

## ■ 이항분포 (Binomial distribution)

- 성공할 확률이  $p$ 인 베르누이 실험을  $n$  번 반복했을 때,  
성공 횟수( $X$ )의 분포

- $X_i \sim B(p)$  라고 할 때,

성공 횟수  $X$ 는  $n$  개의 베르누이 확률변수를 합으로 표시

$$\begin{array}{cccccc}
 & X_1 & + & X_2 & + & \cdots & + & X_n & = & X \\
 S & 1 & & 1 & & \cdots & & 1 & & \downarrow \\
 F & 0 & & 0 & & \cdots & & 0 & & \text{성공횟수}
 \end{array}$$

- 기댓값

- $E(X_i) = p, \quad Var(X_i) = p(1-p)$

- $E(X) = E(X_1 + \cdots + X_n) = np$

- 베르누이 시행  $\Rightarrow$  독립시행

$$Var(X) = Var(X_1 + \cdots + X_n) = np(1-p)$$

- $SD(X) = \sqrt{np(1-p)}$

## ◎ 주사위 세 번 던지기: $X = 10$ 이 나온 횟수

○ 10이면  $S$ , 아니면  $F$

$FFF$	$SFF, FSF, FFS$	$SSF, SFS, FSS$	$SSS$
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$\left(\frac{5}{6}\right)^3$	$3\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2$	$3\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)$	$\left(\frac{1}{6}\right)^3$
$\binom{3}{0}\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^3$	$\binom{3}{1}\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^2$	$\binom{3}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^1$	$\binom{3}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^0$

$$\Rightarrow f(x) = \binom{3}{x}\left(\frac{1}{6}\right)^x\left(\frac{5}{6}\right)^{3-x}, \quad x = 0, 1, 2, 3,$$

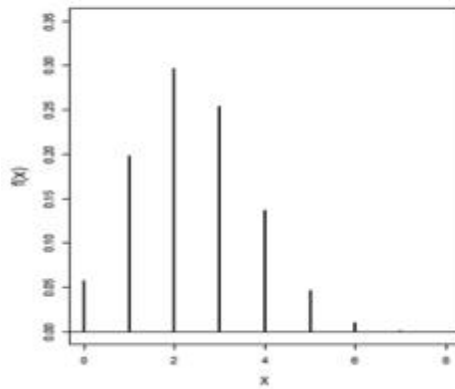
- 시행횟수  $n$ , 성공확률  $p$ 인 이항분포의 확률질량함수

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n$$

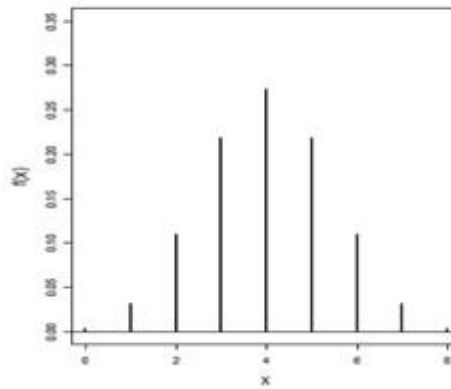
- $n$  과  $p$ 에 따라 확률이 달라짐
  - ⇒ 이항분포의 모양을 결정
  - ⇒ 분포의 특성을 완전히 결정하는 값: 모수(parameter)
- $X \sim B(n, p)$

● 예】  $n = 8$  일 때,

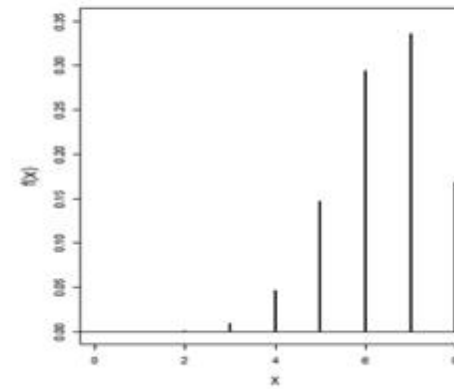
$p = 0.3$



$p = 0.5$



$p = 0.8$



● 통계학 문제: 모수(주로  $p$ )는 얼마인가?

## ● 항암제 완치율

- 어떤 암에 대한 기존 항암제의 완치율은 50%
- 어느 제약회사에서 새로운 항암제를 개발하여 항암제의 효과를 확인하기 위해 15명의 환자를 대상으로 임상시험
- 만약 새로운 항암제의 완치율이 기존과 같다면
  - ① 8명이 완치될 확률은? 0.196
  - ② 적어도 10명 이상 치유될 확률은? 0.151

- 통계학 문제: 환자 중 12명의 환자가 치유되었다면,  
새로운 항암제의 효과가 기존의 것보다 있다고 할 수 있는가?  
0.018

●A가 젖혀질 확률이 0.4인 옷을 4번 던지고 B도 같은 확률을 가지는 옷을 6번 던질 때 두 사람이 던진 옷 중 젖혀진 옷이 2개 이하일 확률은?

- $X$ : A가 던진 옷 중 젖혀진 옷의 수,  $X \sim B(4, 0.4)$
- $Y$ : B가 던진 옷 중 젖혀진 옷의 수,  $Y \sim B(6, 0.4)$
- $X + Y \leq 2$  일 확률은?



●  $X \sim B(p), Y \sim B(p), X$ 와  $Y$ 가 독립이면  $X+Y \sim B(2,p)$

●  $X \sim B(m, p), Y \sim B(n, p)$  이고  $X$ 와  $Y$ 가 독립이면

$$X+Y \sim B(m+n, p)$$

◎ **웃 문제**  $\Rightarrow W = X+Y \sim B(10, 0.4)$

$$P(X+Y \leq 2) = \sum_{w=0}^2 \binom{10}{w} 0.4^w 0.6^{10-w} = 0.167$$

Q. 실행 횟수가 많은 경우 어떻게 계산하는가?

- R에서 171!를 계산하면 무한대로 표시

- 요약

- 이항분포: 성공확률이  $p$ 인 베르누이 시행을  $n$  번 시행했을 때 성공 횟수의 분포

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n$$

- $E(X) = np, \quad Var(X) = np(1-p)$

- $X \sim B(m, p), \quad Y \sim B(n, p)$  이고  $X$ 와  $Y$ 가 독립이면

$$X + Y \sim B(m+n, p)$$