Гайд на Тракамавуса 1.2

t.me/fpmicringe

Структура теста:

Тест *14 б.*									
Тема 1		Тема 2		Тема 3		Тема 4		Тема 5	
№ 1 *1 б.*	№ 2 *1 б.*	№ 3 *1 б.*	№ 4 *1 б.*	№ 5 *1 б.*	№ 6 *1 б.*	№ 7 *2 б.*	№ 8 *2 б.*	№ 9 *2 б.*	№ 10 *2 б.*

Содержание теста и ГДЗ:

Тема	**Формулировка**	**ГДЗ**	**Гайд**
1. Задачи с закрепленными границами *[16]*	Найти экстремали в вариационной задаче *[16]*	(тык)	(тык)
2. Поле экстремалей. Условие Якоби *[17]*	Найти решение уравнения Якоби и проверить выполнимость условия Якоби в следующей задаче *[4]* Удовлетворяет ли функционал условию Якоби *[2]* Удовлетворяет ли условию Якоби функционал *[7]*	(тык) (тык) (тык)	(тык)
	Укажите наименьшее значение параметра a, при котором функционал НЕ удовлетворяет условию Якоби *[2]*	(тык)	(тык)
	Укажите наименьшее по модулю значение параметра a из возможных, при котором вариация V[y] НЕ удовлетворяет условию Якоби *[1]*	(тык)	нету
	При каких значениях параметра a удовлетворяет условию Якоби функционал *[1]*	(тык)	(тык)
3. Достаточные условия экстремума *[16]*	Исследовать на экстремум функционал *[14]* Используя достаточные условия Вейерштрасса, исследовать на экстремум функционал *[1]* Используя условие Лежандра, исследовать на экстремум функционал *[1]*	(тык) (тык) (тык)	(тык)
4. Задачи с подвижными границами *[17]*	Найти кратчайшее расстояние от ••• до ••• *[9]*	(тык)	(тык)
	Найти функцию, реализующую экстремум функционала V[y], если ••• *[8]*	(тык)	(тык)
5. Условный экстремум функционала *[19]*	Найти экстремали в изопериметрической задаче ••• при условии ••• *[15]*	(тык)	(тык)
	Дана изопериметрическая задача при условии •••. При каком значении λ решением будет ••• *[1]*	(тык)	(тык)
	Определить вид вспомогательного функционала L и найти кратчайшее расстояние между точками, лежащими на ••• *[3]*	(тык)	(тык)

Нужные формулы:

Эйлерина	$F_y - \frac{d}{dx}F_{y'} = 0$	
Лежандра	При $x_0 < x \le x_1$: $F_{y'y'} \ge 0$ - min; $F_{y'y'} \le 0$ - max Также должна выполняться Якоба	
Якоба	$(F_{yy} - \frac{d}{dx}F_{yy'})u - \frac{d}{dx}(F_{y'y'}u') = 0$	
Веерштрасса	$F(x, y, y') - F(x, y, p) - (y' - p)F_p(x, y, p)$	
Трансики	$[F + (\varphi_n' - y')F_{y'}]\|_{x=xn} = 0$	
Микротрансики	$x = const, F_{y'}\|_{x=xn} = 0;$	$y = const, [F - y'F_{y'}]\|_{x=xn} = 0$
Помогатор	$L = F(x, y, y') + \lambda G(x, y, y')$	
Дефурины	$y' = \lambda y \ -> \ y = Ce^{\lambda x}$	

	$y'' + \lambda^2 y = 0 -> y = Acos(\lambda x) + Bsin(\lambda x)$ $y'' - \lambda^2 y = 0 -> y = Ae^{\sqrt{\lambda}x} + Be^{\sqrt{\lambda}x}$

1.1. Найти экстремали в вариационной задаче [16]

1. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_0^1 (2y(x-1) + yy' - \frac{y'^2}{2})dx,\ y(0) = 1,\ y(1) = 2.$

- ○ $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + x + \frac{1}{3}$
- ○ $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + C_1x + C_2$
- ○ $y = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{6}x + 1$
- ◉ $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{x}{3} + 1$

2. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_{-2}^{3} (2yy' - y'^2)dx,\ y(-2) = -\frac{3}{2},\ y(3) = \frac{7}{2}.$

- ○ $y = 2x + 1$
- ◉ $y = x + \frac{1}{2}$
- ○ $y = C_1x + C_2$
- ○ $y = x^2 - \frac{11}{2}$

3. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (y'(y' + 2y) + 2y(x - 2y))dx,\ y(0) = 2,\ y(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{16}.$

- ◉ $y = 2cos2x + \frac{x}{4}$
- ○ $y = 2sin2x + \frac{x}{4}$
- ○ $y = 2cos2x + \frac{\pi}{16}sin2x$
- ○ $y = 2cos2x - \frac{3\pi}{16}sin2x + x$

4. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_0^2 (e^{2x}(y'^2 + yy' + x^4))dx,\ y(0) = 1,\ y(2) = 0.$

- ○ $y = e^{x}(1 - \frac{1}{2}x)$
- ○ $y = e^{-x}(x - \frac{1}{2})$
- ◉ $y = e^{-x}(1 - \frac{1}{2}x)$
- ○ $y = sh(1 - \frac{1}{2}x)$

5. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_0^2 (e^{2x}(y'^2 + yy' + x^4))dx,\ y(0) = 1,\ y(2) = 0.$

- ○ $y = C_1xlnx + C_2$
- ◉ Не существует экстремали, удовлетворяющей краевым условиям
- ○ $y = lnx + 1$
- ○ $y = \frac{1}{e}xlnx + 1$

6. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_0^e (y^2lnx + yy'xlnx)dx,\ y(0) = 0,\ y(e) = e.$

