Quantum 3

Doc: L. Arntzen — Datum: 09-09-2019 — Week: 2

Waar komt quantum vandaan?

Staande golf in snaar:
golfvergelijking met harde wanden:
· randvoorwaarden kwantiseren de mogelijke golven

Zie de dia's drum video:
2D is ook mogelijk

Dus: de Broglie golf is de golfvergelijking
De wanden zijn de Coulomb potentiaal.

Quantisering in een oneindig diepe potentiaal put

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Maar λ is de Broglie dus

Impuls gequantiseerd

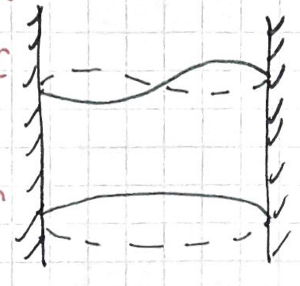
$$\frac{h}{p} = \frac{2L}{n} \qquad p = \frac{nh}{2L}$$

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

$\frac{n}{2} \cdot L$

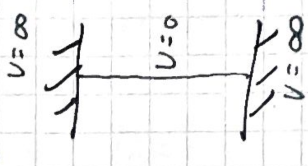
$\lambda = L$

$\frac{1}{2}\lambda = L$



Golfvergelijking en Schrödinger

$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$, materie golf in 1-dimensie opgesloten.



Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi$$

De normale golfverg. diff. 2× naar x en 2x. naar t.

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}$$

Dit kan omdat golfverschijnselen in 1-dim. Evenredig zijn met ω.

$$E = c \cdot p \; \boxed{1}$$

Maar een deeltje heeft ~~de nu~~ het verband

$$E = \frac{p^2}{2m} \; \boxed{2}$$

Dus komt goed met maar 1 ~~∂~~ differentiaal

Waar komen voorfactoren vandaan?

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$ dan:

$$\psi(x,t) = \psi_0 e^{i(kx-\omega t)}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\omega\psi$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 \cdot \psi$$

$$-i\omega\cancel{\psi} = \alpha \cdot -k^2 \cancel{\psi}$$

$$-k^2 = \alpha / i\omega \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 = \alpha / i\omega \rightarrow \alpha = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 i\omega$$

Grootheden van Schrödinger

V geeft een potentiaal energie:

- Coulomb
- Zwaartekracht
- ...

ψ is de amplitude van een materiegolf

$$P(x,t) = |\psi(x,t)|^2$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x,t)\,dx = 1$$, de kansfunctie

Tijdsonafhankelijke Schrödinger Vergelijking

Tijdsonafhankelijk

$\psi(x,t) = u(x) \cdot T(t)$

Deze vergelijking in de Schrödinger

Aanname dat de beide delen alleen afhankelijk zijn van t, x respectievelijk

$i\hbar \frac{dT}{dt} = E \cdot T$ Tijds afhankelijk

$T(t) = e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$

$-\frac{\hbar}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} = E \cdot u$ Plaats afhankelijk

$u(x) = Ae^{ikx}$

De tijd mag je dus scheiden in systemen waarin de potentiaal niet tijdsafhankelijk is.

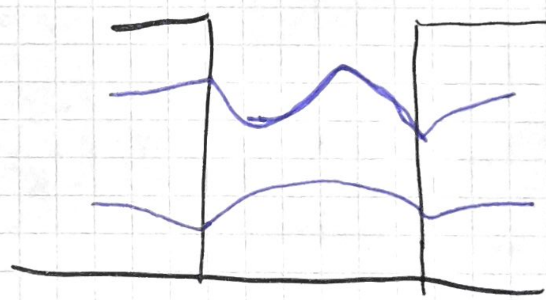
Je kunt Schrödinger oplossen voor een ... hierbij komt probability en energie-niveau's ook voor naar boven.

Randvoorwaarden:
- $\psi(x,t)$ is continu en enkelwaardig
- $\psi(x,t)$ is genormaliseerd
- Eerste afgeleide naar x moet continu zijn

Typische energie niveau's

$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{8ma^2}$

Dit geeft toestanden ... voor elektronen in de eV. Kernen geven MeV.



Eindige potentiaal put

~~Oneindig~~ Eindige potentiaal putten geven e-machten als ~~aff~~ aflopeing

De golfvergelijking in de put geeft een normale vergelijking. En dus ook ~~een~~ het goede lopende golfantwoord

$a\cos(ha) + \cancel{B}\, \varepsilon \sin(ha) = De^{-ka}$

$x = a$ daar moeten ze matchen.

k is het golfgetal voor wanneer de potentiaal ... staat. Een ~~a~~ zare h.

$\cancel{kd} = k = \left(\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}$

$h = \left(\frac{2mE}{\hbar}\right)^{1/2}$

~~tot zelen ook dat de de golfvor~~

Alle parameters laten matchen

Maar de differentiaal moet ook matchen en continu zijn. Vel mogelijke vergelijkingen

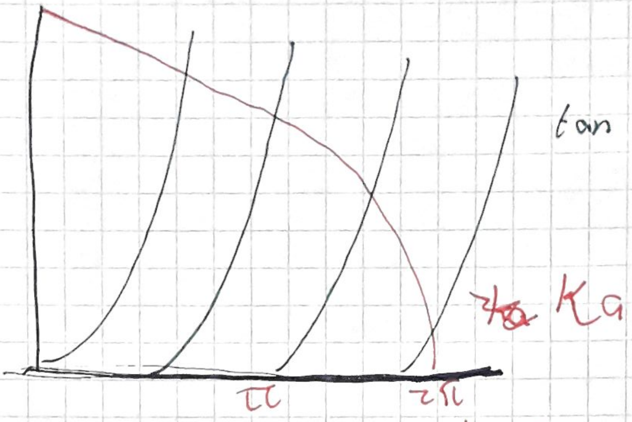
$k \cdot a \cdot \tan(ka) = K a$

$-k \cdot a \cdot \cot(ka) = K a$

$K = \left(\frac{2mE}{\hbar}\right)^{1/2}$

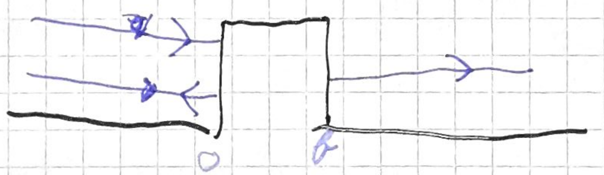
$Ka = (k_0^2 \cdot a^2 - k^2 a^2)^{1/2}$

Mogelijke matches grafiek



Tunneling

Tunneling



$x < 0$ is er een inkomende en terugkomende golf

$0 < x < b$ geeft een e-macht

$x > b$:

$u = Fe^{ikx}$

De uitwerking gaat met

$\frac{|F|^2}{|A|^2}$ geeft aantal ~~benat~~ benaderingen.

Radioactiviteit

De kans op tunnelen geeft een tunnel rate die is verknoopt met radioactiviteit

~~Ze~~ Alfa verval en koude elektronen emissie zonder verhitten

Samenvatting: Schrödinger basis in golfvergelijking. Materie heeft golf, dus quantisatie in ~~en~~ ~~zo~~ eigenwaarden. Schrödinger is materie dus maar 1 keer in tijd differentiëren. Voorfactoren Schrödinger komen uit 1 tot de oplossingen. Kansfunctie = $|\Psi|^2$. Tijdsonafhankelijk als V tijdsonafhankelijk is. E-machten bij eindige potentiaal putten. k is golfgetal in de put. Grafieken om matchende golffuncties te vinden. Tunneling heeft een rate die te verbinden is aan radioactiviteit.