■ 경우의 수(the number of cases)

- 확률을 계산하기 위해서는 표본공간과 사건에 있는 원소의 개수를 효율적으로 계산하는 것이 중요
- 기본 법칙은 **곱의 법칙(multiplication rule)**
  - 어떤 실험이 m개의 연속된 단계로 이루어짐
  - n_i: i-번째 단계에서 발생 가능한 결과의 수
  - 전체 실험에서 발생 가능한 경우의 수

$$n = n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_m$$

◉ 세트메뉴의 경우의 수

- ○ 세트메뉴에는 4가지 음료수, 2가지 샐러드, 5가지 메인, 4가지의 디저트 중에서 각각 하나씩을 선택
- ○ 선택할 수 있는 세트의 종류: 4 X 2 X 5 X 4 = 160

- 일반적인 문제: 1번부터 n번까지 적혀있는 공이 들어 있는 주머니에서 k개를 무작위로 선택

  - 추출방법:
    - **복원(with replacement)추출**
    - **비복원(without replacement)추출**
  - 뽑힌 순서:
    - 순서 고려 O: (1, 2)와 (2, 1)을 다른 것
    - 순서 고려 X: (1, 2)와 (2, 1)을 같은 것

추출 / 배열	복원		비복원	
순서고려	Ⓐ	n^k	Ⓑ	$\frac{n!}{(n-k)!}$
순서무시	Ⓒ	$\binom{n+k-1}{k}$	Ⓓ	$\binom{n}{k}$

Ⓐ 중복순열

Ⓑ 순열(permutation)

Ⓒ 중복조합

Ⓓ 조합(combination)

Ⓐ 중복순열: 복원 & 순서○ $\Rightarrow n^k$

Ⓑ 순열: 비복원 & 순서○ $\Rightarrow \dfrac{n!}{(n-k)!}$

◉ Birthday problem

○ 1년을 **365일이라고 할 때,** k명이 가질 수 있는 생일의 경우의 수

$$\#(\Omega) = 365 \times 365 \times \cdots \times 365 = 365^{\mathrm{k}}$$

○ A: k명의 사람이 모두 다른 생일을 가지는 사건

⇨ 1~365 숫자 중 k개를 비복원 추출

$$\#(A) = 356 \times 364 \times \cdots \times (365 - k + 1) = \frac{365!}{(365-k)!}$$

$$\circ \quad P(A) = \frac{365!/(365-k)!}{365^k} = \prod_{j=0}^{k-1}\left(1 - \frac{j}{365}\right)$$

k	5	10	15	20	30	40	50
$P(A)$	0.9729	0.8831	0.7471	0.5886	0.2937	0.1088	0.0296

Ⓓ 조합: 비복원 & 순서X $\Rightarrow \binom{n}{k}$

- 순열: (1,2,3,4)에서 3개를 비복원 추출

  (1,2,3),(1,3,2),(2,1,3),(2,3,1),(3,1,2),(3,2,1)

  (1,2,4),(1,4,2),(2,1,4),(2,4,1),(4,1,2),(4,2,1)

  (1,3,4),(1,4,3),(3,1,4),(3,4,1),(4,1,3),(4,3,1)

  (2,3,4),(2,4,3),(3,2,4),(3,4,2),(4,2,3),(4,3,2)

SOOKMYUNG WOMEN'S UNIVERSITY K-MOOC

◉ 나눔Lotto 6/45

- 1~45 숫자 중 6개를 **비복원 추출하고 정렬**
- 전체 가능한 경우의 수

$$
\begin{aligned}
(\Omega) = \binom{45}{6} &= \frac{45 \times 44 \times 43 \times 42 \times 41 \times 40}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\
&= 8{,}145{,}060
\end{aligned}
$$

- 1등: 선택한 6개의 번호가 당첨번호와 모두 일치

$$\#(1\text{등}) = \binom{6}{6} = 1 \;\Rightarrow\; P(1\text{등}) = 1/8145060$$

○ 2등, 3등: 6개 당첨번호 중 5개를 선택하고 나머지 하나는 다른 39개 중 하나를 선택

$$\#(\text{2등 또는 3등}) = \binom{6}{5} \times 39 = 6 \times 39 = 234$$

$$\Rightarrow P(\text{2등 또는 3등}) = \frac{234}{8145060} = \frac{1}{34807.95}$$

SOOKMYUNG WOMEN'S UNIVERSITY K-MOOC

© 중복조합: 복원 & 순서X ⇒ $\binom{n+k-1}{k}$

- (1,2,3,4)에서 2개를 복원추출 후 정렬 ⇒ 4×4/2 = 8?
  (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,4)
- 정렬 전: (1,1) ⇒ (1,1), (1,1)

◉ (1,2,3,4)에서 3개를 복원추출하여 정렬

- (1,1,1),(1,1,2),(1,1,3),(1,1,4),(1,2,2),(1,2,3),(1,2,4)
  (1,3,3),(1,3,4),(1,4,4)(2,2,2),(2,2,3),(2,2,4),(2,3,3)
  (2,3,4),(2,4,4),(3,3,3),(3,3,4),(3,4,4),(4,4,4)

SOOKMYUNG WOMEN'S UNIVERSITY K-MOOC

● 정리

추출 / 배열	복원	비복원
순서고려	Ⓐ n^k	Ⓑ $\frac{n!}{(n-k)!}$
순서무시	Ⓒ $\binom{n+k-1}{k}$	Ⓓ $\binom{n}{k}$