- ◉ Не существует экстремали, удовлетворяющей краевым условиям
- ○ $y = x$
- ○ $y = e^x - 1$
- ○ $y = C_1lnx + C_2$

7. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int\limits_0^{ln16} (y^2 + 2y'y^2 + 2y' + 16y'^2)dx,\ y(0) = 0,\ y(ln16) = 2.$

- $y = \frac{4}{3}e^{\frac{x}{4}} - \frac{4}{3}e^{-\frac{x}{4}}$
- $y = ln16 \cdot sh(4x)$
- $y = -\frac{xe^{\frac{x}{4}}}{ln16} + 2e^{-\frac{x}{4}} - 2$
- $y = 16e^{4x} - 16e^{-4x}$

8. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int\limits_0^{2}(yy' - 2x^3 + y^2y')dx,\ y(0) = 0,\ y(2) = 3.$

- $y = 0$
- Не существует экстремалей
- Экстремалями являются только класс полиномов второй степени, удовлетворяющих краевым условиям
- Экстремалью является любая хотя бы один раз дифференцируемая функция на отрезке [0,2], удовлетворяющая краевым условиям

9. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int\limits_{-1}^{0} (\frac{3}{2}x^2y - \frac{y'^2}{2})dx,\ y(-1) = y(0) = 1.$

- $y = -\frac{x^2}{8} - \frac{1}{8}x + 1$
- $y = -\frac{x^4}{8} - \frac{1}{8}x + 1$
- $y = -\frac{x^4}{8} + \frac{1}{8}x + 3$
- $y = -\frac{x^4}{8} + C_1x + C_2$

10. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(\frac{y^2}{2} - \frac{y'^2}{2} + x^2y')dx,\ y(0) = 1, y(\frac{\pi}{2}) = \pi.$

- $y = 2x + cosx$
- $y = 5x + sinx$
- $y = 2x + sinx$
- $y = cosx + 4x$

11. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int\limits_1^{e}(xy'^2 + x^2 - 4)dx,\ y(1) = 0, y(e) = 1.$

- $y = x + lnx$
- $y = lnx$
- $y = \frac{x-1}{e-1}$
- $y = C_1lnx$

12. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int\limits_0^{1}(\frac{y^3}{3} - 4xy')dx,\ y(0) = 1, y(1) = 2.$

- $y = e^x - xe + 2x$
- $y = 2x^2$
- $y = x + 1$
- Экстремалей нет

13. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(-4yy' - \frac{y^2}{2} + \frac{y'^2}{2})dx,\ y(0) = 5, y(\frac{\pi}{2}) = 1.$

- $y = C_1cos(x) + C_2sin(x)$
- $y = 5cos(x) + sin(x)$
- $y = 5cos(x)$
- $y = 5cos^2(x) + sin^2(x)$

14. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_{2}^{3}(yy' + 5xy + 10y'^2)dx,\ y(2) = \frac{1}{3}, y(3) = \frac{49}{8}.$

$y = \frac{x^3}{24} + 5x - 10$

$y = \frac{139}{24}x - \frac{131}{48}$

$y = \frac{x^3}{24} + \frac{x}{3} + \frac{49}{8}$

$y = \frac{x^3}{24} + x + \frac{1}{8}$

15. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_{1}^{e}(yy' + \frac{y}{x^2} + y'^2)dx,\ y(1) = 2 - e, y(e) = \frac{2e-1}{2}.$

$y =- \frac{1}{2}ln(x) + 4x - 2e$

$y = 2x - e$

$y =- \frac{1}{2}ln(x) - e$

$y =- \frac{1}{2}ln(x) + 2x - e$

16. Найти экстремали в вариационной задаче

$V[y] = \int_{0}^{2}((x + 8)y' + xy - y'^2)dx,\ y(0) = 2, y(2) = 3.$

$y =- \frac{x^3}{12} + \frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} + 2$

$y =- \frac{x^3}{12} + \frac{x^2}{4} + 3x + 2$

$y = \frac{x}{2} + 2$

$y =- \frac{x^3}{12} + 3x + 2$

2.1 Найти решение уравнения Якоби и проверить выполнимость условия Якоби в следующей задаче [3]

1. Найти решение уравнения Якоби и проверить выполнимость условия Якоби в следующей задаче

$V[y] = \int_{0}^{1}(y'^2 + 2y^2y')dx,\ y(-2) = 3, y(1) = 2.$

$u = C(x + 2)$, не выполняется

$u = C(2x + 1)$, выполняется

$u = C(2x + 1)$, не выполняется

$u = C(x + 2)$, выполняется

2. Найти решение уравнения Якоби и проверить выполнимость условия Якоби в следующей задаче

$V[y] = \int_{0}^{\frac{1}{6}}(y'^2 - 72xyy')dx,\ y(0) = 2, y(\frac{1}{6}) = ch1.$

$u = Cx$, не выполняется

$u = C(e^{6x} - e^{-6x})$, выполняется

$u = C(e^{3x} - e^{-3x})$, не выполняется

$u = C(cos6x - sin6x)$, выполняется

3. Найти решение уравнения Якоби и проверить выполнимость условия Якоби в следующей задаче

$V[y] = \int_{0}^{1}(e^x(xchx + \frac{y'^2}{2} + y + 3y'))dx,\ y(0) = 1, y(1) = e^{-1} - 2.$

$u = C(e^{-x} + 1)$, не выполняется

$u = C(e^{x} - 1)$, выполняется

$u = C(e^{-x} - 1)$, выполняется

$u = C(e^{x} - 1)$, не выполняется

$u = C(e^{-x} + 1)$, выполняется

4. Найти решение уравнения Якоби и проверить выполнимость условия Якоби в следующей задаче

