - (1-p_A)}\cdot x - \frac{\left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) - 0}{\left((1-p_A)\cdot 0.5 + 0.2\right) + cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 - (1-p_A)}\cdot\left(1-p_A\right)$$

$\underline{180 - g_A < 90}$





$$\left(180 - g_A - 90\right) + g_P + 90 = 180 \Leftrightarrow g_P = 180 - 90 - \left(180 - g_A - 90\right) \Leftrightarrow g_P = g_A$$

$$F_A = \frac{\left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) - 0}{\left((1-p_A)\cdot 0.5 + 0.2\right) - cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 - (1-p_A)}\cdot x - \frac{\left(0.2 - sin\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2\right) - 0}{\left((1-p_A)\cdot 0.5 + 0.2\right) - cos\left(\frac{g_A}{180}\cdot\pi\right)\cdot 0.2 - (1-p_A)}\cdot\left(1 - p_A\right)$$

Pré - conclusion:

- Si au moins 2 proportions de chaque variable est renseignée ainsi que leur angle de graduation on peut trouver le point de mélange grâce à la relation suivante:

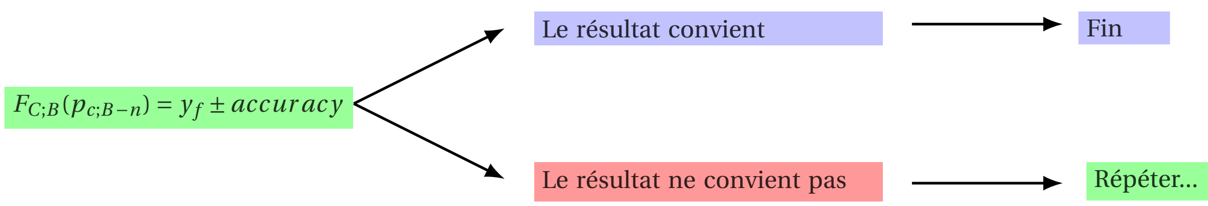
$$F_B = F_C = F_A$$

- $\mathbf{x_f}$ sera la valeur en abscisse du point d'intersection, alors $\mathbf{y_f} = F_{B;A;C}(x_f)$
- Les coordonnées du point d'intersection peuvent nous donner les valeurs de variables en résolvant les équations dont les représentations le **croise**:

Exemple:

- Si $F_C = F_B$

- Le programme utilisera l'algorythme ci-dessous pour résoudre l'équation:



⚠La valeur $accuracy$ sera choisie par l'utilisateur

Application pour n variables:

Présentation:

- On peut passer d'un ensemble de 1 à 3 variables à plus de 3 en assignant un **coefficient** C_{p_n} pour chaque d'entre elle.
- Chaque coefficient peuvent être égaux ou différents
- Les règles à respecter sont:

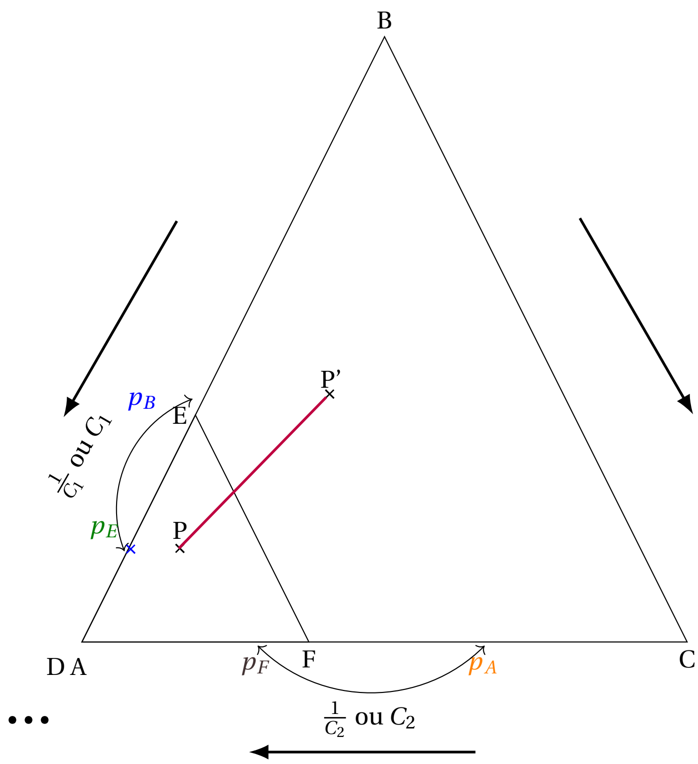
- $n \cdot C_{p_n} \in$ intervalle_cohérent$_{n+1}$,avec $p_n \in$ intervalle_cohérent$_n$

