Aufgabenbeispiel: Startphase der Saturn V-Rakete

Die Satum V ist die größte jemals gebaute Rakete. Mit ihrer Hilfe konnten in den Jahren 1969 – 72 insgesamt 12 Personen auf den Mond gebracht werden. Die Satum V hatte die Startmasse $m_0 = 2.9 \cdot 10^6$ kg. Innerhalb von 160 s wurden nach dem Start 2,24 \cdot 10⁶ kg Treibstoff gleichmäßig verbrannt, wobei die Triebwerke während dieser Zeit zusammen die durchschnittliche Schubkraft F = 34 MN aufbrachten.

a) Berechnen Sie die Beschleunigung der Rakete beim Start und bei Brennschluss, also nach 160 s. Berücksichtigen Sie dabei die Erdbeschleunigung, die während der betrachteten Flugphase den konstanten Wert g = 9,8 m s⁻² hat.

 Schätzen Sie mithilfe der Bewegungsfunktionen die Geschwindigkeit der Rakete bei Brennschluss und sowie die erreichte H\u00f6he ab. Ziehen Sie dazu einen Mittelwert f\u00fcr die Beschleunigung heran.

Tatsächlich war die Saturn V nach 160 s noch erheblich langsamer und "erst" in einer Höhe von 56 km (sie flog nicht senkrecht nach oben).

c) Diskutieren Sie, warum Ihre Abschätzung unbefriedigende Werte liefert. Begründen Sie, wie es sein kann, dass der vernachlässigte Luftwiderstand dafür trotz der extremen Geschwindigkeiten nicht in erster Linie verantwortlich ist. Berechnen Sie dazu den Beschleunigungswert für t = 80 s und vergleichen Sie diesen mit Ihrem Mittelwert.

Deutlich bessere Ergebnisse erhält man mit der Methode der kleinen Schritte.

- d) Begründen Sie, dass die Masse der Rakete gemäß der Funktion $m(t) = m_0 k \cdot t$ mit k = 1,4 10^4 kg s⁻¹ gut beschrieben werden kann und demzufolge die Beschleunigung gemäß $a(t) = \frac{F}{m(t)}$ zunimmt.
- e) Erstellen Sie eine Tabelle nach folgendem Muster und bestimmen Sie mithilfe eines geeigneten Tabellenkalkulationsprogramms die nach 160 s erreichbare Geschwindigkeit und Höhe. Vergleichen Sie diese mit den von Ihnen in Teilaufgabe b) berechneten Werten.

t/s	m / 10 ⁶ kg	a / m s ⁻²	v / m s ⁻¹	x /m
0	2,900	1,924	0	0
1	2,886	1,981	1,924	0
2				