$V[y] = \int_0^1 (2yy' - y'^2)dx,\ y(0) = 3, y(1) = 2.$

- $u = Cx$, не выполняется
- $u = C(2x + 1)$, выполняется
- $u = Cx$, выполняется
- $u = C(2x + 1)$, не выполняется

2.2. Удовлетворяет ли функционал условию Якоби [2]

1. Удовлетворяет ли функционал условию Якоби

$V[y] = \int_0^1 (y'^2 + x^4 + y'y)dx,\ y(0) = 0, y(1) = 9.$

- $u = Cx$, не удовлетворяет
- $u = Cx + C$, удовлетворяет
- $u = Cx$, удовлетворяет
- $u = Cx - C$, не удовлетворяет

2. Удовлетворяет ли функционал условию Якоби

$V[y] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y'^2 + 319x^2 - 121y^2 + 917xy)dx,\ y(0) = 0, y(\frac{\pi}{2}) =- 1.$

- $u = Ce^{11x} - Ce^{-11x}$, удовлетворяет
- $u = Ce^{11x}$, не удовлетворяет
- $u = Csin(11x) - Ccos(11x)$, не удовлетворяет
- $u = Csin(11x)$, удовлетворяет

2.3. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал [7]

1. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал

$V[y] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y'ln(y'))dx,\ y(0) = 0, y(e) = 1.$

- $u = Ce^x$
- $u = Cln(x + 1)$
- $u = Cx$
- $u = \frac{C}{x}$

2. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал

$V[y] = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\frac{y'^2}{2} - \frac{y^2}{2} + 4xy)dx,\ y(\frac{\pi}{2}) = 0, y(\pi) = 4\pi - 2.$

- $u = C_1 sinx$, не удовлетворяет
- $u = C_1 cosx$, удовлетворяет
- $u = C_1 sinx + C_2 cosx$, не удовлетворяет
- $u = C_1 sin(x + \frac{\pi}{2})$, удовлетворяет
- $u = C_1 cos(x + \frac{\pi}{2})$, удовлетворяет

3. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал

$V[y] = \int_0^2 (y'e^y + y'^2)dx,\ y(0) = 1, y(2) = 5.$

- $u = C_1 x + C_2$, не удовлетворяет
- $u = C_1 x$, удовлетворяет
- $u = C_1 x + x^2$, не удовлетворяет
- $u = C_1 x^2$, удовлетворяет

4. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал

$V[y] = \int_0^{2\pi} (y'^2 - \frac{y^2}{2} + xyy')dx,\ y(0) = 0, y(2\pi) = 1.$

⚪ $u = C_1 x$, не удовлетворяет 🔘 $u = C_1 sinx$, не удовлетворяет ⚪ $u = C_1 sinx + C_2 cosx$, удовлетворяет ⚪ $u = C_1 cosx - 1$, удовлетворяет ⚪ $u = C_1 sinx$, удовлетворяет
5. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал $V[y] = \int_{-1}^{0} (y'^2 e^x + ysin(x))dx,\ y(0) = \frac{1}{4}, y(-1) = \frac{e}{4}(cos(-1) - sin(-1)).$ ⚪ $u = C(e^{-x} - e^x)$, не удовлетворяет 🔘 $u = C(e^{-x} - e)$, удовлетворяет ⚪ $u = C(cos(-x) - sin(-x))$, удовлетворяет ⚪ $u = C(e^{-x} - e)$, не удовлетворяет
6. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал $V[y] = \int_{0}^{2} (y'^2 + (x + 4)y)dx,\ y(0) =- 4, y(2) = \frac{2}{3}.$ ⚪ $u = Cx - 4$, не удовлетворяет 🔘 $u = Cx$, удовлетворяет ⚪ $u = Cx$, не удовлетворяет ⚪ $u = Cx - 4$, удовлетворяет
7. Удовлетворяет ли условию Якоби функционал $V[y] = \int_{0}^{\frac{1}{3}} (y'^2 + e^x + 9y^2)dx,\ y(0) = 0, y(\frac{1}{3}) = e - e^{-1}.$ ⚪ $u = C(e^{3x} - e^{-3x})$, не удовлетворяет ⚪ $u = C(e^{-9x} - e^{9x})$, удовлетворяет ⚪ $u = C(e^{-9x} - e^{9x})$, не удовлетворяет 🔘 $u = C(e^{3x} - e^{-3x})$, удовлетворяет

2.4. Укажите наименьшее значение параметра a, при котором функционал НЕ удовлетворяет условию Якоби [2]

1. Укажите наименьшее значение параметра a, при котором функционал НЕ удовлетворяет условию Якоби: $V[y] = \int_{0}^{a} (2y^2 - \frac{y'^2}{2} + arctg\frac{x}{2})dx,\ y(0) = 1, y(a) = b.$ ⚪ $a = \pi$ ⚪ a может принимать любое значение ⚪ не существует такого значения a 🔘 $a = \frac{\pi}{2}$
2. Укажите наименьшее значение параметра a, при котором функционал НЕ удовлетворяет условию Якоби $V[y] = \int_{0}^{a} (y'^2 - y^2)dx,\ y(0) = 1, y(a) = b.$ ⚪ При любых значениях a условие не выполняется 🔘 $a = \pi$ ⚪ Не существует такого параметра a ⚪ $a = \frac{\pi}{2}$

2.5. Укажите наименьшее по модулю значение параметра a из возможных, при котором вариация V[y] НЕ удовлетворяет условию Якоби [1]

1. Укажите наименьшее по модулю значение параметра a из возможных, при котором вариация V[y] НЕ удовлетворяет условию Якоби

$$V[y] = \begin{cases} \int\limits_a^0 e^{y'+y}dx, a < 0 \\ \int\limits_0^a e^{y'+y}dx, a > 0 \end{cases}, y(0) = 0, y(a) = a$$

