

Matematični izrazi in uporaba paketa beamer

Matematičnih nalog ni treba reševati!

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko

Paket beamer

Paketa amsmath in amsfonts

Matematika, 1. del

Stolpci in slike

Paket beamer in tabele

Matematika, 2. del

Paket beamer

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico,

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic,

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic, ter nekateri drugi ukazi, ki jih najdemo v paketu `beamer`.

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic, ter nekateri drugi ukazi, ki jih najdemo v paketu `beamer`.

Primer

Verjetno ste že opazili, da za naslovno prosojnico niste uporabili ukaza `maketitle`, ampak ukaz `titlepage`.

Opomba

Okolja za poudarjene bloke so `block`, `exampleblock` in `alertblock`.

Pozor!

Začetek poudarjenega bloka (ukaz `begin`) vedno sprejme dva parametra: okolje in naslov bloka. Drugi parameter (za naslov) je lahko prazen.

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil $1, 2, \dots, p$.

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil $1, 2, \dots, p$.
- Število $q + 1$ ni deljivo z nobenim praštevilom, torej je $q + 1$ praštevilo.

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p **največje** praštevilo.
- Naj bo q produkt števil $1, 2, \dots, p$.
- Število $q + 1$ ni deljivo z nobenim praštevilom, torej je $q + 1$ praštevilo.
- To je protislovje, saj je $q + 1 > p$. □

Paketa amsmath **in** amsfonts

Izračunajte determinanto

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & 8 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

V pomoč naj vam bo Overleaf dokumentacija o matrikah:

► Matrices

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$(a + b)^n = \dots$$

$$= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Okolje `align` in `align*`

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$(a + b)^n = (a + b)(a + b) \dots (a + b)$$

$$= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Okolje align in align*

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$\begin{aligned}(a + b)^n &= (a + b)(a + b) \dots (a + b) \\ &= a^n + na^{n-1}b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + nab^{n-1} + b^n \\ &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k\end{aligned}$$

Nariši grafe funkcij:

$$y = x^2 - 3|x| + 2$$

$$y = \log_2(x - 2) + 3$$

$$y = 2^{x-3} + 1$$

$$y = 3\sin(\pi + x) - 2$$

$$y = 2\sqrt{x^2 + 15} + 6$$

$$y = \cos(x - 3) + \sin^2(x + 1)$$

Poišči vse rešitve enačbe

$$\begin{aligned}(1 + x + x^2) \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^9 + x^{10}) &= \\ &= (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^2.\end{aligned}$$

Dana je funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2y - y^3}{x^2 + y^2}; & (x, y) \neq (0, 0), \\ a; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Določi a , tako da izračunaš limito $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$.
- Izračunaj parcialna odvoda $f_x(x, y)$ in $f_y(x, y)$.

Matematika, 1. del

Analiza, logika, množice

1. Poišči preneksno obliko formule

$$\exists x : P(x) \wedge \forall x : Q(x) \Rightarrow \forall x : R(x).$$

2. Definiramo množici $A = [2, 5]$ in $B = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. V ravnino nariši:

2.1 $A \cap B \times \emptyset$

2.2 $(A \cup B)^{\mathbb{C}} \times \mathbb{R}$

3. Dokaži:

- $(A \Rightarrow B) \sim (\neg B \Rightarrow \neg A)$
- $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$

1. Pokaži, da je funkcija $x \mapsto \sqrt{x}$ enakomerno zvezna na $[0, \infty)$.
2. Katero krivuljo določa sledeč parametričen zapis?

$$x(t) = a \cos t, \quad y(t) = b \sin t, \quad t \in [0, 2\pi]$$

3. Pokaži, da ima $f(x) = 3x + \sin(2x)$ inverzno funkcijo in izračunaj $(f^{-1})'(3\pi)$.
4. Izračunaj integral $\int \frac{2 + \sqrt{x+1}}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}} dx$
5. Naj bo g zvezna funkcija. Ali posplošeni integral $\int_0^1 \frac{g(x)}{x^2} dx$ konvergira ali divergira? Utemelji.

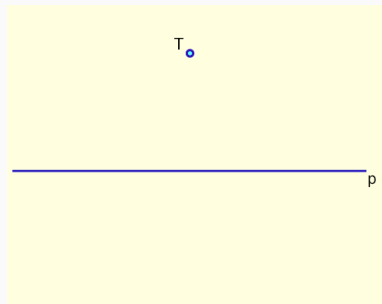
1. Naj bo z kompleksno število, $z \neq 1$ in $|z| = 1$. Dokaži, da je število $i \frac{z+1}{z-1}$ realno.
2. Poenostavi izraz:

$$\frac{\frac{3+i}{2-2i} + \frac{7i}{1-i}}{1 + \frac{i-1}{4} - \frac{5}{2-3i}}$$

Stolpci in slike

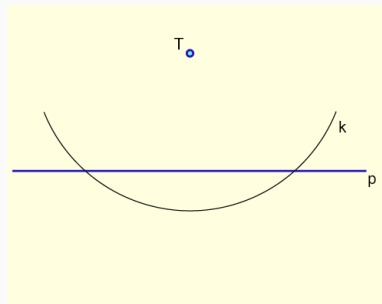
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .



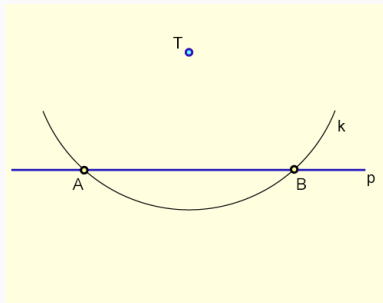
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .



