■ 큰수의 법칙 (law of large numbers, 대수의 법칙)

- $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 평균 μ, 분산 σ^2인 모집단에서 추출된 확률표본

  ○ 표본평균: $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

  ○ $E(\overline{X}) = \mu$, $Var(\overline{X}) = \sigma^2/n$

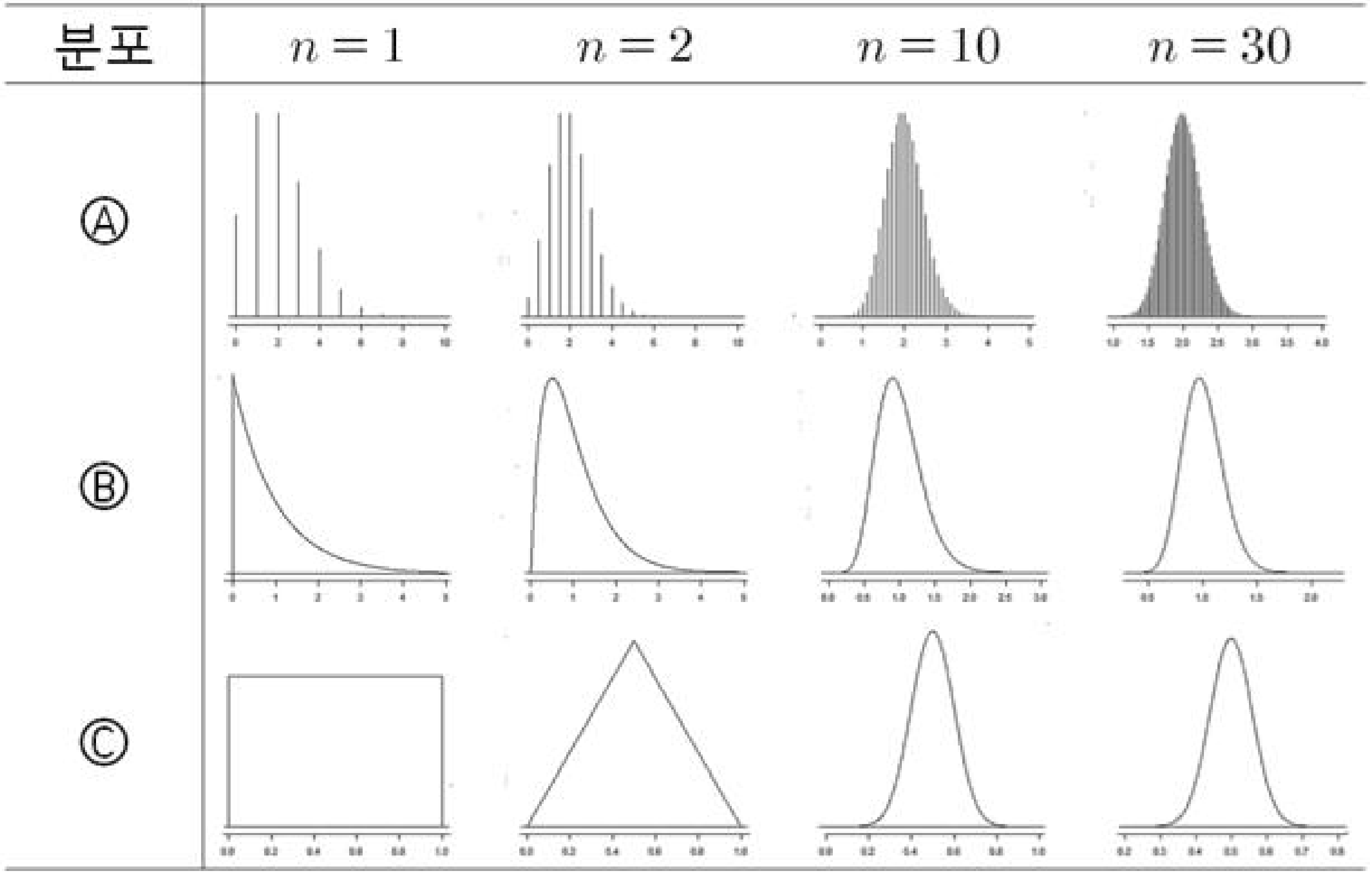
  ⇒ $\overline{X}$ 는 μ를 중심으로 분포되어 있음

  ○ n을 계속 크게 만들면 $Var(\overline{X}) \to 0$

  ⇒ $\overline{X}$ 는 μ로 수렴(converge)함

  ○ (WLLN): 모든 $\varepsilon > 0$에 대해, $\lim_{n \to \infty} P(|\overline{X} - \mu| < \varepsilon) = 1$