- $0 + 0$
- Такого a не существует
- Не удовлетворяет при любом a
- $e + 0$

2.6. При каких значениях параметра a удовлетворяет условию Якоби функционал [1]

1. При каких значениях параметра a удовлетворяет условию Якоби функционал

$$V[y] = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{a}(\frac{y'^2}{2} - 2y^2 + 2xy - 2y')dx,\ y(\frac{\pi}{4}) = 1, y(a) = b$$

- $a = \frac{3\pi}{4}$
- $a = \frac{\pi}{2}$
- Условие Якоби не выполняется для любого значения a
- Не существует такого значения a

3.1. Исследовать на экстремум функционал [14]

1. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int\limits_0^2(1 + y - y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(2) =- 1.$$

- На экстремали $y =- \frac{x^2}{4}$ достигается слабый минимум
- На экстремали $y =- \frac{x^2}{4}$ достигается сильный максимум
- На экстремали $y =- \frac{x^2}{4}$ экстремум не достигается, т.к. экстремаль нельзя включить в поле экстремалей
- На экстремали $y =- \frac{x^2}{4}$ достигается сильный минимум

2. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int\limits_0^{\frac{3\pi}{4}}(4y^2 - y'^2 - e^{3x})dx,\ y(0) = 0, y(\frac{3\pi}{4}) =- 1.$$

- На экстремали $y = sin2x$ экстремум не достигается, т.к. экстремаль нельзя включить в поле экстремалей
- ❌ На экстремали $y = sin2x$ достигается слабый максимум
- ❌ На экстремали $y = sin2x$ достигается сильный минимум
- ❌ На экстремали $y = sin2x$ достигается сильный максимум

3. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int\limits_{-1}^{1} xy'(x^2y' + 1)dx,\ y(- 2) =- \frac{1}{2}, y(1) =- \frac{1}{2}.$$

- На экстремали $y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^3}$ достигается сильный минимум
- На экстремали $y =- \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^3} + \frac{1}{2x}$ достигается слабый минимум
- Экстремума не существует
- На экстремали $y =- \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^3} + \frac{1}{2x}$ достигается сильный минимум

4. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(y'^2x^2 + y - yy')dx,\ y(1) = 5, y(e) = 5.5.$$

- На экстремали $y = \frac{1}{2}lnx + 5$ достигается слабый минимум
- На экстремали $y = 5x + (5.5 - 5e)lnx$ достигается сильный минимум
- На экстремали $y = \frac{1}{2}lnx + 5$ достигается сильный минимум

○ На экстремали $y = 5x + (5.5 - 5e)lnx$ достигается слабый минимум

5. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} (y'^2 + x^3 - 16y^2)dx,\ y(0) = 0, y(\frac{\pi}{8}) = 1.$$

○ На экстремали $y = cos(4x)$ достигается слабый минимум
○ На экстремали $y = 2cos(4x) + sin(4x)$ достигается сильный минимум
◉ На экстремали $y = sin(4x)$ достигается сильный минимум
○ Экстремума не существует

6. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int_{0}^{2} sin(y')dx,\ y(0) =- \frac{\pi}{2}, y(2) = \frac{\pi}{2}.$$

◉ Экстремум на данном функционале не достигается, потому что функция Вейерштрасса сохраняет знак не во всех точках (x,y), близких к экстремали
○ Экстремаль не является непрерывной функцией
○ Экстремум на данном функционале не достигается, потому что экстремаль не может быть включена в поле
○ Экстремум на данном функционале не достигается, потому что не существует экстремали, удовлетворяющей краевым условиям

7. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int_{-1}^{0} (12xy - y'^2 + 12x)dx,\ y(-1) = 1, y(0) = 0.$$

○ На экстремали $y =- x^3$ достигается слабый максимум
◉ На экстремали $y =- x^3$ достигается сильный максимум
○ На экстремали $y =- x^3$ достигается сильный минимум
○ На экстремали $y =- x^3$ достигается слабый минимум

8. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int_{1}^{e} (y'^2x + x^2 - 4)dx,\ y(1) = 0, y(e) = 1.$$

◉ На экстремали $y = lnx$ достигается сильный минимум
○ На экстремали $y = lnx + 2$ достигается слабый минимум
○ На экстремали $y = \frac{x-1}{e-1}$ достигается сильный минимум
○ На экстремали $y = lnx$ достигается сильный максимум

9. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int_{0}^{2\pi} (y'^2 - \frac{y^2}{2} + xyy')dx,\ y(0) = 0, y(2\pi) = 0.$$

○ На экстремали $y = C_1 sinx$ достигается сильный минимум
○ На экстремали $y = sinx + 2$ достигается сильный минимум
○ На экстремали $y = sin2x$ достигается слабый максимум
◉ Экстремаль нельзя включить в поле

10. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y] = \int_{0}^{e} (y'lny')dx,\ y(0) = 0, y(e) = 1.$$

○ На экстремали $y = \frac{x}{e}$ достигается слабый максимум
◉ На экстремали $y = \frac{x}{e}$ достигается сильный минимум
○ На экстремали $y = \frac{x}{e}$ достигается сильный максимум
○ На экстремали $y = \frac{x}{e}$ достигается слабый минимум

11. Исследовать на экстремум функционал

$V[y] = \int_1^3 (y'^2 + e^x)dx, \; y(1) = 0, y(3) = 2.$

- ⚪ На экстремали $y = 1 - 3x$ достигается слабый минимум
- ⚪ На экстремали $y = x - 1$ достигается слабый минимум
- 🔘 На экстремали $y = x - 1$ достигается сильный минимум
- ⚪ На экстремали $y = 1 - 3x$ достигается сильный минимум