- Dans notre cas, la proportion d'une variable doit être égale à 1 moins la somme des proportions des autres variables

- De manière rigoureuse, $(n = x) \cdot C_{p_{n=x}} \in [\sum_{n=1}^{n} p_n \neq p_{n=x+1}; 1]$,avec $p_n \in [\sum_{n=1}^{n} p_n \neq p_{n=x}; 1]$

$\Leftrightarrow (n = x) \cdot C_{p_{n=x}} = 1 - \sum_{n=1}^{n} p_n \neq p_{n=x+1}$,avec $p_n = 1 - \sum_{n=1}^{n} p_n \neq p_{n=x}$

Mais vu qu'on ne connait pas p_n, on peut écriret: $(x = n) \cdot C_{p_{n=x}} \in [0; 1]$,avec$p_n \in [0; 1]$



- Ici les variables sont A, B, C, D, E et F

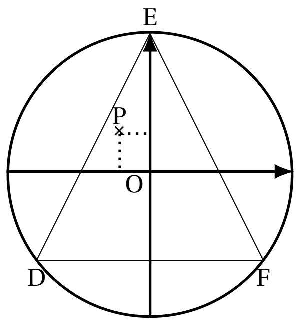
⚠Ne pas oublier les relations qui peuvent exister entre les variables pour en trouver au maximum, c'est pourquoi il est indiqué quoi modifier par rapport à une situation sur la documentation ci-jointe: https://github.com/iro0087/...

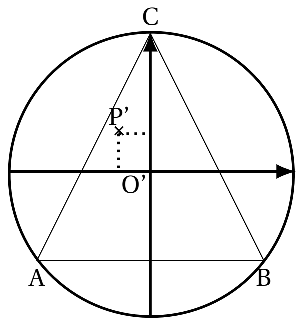
- On appellera K_n le quotient de la longueur du périmètre à niveau $n+1$ sur celui à n

- Les fonctions F_B, F_C et F_A à n niveau, avec $x_{max} = 1$ et $y_{max} = 1$ pour $n = 1$ sont:

Si les coefficient C_n d'un niveau n sont égaux:

- En partant du postulat que: $\frac{[AB]}{3} = [DF]$





- On en déduit les équations suivantes:

$$\begin{cases} x_P = x_{P'} - 2 \cdot \frac{x_{P'}}{3} \\ y_P = y_{P'} + 2 \cdot \frac{y_{P'}}{3} \end{cases}$$

Si $y_P > 0$ et $x_P < 0$

$$\begin{cases} x_P = x_{P'} + 2 \cdot \frac{x_{P'}}{3} \\ y_P = y_{P'} + 2 \cdot \frac{y_{P'}}{3} \end{cases}$$

Si $y_P > 0$ et $x_P > 0$

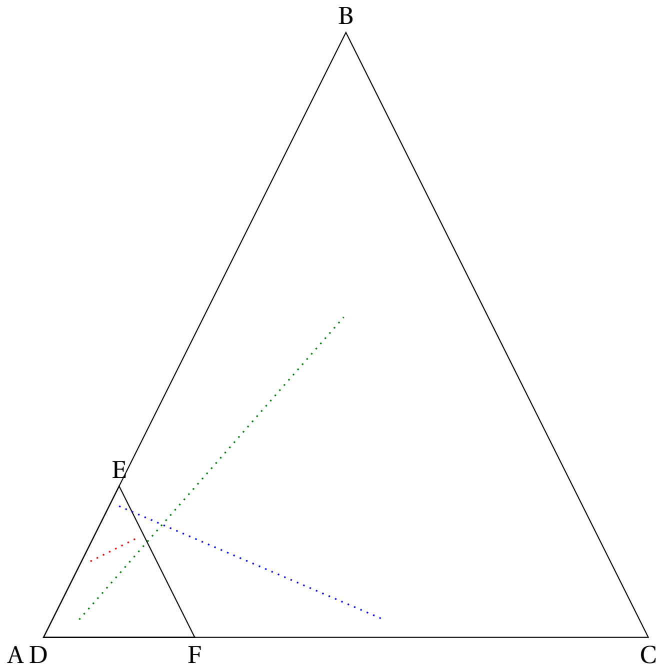
$$\begin{cases} x_P = x_{P'} - 2 \cdot \frac{x_{P'}}{3} \\ y_P = y_{P'} - 2 \cdot \frac{y_{P'}}{3} \end{cases}$$