■ 중심극한정리 (Central limit thorem, CLT)



- $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 평균 μ, 분산 σ^2인 모집단에서 추출된 확률표본
- n이 커질수록 모집단의 형태와 관계없이 $\overline{X}$의 분포(표집분포)는 정규분포에 근사

$$\overline{X} \simeq N\left(\mu, \sigma^2/n\right) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \simeq N(0,1)$$

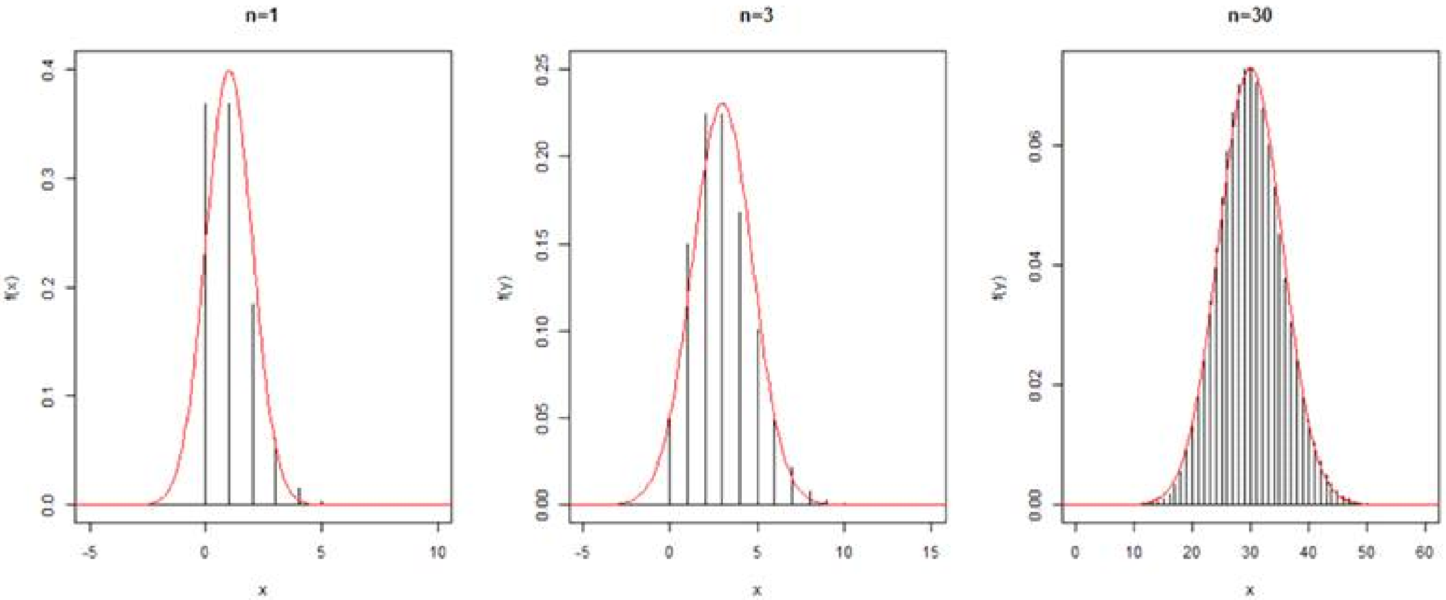
  - $Y = X_1 + \cdots + X_n$라면

$$Z = \frac{Y - n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma} \simeq N(0,1) \Rightarrow Y \simeq N(n\mu, n\sigma^2)$$

- 많은 경우 평균에 관심을 가짐

◉ $X_i \overset{iid}{\sim} Poi(\lambda) \Rightarrow X_1 + X_2 \sim Poi(2\lambda)$

○ $\lambda = 1$ 인 경우



◉ 평균 82, 표준편차 12인 모집단에서 확률표본 추출

- 관심은 $P(80.8 \le \overline{X} \le 83.2)$의 확률
- n =64인 경우
  - $P(Z \le -0.8) = 0.2119$
- n =100 인 경우
  - $P(Z \le -1) = 0.1587$
- 위 확률이 0.95가 되는 n 은?
  - $\dfrac{12 \times 1.96}{83.2 - 82} = 19.6$ ⇨ $n =$ **384.16** ⇨ **385**

- 정리
  - 큰 수의 법칙: 확률표본의 표본평균은 표본크기가 커지면 모평균으로 수렴함
  - 확률표본의 표본평균의 분포는 표본크기가 커지면 정규분포에 근사함