12. Исследовать на экстремум функционал

$V[y] = \int_{-1}^1 (y' + x^2y'^2 + e^x)dx, \; y(-1) = -\frac{1}{2}, y(1) = \frac{3}{2}.$

- ⚪ На экстремали $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$ достигается слабый минимум
- ⚪ На экстремали $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$ достигается слабый минимум
- ⚪ На экстремали $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}$ достигается сильный минимум
- 🔘 Экстремум на непрерывных кривых не достигается

13. Исследовать на экстремум функционал

$V[y] = \int_e^{e^2} (xy'^2 + yy')dx, \; y(e) = 1, y(e^2) = 2.$

- 🔘 На экстремали $y = ln(x)$ достигается сильный минимум
- ⚪ На экстремали $y = ln(x)$ достигается слабый минимум
- ⚪ На экстремали $y = ln(x + 1)$ достигается слабый минимум
- ⚪ Экстремум не достигается, т.к. экстремаль нельзя включить в поле экстремалей

14. Исследовать на экстремум функционал

$V[y] = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} (y'^2 + sin(x) - y^2)dx, \; y(0) = 1, y(\frac{3\pi}{2}) = 0.$

- ❌ На экстремали $y = cos(x)$ достигается слабый минимум
- ⚪ Экстремум не достигается, т.к. экстремаль нельзя включить в поле экстремалей
- ❌ На экстремали $y = cos(x)$ достигается сильный минимум
- ⚪ На экстремали $y = cos(x) + sin(x)$ достигается слабый минимум

3.2. Используя достаточные условия Вейерштрасса, исследовать на экстремум функционал [1]

1. Используя достаточные условия Вейерштрасса, исследовать на экстремум функционал

$V[y] = \int_{-2}^0 (y'^2 + 2xy)dx, \; y(-2) = 1, y(0) = 0.$

- 🔘 На экстремали $y = \frac{x^3-7x}{6}$ достигается сильный минимум
- ⚪ На экстремали $y = \frac{x^3-7x}{6}$ экстремум не достигается, т.к. экстремаль нельзя включить в поле экстремалей
- ⚪ На экстремали $y = \frac{x^3-7x}{6}$ достигается слабый минимум
- ⚪ На экстремали $y = \frac{x^3-7x}{6}$ достигается сильный максимум

3.3. Используя условие Лежандра, исследовать на экстремум функционал [1]

1. Используя условие Лежандра, исследовать на экстремум функционал

$V[y] = \int_1^e (2xy'^2 - 4y)dx, \; y(1) = 1, y(e) = -e.$

- ⚪ На экстремали $y = 2 - 2lnx - x$ достигается слабый минимум
- ⚪ На экстремали $y = 1 - (e + 1)lnx$ достигается слабый минимум
- 🔘 На экстремали $y = 2 - 2lnx - x$ достигается сильный минимум
- ⚪ На экстремали $y = 1 - (e + 1)lnx$ достигается сильный минимум

4.1. Найти кратчайшее расстояние от ••• до ••• [9]

1. Найти кратчайшее расстояние от точки A(-1, 0) до функции $y = \sqrt{2 - x}$.

- ◉ $\frac{\sqrt{11}}{2}$
- ○ $2\sqrt{21}$
- ○ $-\frac{1}{2}$
- ○ $\sqrt{10}$

2. Найти кратчайшее расстояние между параболой $y = x^2$ и кривой $y = 2x - 3$.

- ○ $\frac{9}{5}$
- ◉ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- ○ $\sqrt{1.25}$
- ○ $\frac{7}{5}$

3. Найти кратчайшее расстояние от параболы $y = (x + 3)^2 + 3$ до точки A(0,3)

- ○ ≈ -3.14
- ○ ≈ 1.14
- ◉ ≈ 2.24
- ○ ≈ 4.13

4. Найти кратчайшее расстояние от $y = lnx$ до прямой $y = \frac{x}{e} + 2$

- ○ $\frac{4e}{e+1} \approx 2.92$
- ○ $\frac{e+1}{e-1} \approx 2.16$
- ◉ $\frac{2e}{\sqrt{1+e^2}} \approx 1.88$
- ○ $0.5e \approx 1.36$

5. Найти кратчайшее расстояние от точки A(0, 1) до прямой $y = 5x - 4$

- ○ $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- ○ $\frac{4\sqrt{17}}{26}$
- ○ 1.5
- ◉ $\frac{5\sqrt{26}}{26}$

6. Найти кратчайшее расстояние от окружности $x^2 + y^2 = 4$ до прямой $x + y = 5$

- ○ $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- ○ 2
- ◉ $\frac{5\sqrt{2}-4}{2}$
- ○ $2\sqrt{2} - 1$

7. Найти кратчайшее расстояние от точки A(0, 10) до прямой $y = 2x + 5$

- ○ 10
- ◉ $\sqrt{5}$
- ○ $-\frac{1}{2}$
- ○ 2

8. Найти кратчайшее расстояние от прямой $y = x + 3$ до прямой $y = \sqrt{x + 2}$

- ○ $-\frac{7}{4}$
- ○ $\frac{11}{8}\sqrt{2}$
- ○ $-\frac{17}{8}$
- ◉ $\frac{3}{8}\sqrt{2}$

9. Найти кратчайшее расстояние от эллипса $9x^2 + 4y^2 = 36$ до прямой $y = 5 - x$

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}(5 - \sqrt{13})$
- $\frac{5(\sqrt{13}-1)}{2\sqrt{13}}$
- $\frac{4}{\sqrt{13}}$

4.2. Найти функцию, реализующую экстремум функционала V[y], если ••• [8]

1. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_0^1 \frac{y'^2}{x^3}dx,\ y(0) = 2$, если другая граничная точка может скользить по прямой $x = 1$.

