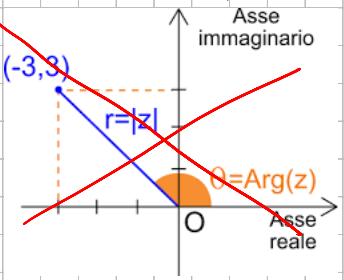
PROVIAMO A SPIEGARE "LOOOGICAH":

PARTIAMO DALLA DEFINIZIONE DI ARGOMENTO (???)

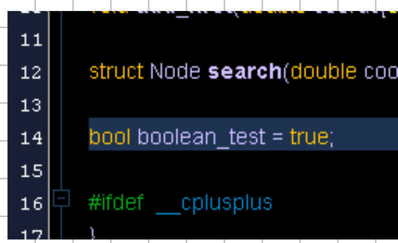


NO!!

NON È L'ARGOMENTO DI UN NUMERO COMPLESSO...

⇓

MA UN'INSIEME DI ENUNCIATI



GLI ENUNCIATI SONO COME LE VARIABILI BOOLEANE.

QUINDI CONTENGONO IL VALORE VERO (1) O FALSO (0).

UN ENUNCIATO SI DIVIDE IN: PREMESSE E CONCLUSIONE.

PREMESSE → INFORMAZIONI DI PARTENZA

CONCLUSIONE → CIÒ CHE VOGLIO DIMOSTRARE CON LE PREMESSE.

CI SEMPLIFICHIAMO LA VITA ACCORCIANDO QUESTE 2 DEFINIZIONI CON P E Q.

ORA (14:00 x ME) DEFINIAMO DEI CONCETTI IMPORTANTI:

- VARIABILI PROPOSIZIONALI (O PROPOSIZIONI ATOMICHE): SONO DELLE FRASI SEMPLICI CON VALORE DI VERITÀ (RIENTRANO PREMESSE E CONCLUSIONI).
- CONNETTORI: $\wedge$ ("E"), $\vee$ ("O INCLUSIVO"), $\Rightarrow$ ("IMPLICAZIONE"), $\Leftrightarrow$ ("DOPPIA IMPLICAZIONE") E $\neg$ ("NEGATO").

VISTO CHE SIAMO CATTIVI E MALEFICI:

⇓

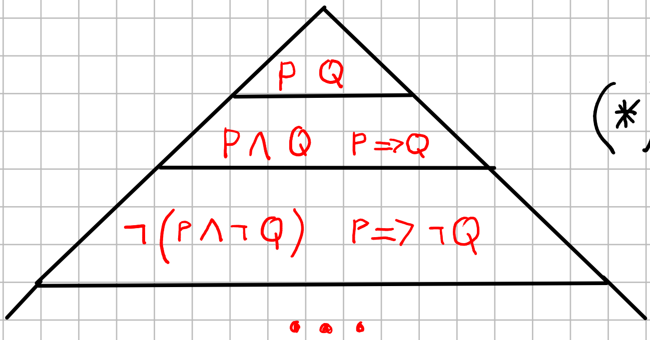
DISTINGUIAMO I CONNETTORI IN 2 TIPI: BINARI ($\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$) E UNARI ($\neg$).

BINARI → 2 VARIABILI ($P \wedge Q$, $P \Rightarrow Q$)

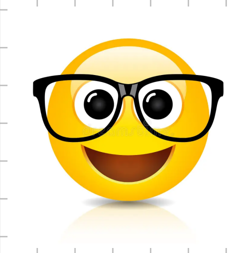
UNARI → 1 VARIABILE ($\neg P$, $\neg Q$)

Regole di costruzione:

Ogni variabile (p, q, r, ...) è una formula anche da sola.
Quindi se le combiniamo con i connettori creeremo nuove formule!!



(*)



Le parentesi servono per togliere ambiguità (in sostanza sai che operazione fare prima).

Priorità: i connettori hanno delle priorità (e non sto parlando di Valorant ;-)).

1. $\neg$ (massima)
2. $\wedge$ e $\vee$ (media)
3. $\Rightarrow$ e $\Leftrightarrow$ (minima)

Tabelle di verità:

Introduciamo il concetto di "v" (valutazione / verità), il cui compito è quello di assegnare un valore di verità alle variabili, vediamo:

$$\boxed{\begin{array}{ll} v(p) = 1 & p \text{ è vero} \\ v(p) = 0 & p \text{ è falso} \end{array}}$$

Con v^* (chiamatela "v star" sennò 0/30 all'esame) indichiamo il valore di verità di tutte le formule composte (*).