Si $y_P < 0$ et $x_P < 0$

$$\begin{cases} x_P = x_{P'} + 2 \cdot \frac{x_{P'}}{3} \\ y_P = y_{P'} - 2 \cdot \frac{y_{P'}}{3} \end{cases}$$

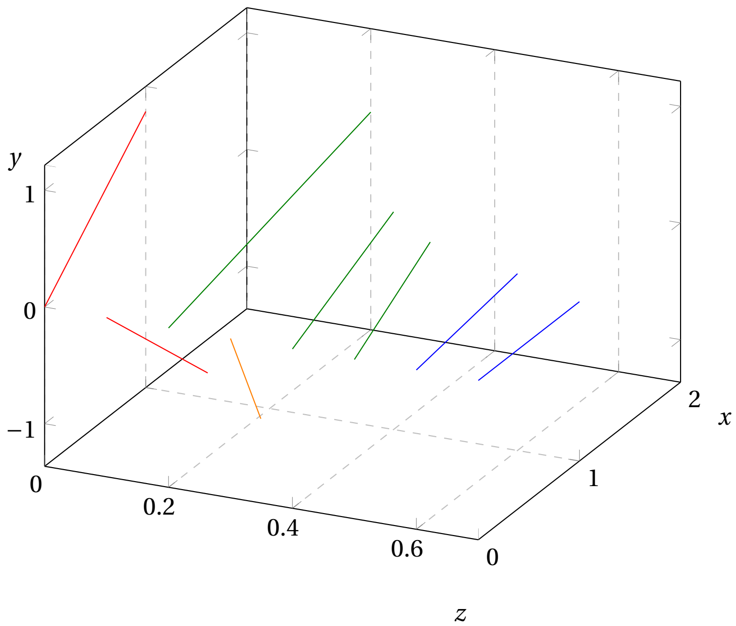
Si $y_P < 0$ et $x_P > 0$

- Avec plusieurs **segments de mélange** composées de 2 points de mélange chaquns

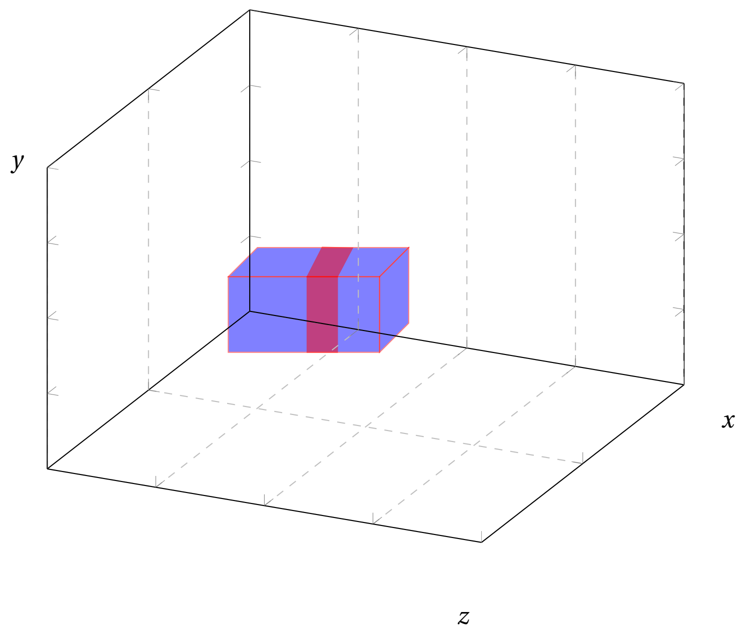


⚠On notera Δ_x et Δ_y qui correspondent au pas ajustable des valeurs qui sont là pour que le programme n'ait pas à calculer une infinité de points