- $y = 2$
- $y = Cx^4 + 2$
- $y = 2x^4$
- $y = x^4 + 2$

2. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_{x_0}^1 (12xy - y'^2)dx$, если одна граничная точка может скользить по прямой $y = 0$, а для другой выполняется $y(1) = 0$.

- $y =- x^3 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$
- $y =- x^3 - x + 2$
- $y =- x^3 + Cx + (1 - C)$
- $y =- x^3$

3. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_0^3 (x^5 - y'^3)dx,\ y(0) = 0$, если другая граничная точка может скользить по прямой $x = 3$

- $y =- 4x + 4$
- $y = 0$
- $y = 2x - 2$
- $y = 3x$

4. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_0^{x_1} e^{y+y'}dx,\ y(0) = 2$, если другая граничная точка может скользить по прямой $y = ln2$

- $y = 2e^{-x} + 4$
- $y = e^{-x} + x + 1$
- $y = x + 2$
- $y = 2e^{-x} + x$

5. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_0^{\pi} (\frac{y^2}{2} - \frac{y'^2}{2} + x^2y')dx,\ y(0) = 0$, если другая граничная точка может скользить по прямой $x = \pi$

- $y = 2sinx + 2x$
- $y = (2 - \pi^2)sinx + 2x$
- $y = 2sinx + cosx - 1$
- $y = C_1 sinx + 2x$

6. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_0^2 (y'(x + y'))dx,\ y(0) = 0$, если другая граничная точка может скользить по прямой $x = 2$

- $y = C_1 x + x^3$
- $y = 2x - \frac{x^2}{4}$
- $y = C_1 x - \frac{x^2}{4}$
- $y = \frac{-x^2}{4}$

7. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_0^1 (y'^2 + 2yy' + y^2)dx,\ y(0) = 0$, если другая граничная точка может скользить по прямой $x = 1$

- $y = e^x$
- $y = e^{-x} + e^x$
- $y = 0$
- $y = e^{-x}$

8. Найти функцию, реализующую экстремум функционала $V[y] = \int_0^1 \frac{y'^2}{x^3}dx,\ y(0) = 2$, если другая граничная точка может скользить по прямой $x = 1$

- $y = 2x^4$
- $y = x^4 + 2$
- $y = x^4 + 2$
- $y = 2$

5.1. Найти экстремали в изопериметрической задаче ••• при условии ••• [13]

1. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^1 (y'^2 + y)dx,\ y(0) = 0,\ y(1) = \frac{1}{4}$ при условии $\int_0^1 xydx = \frac{13}{720}$

- $y = \frac{1}{4}x$
- $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2$
- $y = -\frac{\lambda}{12}x + \frac{\lambda}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2$
- $y = -\frac{1}{12}x + \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2$

2. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^2 (yy' + y'^2)dx,\ y(0) = 1,\ y(2) = 1$ при условии $\int_0^2 xy'dx = -\frac{1}{3}$

- ❌ $y = \frac{1}{4}x + 1 - \frac{x^2}{2}$
- $y = \frac{15}{24}x - \frac{5x^2}{16} + 1$
- $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{16}x^2$
- $y = \frac{1}{2}x + 1 - \frac{x^2}{4}$

3. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y, z] = \int_0^1 (y'^2 + z'^2)dx,\ y(0) = 0,\ y(1) = \frac{1}{2}, z(1) = 0$ при условии $\int_0^1 (y' + xz')dx = 0$

- $y = \frac{1}{2}x, z = 2x - 2x^2$
- $y = \frac{1}{2}x, z = \frac{\lambda}{4}x - \frac{\lambda}{4}x^2$

- [ ] $y = \frac{1}{2}x, z = \frac{1}{3}x - 2x^2$
- [x] $y = \frac{1}{2}x, z = 3x - 3x^2$

4. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^4 (y' + 2y'^2)dx,\ y(0) = y(4) = 0$ при условии $\int_0^4 ydx = 64$

- [x] $y = \frac{1}{2}x^2 - x$
- [ ] $y = x^2 - x + \frac{1}{64}$
- [ ] $y = 8x - 16$
- [ ] $y = \frac{1}{64}x^2 - \frac{1}{16}x + \frac{1}{8}$

5. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^1 y'^3 dx,\ y(0) = 0, y(1) = 3$ при условии $\int_0^1 (y + y'x)dx = 3$

- [x] $y = 3x$
- [ ] $y = x^2 + 3x$
- [ ] Не существует решений
- [ ] $y = \frac{1}{3}x$

6. Найти экстремали в изопериметрической задаче
$V[y] = \int_0^2 (y^2 y' + y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(2) = 2$ при условии $\int_0^2 (y + y')dx = -20$

- [ ] $y = 2x^2 + 4$
- [x] $y = 2x^2 - 3x$
- [ ] $y = 4x^2 - 1$
- [ ] $y = 3x^2 - 2x$

7. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^1 (2x^3 + y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(1) = 0$ при условии
$\int_0^1 (y' + y^2)dx = 8.$

- [ ] $y = \pm\ 2cos(\pi n x)$
- [x] $y = \pm\ 4sin(\pi n x)$
- [ ] $y = C_1 sin(\pi n x)$
- [ ] $y = 0$

8. Найти экстремали в изопериметрической задаче
$V[y] = \int_0^1 y'^2 dx,\ y(0) = 1, y(1) = 4$ при условии $\int_0^1 (y + 5x)dx = 5.$

- [ ] $y = x^2 + 2x + 1$
- [ ] $y = x^3 + 2x + 1$
- [x] $y = x(-15x + 18) + 1$
- [ ] $y = (3 - C)x^2 + Cx + 1$

9. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^1 (y'^2 + 5x - 3)dx,\ y(0) = y(1) = 1$ при условии
$\int_0^1 (y + y')dx = 0.$

- [ ] $y = x(2 - 2x) + 1$
- [ ] $y = x^2 - x + 1$
- [ ] $y = -Cx^2 + Cx + 1$
- [x] $y = 6(x^2 - x) + 1$

10. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y, z] = \int_0^1 (y'^2 + z'^2 - 4x)dx,\ y(0) = 0, y(1) = 1, z(1) = 1$ при условии $\int_0^1 (y + z' - 1)dx = 0.$

- [ ] $y = x(x - Cx - 2),\ z = x$

$y = 3x^2 - 2x,\ z = x$
$y = x,\ z = x + 1$
$y = x^3,\ z = 2x - x^2$

11. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^4 (y' + 2y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(4) = 2$ при условии $\int_0^4 y dx = 8.$

$y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}x$
$y = \frac{\lambda x^2}{8} + \frac{1-\lambda}{2}x$
$y = -\frac{3}{8}x^2 + 2x$
$y = \frac{x}{2}$

12. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^1 (y^2 + y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(1) = \frac{e^2-1}{e}$ при условии $\int_0^1 2yy'dx = e^2 + e^{-2} - 2.$

$y = e^x - e^{-x}$
Экстремалью является любая непрерывная кривая
$y = C_1e^x - C_2e^{-x}$
$y = e^x$

13. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^2 (2xy + y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(2) =4$ при условии $\int_0^2 2ydx = \frac{56}{9}.$

$y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{3}x$
$y = \frac{x^3}{6} + \frac{\lambda x^2}{2} + (\frac{4}{3} - \lambda)x$
$y = 2x$
$y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{6}x^2 + x$

14. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^2 (y^2y' + y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(2) = 2$ при условии $\int_0^2 (y + y'')dx =- 20$

$y = 2x^2 - 3x$
$y = -\frac{33}{4}x^2 + \frac{35}{2}x$
$y = 2x^2 + 4$
$y = 4x^2 - 1$

15. Найти экстремали в изопериметрической задаче $V[y] = \int_0^1 (y^2 + y'^2)dx,\ y(0) = 0, y(1) = \frac{e^2-1}{e}$ при условии $\int_0^2 2yy'dx = e^2 + e^{-2} - 2$

$y = C_1e^x + C_2e^{-x}$
Экстремалью является любая непрерывная кривая
$y = e^x - e^{-x}$
$y = e^x$

5.2. Дана изопериметрическая задача при условии •••. При каком значении λ решением будет ••• [1]

1. Дана изопериметрическая задача $V[y] = \int_0^1 (y'^2 + y)dx,\ y(0) = y(1) = 0$ при условии $\int_0^1 \lambda y dx = 1$. При каком значении λ решением будет $y = 6x - 6x^2$?

- $\lambda = 1$
- Не существует такого вещественного λ
- При любом, отличном от 0
- $\lambda =- 1$

5.3. Определить вид вспомогательного функционала L и найти кратчайшее расстояние между точками, лежащими на ••• [2]

1. Определить вид вспомогательного функционала L и найти кратчайшее расстояние l между точками A(1,1,-4) и B(2,2,-3), лежащими на поверхности $x + 2y - 3z - 15 = 0$.

- $\int_{-4}^{-3} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} - \lambda(x)(x + 2y - 3z - 15)]dx,\ l = \sqrt{3}$
- $\int_{1}^{2} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} + \lambda(x)(x + 2y - 3z - 15)]dx,\ l = \sqrt{3}$
- $\int_{-4}^{-3} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} + \lambda(x)(x + 2y - 3z - 15)]dx,\ l = 2$
- $\int_{1}^{2} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} - \lambda(x)(x + 2y - 3z - 15)]dx,\ l = \sqrt{3}$

2. Определить вид вспомогательного функционала L и найти кратчайшее расстояние l между точками A(1,1,0) и B(4,2,-1), лежащими на поверхности $x - y + 2z = 0$.

- $\int_{1}^{4} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} + \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = \sqrt{11}$
- ❌ $\int_{1}^{2} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} + \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = \frac{1}{9}$
- ❌ $\int_{1}^{4} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} - \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = \sqrt{11}$
- $\int_{1}^{2} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} - \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = 2\sqrt{11}$

3. Определить вид вспомогательного функционала L и найти кратчайшее расстояние l между точками A(1,1,-4) и B(2,2,-3), лежащими на поверхности $x - y + 2z = 0$.

- ❌ $\int_{1}^{2} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} + \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = \frac{1}{9}$
- $\int_{1}^{4} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} + \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = \sqrt{11}$
- $\int_{1}^{4} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} - \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = \sqrt{11}$
- $\int_{1}^{2} [\sqrt{1 + y'^2 + z'^2} - \lambda(x)(x - y + 2z)]dx,\ l = 2\sqrt{11}$

1. Найти экстремали в вариационной задаче

Дано:

- $\int_{x0}^{x1} F dx;\ y(x0) = y0;\ y(x1) = y1$

Варианты ответов:

- (Разные y-ки)
- “Не существует экстремали, удовлетворяющей краевым условиям”

Решение:

1) Подставляем в y-ки x0, x1. Отбрасываем те варианты, где y не равен соответствующим y0, y1.
2) Строим Эйлерину для F:
   $F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0$
3) После строительства подставляем в него оставшиеся y-ки. Тот, который подошел, будет ответом. Если никто не подошел - ответ “не существует”

2. Проверить условия Якоби

Дано:

- $\int_{...}^{...} F dx;\ y(x0) = y0;\ y(x1) = y1$

Варианты ответов:

- (Разные u-шки, выполняется/не выполняется)

Решение:

1) Подставляем в u-шки x0. Где u не равен 0, не выполняется
2) Проверяем, если u != 0 при всех x: x0<x<=x1. Если да, то вторая часть ответа - выполняется.
3) Если осталось несколько u-шек, строим Якобу:
   $(F_{yy} - \frac{d}{dx} F_{yy'})u - \frac{d}{dx}(F_{y'y'} u') = 0$
4) Решаем получившуюся дифурину относительно u. В ответ пишем результат.

