■ 확률질량함수(probability mass function)

- 이산확률변수: 확률변수의 치역이 셀 수 있는 경우
- 이산확률변수 X가 임의의 값 x일 확률 = $P(X=x)$
  - x의 함수

$$f(x) = P(X=x)$$

  - 확률변수 X를 강조 ⇨ $f_X(x)$
  - 교재에 따라 $p(x),\, p_X(x)$ 로 표시

◉ 동전 세 번 던지기

○ X: 앞면의수 ⇨ $x = 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$$f(0) = \frac{1}{8},\quad f(1) = \frac{3}{8},\quad f(2) = \frac{3}{8},\quad f(3) = \frac{1}{8}$$

○ Y: 앞면과 뒷면의 수의 차이 ⇨ $y = 1,\ 3$

$$f_Y(1) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4},\quad f_Y(3) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

◉ 젖혀진 윷이 나올 때까지 던지기

- X: 던진 횟수, p: 젖혀질 확률

$$f(1) = P(X=1) = P(\{S\}) = p$$

$$f(2) = P(X=2) = P(\{FS\}) = (1-p)p$$

$$f(3) = P(X=3) = P(\{FFS\}) = (1-p)^2 p$$

$$\vdots$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = p(1-p)^{x-1}, \qquad x = 1, 2, 3, \ldots$$

○ 기하분포(geometric distribution)

- 확률질량함수의 성질
  - $f(x) = P(X = x)$ ⇦ 확률
  - X가 가질 수 있는 값이 $x_1, x_2, x_3, \cdots$ 이면

① 모든 $i = 1, 2, \cdots$에 대해, $0 \le f(x_i) \le 1$

② $\sum_i f(x_i) = 1$

③ $P(a \le X \le b) = \sum_{x_i \in [a, b]} f(x_i)$

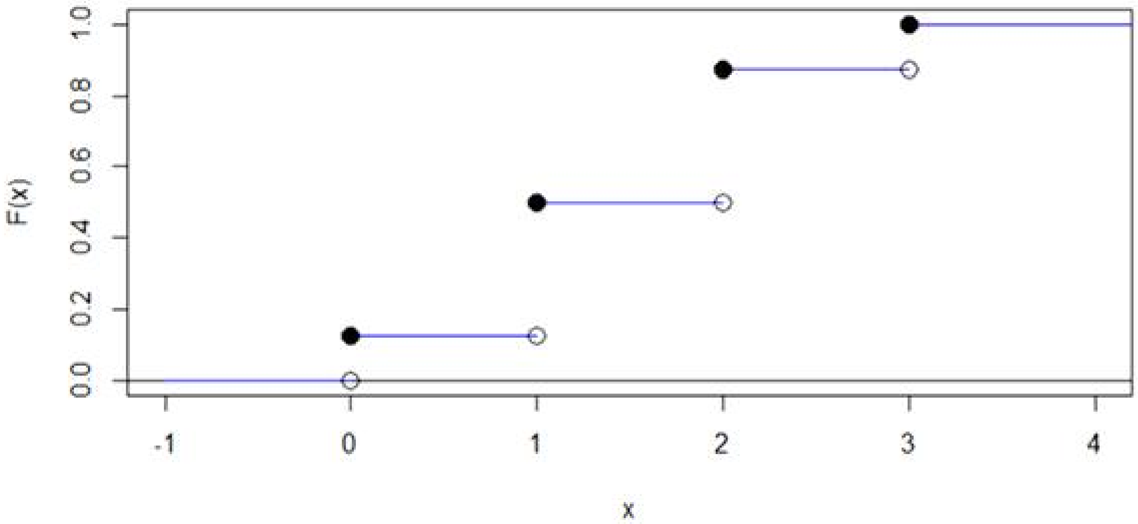
- 누적분포함수(cumulative distribution function)

  ○ 성질 ③의 특수한 형태

$$P(X \le x) = \sum_{x_i \le x} f(x_i) \equiv F(x), \quad -\infty < x < \infty$$

◉ 동전 세 번 던지기: 앞면의 수

$$f(0) = \frac{1}{8}, \quad f(1) = \frac{3}{8}, \quad f(2) = \frac{3}{8}, \quad f(3) = \frac{1}{8}$$



■ 확률변수의 변환(transformation)

○ 확률변수의 변환(함수) ⇨ 확률변수의 함수도 확률변수

○ 변환된 확률변수의 확률분포 유도 가능

◉ X의 확률분포

x	-1	0	1	2
$P(X=x)$	0.1	0.3	0.2	0.4

○ $W=X^2$의 확률분포

x	-1	0	1	2
w	1	0	1	4

- $P(W=0)=0.3$
- $P(W=1)=0.1+0.2=0.3$
- $P(W=4)=0.4$

- 요약

  ○ 확률질량함수: $f(x) = P(X = x)$

  ① 모든 $i = 1, 2, \dots$ 에 대해, $0 \le f(x_i) \le 1$

  ② $\sum_i f(x_i) = 1$

  ③ $P(a \le X \le b) = \sum_{x_i \in [a, b]} f(x_i)$

  ○ 누적분포함수(cumulative distribution function)

$$P(X \le x) = \sum_{x_i \le x} f(x_i) \equiv F(x), \quad -\infty < x < \infty$$

- 요약
  - 변환된 확률변수의 확률질량함수: $W = g(X)$

$$f_W(w) = P(W = w) = \sum_{w=g(w)} P(X = x) = \sum_{w=g(w)} f_X(x)$$