- On peut alors mettre les segments dans un repère en trois dimensions avec $\Delta_z = 0.1$ par exemple

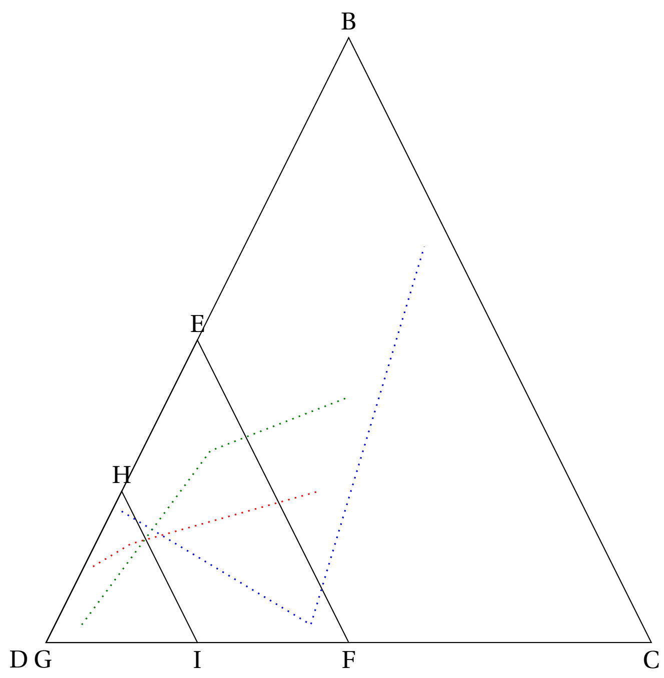


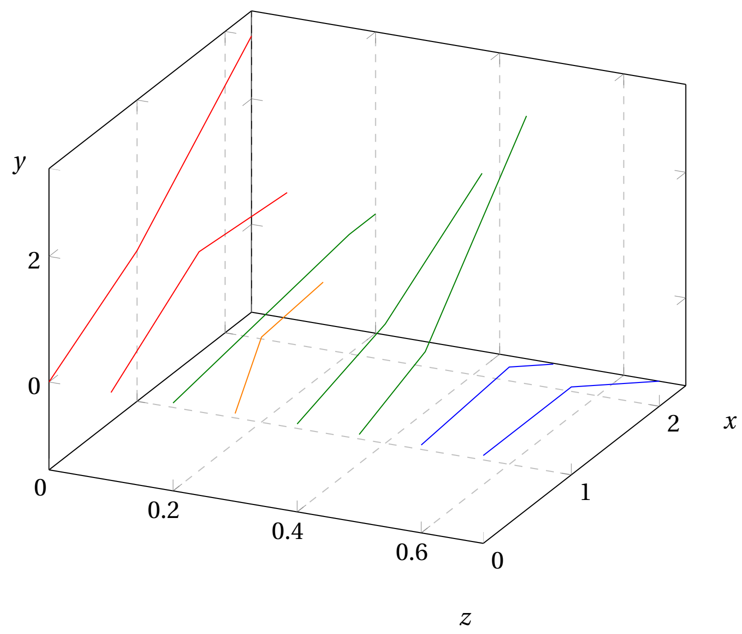
- A grande échelle, on peut amalgamer toutes les lignes en tant que forme rectangulaire
- Pour le comfort de l'utilisateur, on pourra reserrer la zone d'analyse afin de distinguer les coordonnées des segments



Exemple pour 8 variables:

- On procède de la même façcon avec les variables B, C, D, E, F, G, H et I





Echantillon de valeurs

Conclusion:

On peut donc utiliser ce programme pour calculer la valeur de variables ayant une influence les unes par rapport aux autres, comme les proportions de composés dans un mélange. On note aussi que le programme accepte les valeurs de chaquns des angles des variables ainsi que les coefficients C_n comme le résultat d'un algorythme ou d'une fonction que l'utilisateur aura rentrée dans le code source à l'emplacement donné dans la documentation sur le server git (https://github.com/iro0087/...) .