3. Наименьшее значение a, при котором функционал НЕ удовлетворяет условию Якоби

Дано:

- $\int_{x0}^{a} F dx;\ y(x0) = y0;\ y(a) = b$

Варианты ответов:

- (Разные a-шки)
- Любое a
- Не существует такого a

Решение:

1. Строим Якобу, решаем относительно u:
   $(F_{yy} - \frac{d}{dx} F_{yy'})u - \frac{d}{dx}(F_{y'y'} u') = 0$
2. Находим константы через $u(x0) = 0$, подставляем в u
3. Решаем получившееся $u(x) = 0$, ответом будет x (либо зануление происходит между x0 и вариантом ответа)

4. При каких значениях параметра a удовлетворяет условию Якоби функционал

Дано:

- $\int_{x0}^{a} F dx;\ y(x0) = y0;\ y(a) = b$

Варианты ответов:

- (Разные a-шки)
- Не выполняется для любого a
- Не существует такого a

Решение:

1. Строим Якобу, решаем относительно u:
   $(F_{yy} - \frac{d}{dx} F_{yy'})u - \frac{d}{dx}(F_{y'y'} u') = 0$
2. Выбираем из вариантов такой a, чтобы u(a) != 0 (между x и a тоже не должно зануляться)

5. Исследование экстремумов
Дано:
- $\int\limits_{x0}^{x1} F dx;\ y(x0) = y0;\ y(x1) = y1$

Варианты ответов:
- (Разные y-ки, сильный/слабый минимум/максимум)

Решение:
1. Откидываем различные y-ки по граничным
2. Если осталось несколько y-ков, строим Эйлерину, подставляем их. Где не выполнится - откинуть
   $F_y - \frac{d}{dx}F_{y'} = 0$
3. Проверяем Лежандру, подозреваем ее на ответ
   $F_{y'y'} \geq 0$ - min; $F_{y'y'} \leq 0$ - max
4. Еще проверяем Якобу. Если не выполнится - то экстремистов нету
   $(F_{yy} - \frac{d}{dx}F_{yy'})u - \frac{d}{dx}(F_{y'y'}u') = 0$
5. Проверяем Веерштрассу ($F(x, y, y') - F(x, y, p) - (y' - p)F_p(x, y, p)$)
   если сохраняет знак при $x_0 < x \leq x_1$ и всех y' => экстремум силён
   если меняет знак => слабый видимо

6. Искать кратчайшее расстояния между штучками
Дано:
- (Две штучки в виде уравнений или точек)

Варианты ответов:
- (Чиселки)

Решение:
1. Для данных задач будет такая база:
   $V[y] = \int\limits_{x0}^{x1} \sqrt{1 + y'^2}dx;\ y = C_1x + C_2$
2. Найти надо x_0, x_1, C_1, C_2. Если одна из штук - точка, берем соотв. x оттуда. Далее пользуемся приравниванием штучек к y и трансиками для поиска констант.
3. Когда они найдены, подставляем их в интеграл из базы и решаем. Получаем ответа.

7. Искать функцию, реализующую экстремум функционала
Дано:
- $V[y] = \int\limits_{x0}^{x1} F dx$
- (Два условия)

Варианты ответов:
- (Разные y-ки)

Решение:
1. Определяем общий вид решения y из Эйлерины либо из ответов (легче)
2. Найти надо $x_0, x_1, C_{\text{шки}}$. Пользуемся условиями и трансиками (или микротрансиками) для поиска констант.
3. Когда они найдены, подставляем их в общий вид. Получаем ответа.

8. Искать экстремали в изопериметрической задаче
Дано:
- $V[y] = \int\limits_{x0}^{x1} F dx$
- (Два краевых условия)
- (Одно интегральное условие)

Варианты ответов:
- (Разные y-ки)

Решение:
1. Используем помогатор
   $L = F(x, y, y') + \lambda G(x, y, y')$

2. Ищем общий вид y через помогатора в Эйлерине либо через ответы (только если в них есть λ)
   $F_y - \frac{d}{dx}F_{y'} = 0$
3. Ищем константы и лямбду через краевые условия и через интегральное условие
4. Подставляем все это в общий вид и получаем ответ

9. Найти λ в изопериметрической задаче

Дано:
- $V[y] = \int_{x0}^{x1} F dx$
- (Два краевых условия)
- (Одно интегральное условие)
- $y =$...

Варианты ответов:
- (Разные λ-ы)
- Не существует
- При любом

Решение:
1. Используем помогатор
   $L = F(x, y, y') + \lambda G(x, y, y')$
2. Ищем общий вид y через помогатора в Эйлерине
   $F_y - \frac{d}{dx}F_{y'} = 0$
3. Ищем константы и лямбду через краевые условия и через интегральное условие

10. Определить вид вспомогательного функционала

Дано:
- A(x0, y0, z0), B(x0, y0, z0)
- Поверхность

Варианты ответов:
- (Разные L-ы)

Решение:
1. Вычеркиваем варианты, где интеграл не от x0 до x1
2. Вычеркиваем варианты, где в L "$- \lambda(x)$"
3. Надеемся что остался один с $+ \lambda(x)$, иначе придется искать значение l (а как если лямбда теперь функция?)