Ora introduciamo tutte le tabelle di verità dei connettori logici:

- NEGAZIONE ($\neg$)

P	$\neg P$
1	0
0	1

CON $P = 1$

$$v^*(\neg P) = 1 - v^*(P) =$$
$$= 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$$

$$\boxed{v^*(\neg P) = 1 - v^*(P)}$$ $\Rightarrow$ CI SPIEGA COME OTTENERLO

- AND ($\wedge$):

P	Q	$P \wedge Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

OSS: È VERA SOLO SE ENTRAMBE LE VAR. SONO VERE (1).

$$\boxed{v^*(P \wedge Q) = v^*(P) \cdot v^*(Q)}$$

- OR ($\vee$):

P	Q	$P \vee Q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

OSS: È FALSO SOLO SE ENTRAMBE LE VAR. SONO FALSE (0).

$$\boxed{v^*(P \vee Q) = v^*(P) + v^*(Q)}$$

- IMPLICAZIONE ($\Rightarrow$):

P	Q	$P \Rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

OSS: È FALSA SOLO QUANDO LA PREMESSA È VERA E LA CONCLUSIONE È FALSA.

$$\boxed{v^*(P \Rightarrow Q) = \neg P \vee Q}$$

- DOPPIA IMPLICAZIONE ($\Leftrightarrow$):

P	Q	$P \Leftrightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

OSS: È VERA SOLO QUANDO P E Q SONO UGUALI.

ORA CHE SAPPIAMO COSA FANNO I CONNETTORI E LE LORO PRIORITÀ, VERO??, POSSIAMO TROVARE I VALORI DI VERITÀ DI FORMULE ANCORA + COMPOSTE: FORMULOZZA: $(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$

P	Q	R	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$	$(P \wedge \neg Q) \Rightarrow R$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

ABBIAMO TROVATO LA TAVOLA DI VERITÀ IN SEGUITO ALLA COMBINAZIONE DI REGOLE.

DUE FORMULE SI DICONO EQUIVALENTI SE HANNO LA STESSA E DICO IDENTICA TABELLA DI VERITÀ.

ES: $P \Rightarrow Q \; = \; \neg P \vee Q$

P	Q	$P \Rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$\Longleftrightarrow$

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

PER INDICARE CHE 2 FORMULE SONO EQUIVALENTI SI USA LA DOPPIA IMPLICAZIONE ($\Leftrightarrow$) PERCHÈ DA ESITO VERO SE 2 FORMULE SONO UGUALI.

$$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

$$(P) \Leftrightarrow \neg\neg P$$

$$(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

$$(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

$$(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$$

QUESTI SONO DEGLI ESEMPI.

CONCETTI CHIAVE:

LE TABELLE DI VERITA CI DANNO MODO DI ETICHETTARE LE NOSTRE FORMULE.

LE 3 ETICHETTE CHE POSSIAMO DARE SONO:

- SODDISFACIBILE = ESISTE ALMENO 1 v (VALUTAZIONE) CHE RENDE LA FORMULA VERA. $(\exists v^*(\text{FORMULA})$ t.c. $v^*(\text{FORMULA}) = 1)$
- INSODDISFACIBILE = NESSUNA VALUTAZIONE LA RENDE VERA. $(\nexists v^* \text{ FORMULA})$ t.c. $v^*(\text{FORMULA}) = 1)$
- TAUTOLOGIA = TUTTE LE VALUTAZIONI LA RENDONO VERA. $(\forall v^* \text{ FORMULA}$ t.c. $v^*(\text{FORMULA}) = 1)$

ES: $\neg P \land P \longrightarrow$ INSODDISFACIBILE

P	$\neg P$	$\neg P \land P$
1	0	0
0	1	0

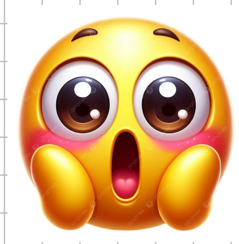
$\Rightarrow$ NESSUNA VALUTAZIONE LA RENDE VERA.

$\neg P \lor P \rightarrow$ TAUTOLOGIA

P	$\neg P$	$\neg P \lor P$
1	0	1
0	1	1

$\Rightarrow$ OGNI VALUTAZIONE LA RENDE VERA.

P, $P \land Q \longrightarrow$ SODDISFACIBILE



P
0
1

$\Rightarrow$ ALMENO 1 VALUTAZIONE LA RENDE VERA.

CONSEGUENZA SEMANTICA:

INDICHIAMO 'I' COME UN INSIEME DI FORMULE, QUINDI:

$$\boxed{I = \{P, Q, \neg(P \land Q), \dots\}}$$

E INDICHIAMO CON P UNA FORMULA DI I, QUANDO SCRIVIAMO:

$$\boxed{I \models P}$$

VUOL DIRE CHE TUTTE VALUTAZIONI CHE RENDONO VERE TUTTE LE FORMULE IN I RENDONO VERA ANCHE P.

> IN PAROLE SEMPLICI, SE OGNI FORMULA IN I È VERA, ALLORA ANCHE P CHE FA PARTE DI I È VERA.

SI DICE P È CONSEGUENZA LOGICA DI I.

RAGIONAMENTO FORMALE COMPLETO:

$I = \{P \Rightarrow Q,\ Q \Rightarrow \neg R,\ R\}$. VOGLIAMO DIMOSTRARE

$$I \models \neg P$$

PASSAGGI LOGICI:

1) DATO CHE R È VERO ($R \in I$), ALLORA $\neg R = 0$ (FALSO).
2) PER RENDERE $Q \Rightarrow \neg R$ VERO, $Q = 0$, DEVE ESSERE FALSO.
3) PER RENDERE $P \Rightarrow Q$ VERO, $P = 0$, DEVE ESSERE FALSO.
4) QUINDI $\neg P = 1$ È VERO.

$\neg P$ È CONSEGUENZA LOGICA DI I.