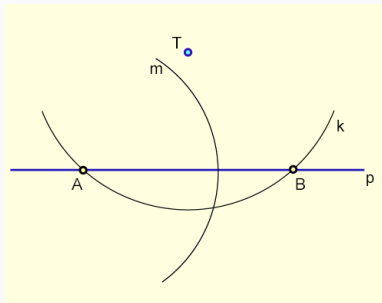
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .



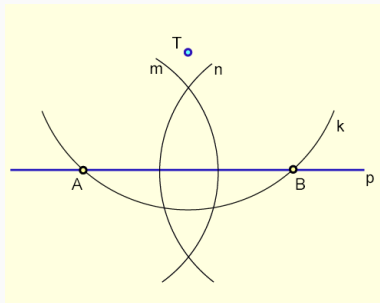
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .



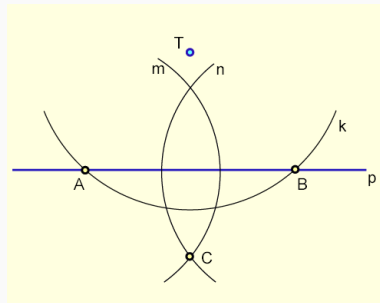
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.



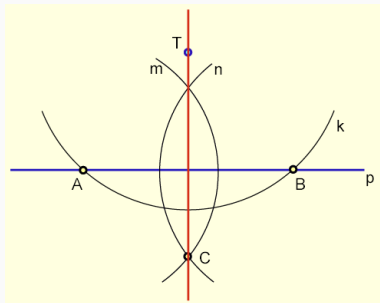
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .



Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .
- Premica skozi točki T in C je pravokotna na p .



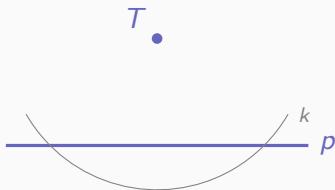
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .



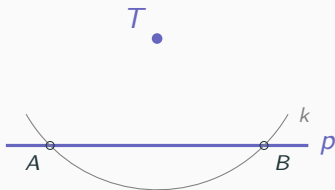
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .



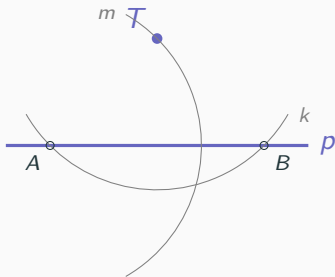
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .



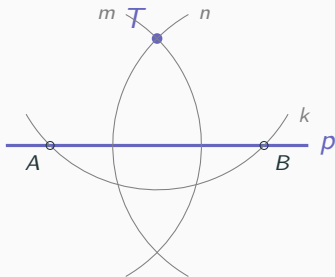
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .



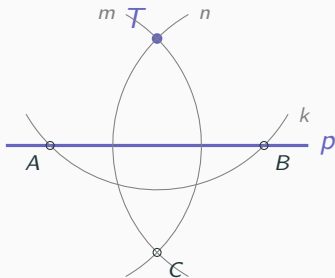
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.



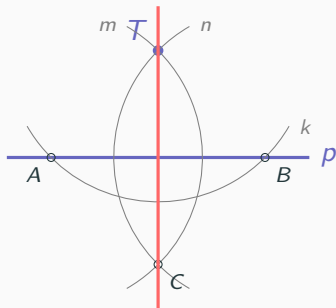
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .

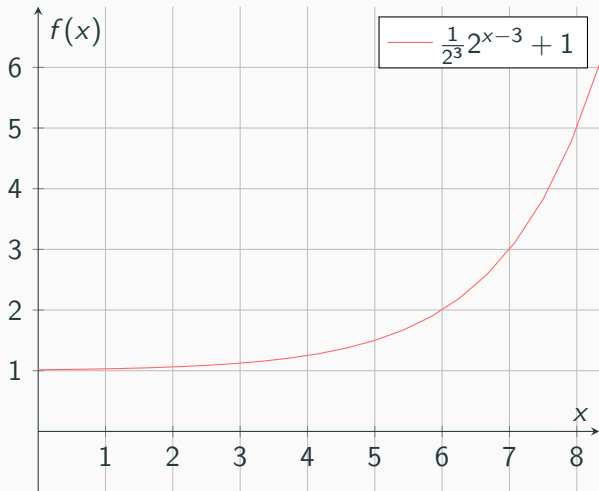


Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .
- Premica skozi točki T in C je pravokotna na p .



Graf funkcije s TikZ



Paket beamer in tabel

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
--------	---	---	---	---

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6
Z	5	6	7	8

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	
X	
Y	
Z	

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A
X	1
Y	3
Z	5

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B
X	1	2
Y	3	4
Z	5	6

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B	C
X	1	2	3
Y	3	4	5
Z	5	6	7

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6
Z	5	6	7	8

Matematika, 2. del

Zaporedja, algebra, grupe

Zaporedja, vrste in limite

1. Naj bo $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolutno konvergentna vrsta in $a_n \neq -1$.
Dokaži, da je tudi vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ absolutno konvergentna.
2. Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x}).$$

3. Za dani zaporedji preveri, ali sta konvergentni.

$$a_n = \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ korenov}}$$

$$b_n = \underbrace{\sin(\sin(\dots(\sin 1)\dots))}_{n \text{ sinusov}}$$

1. Vektorja $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ sta pravokotna in imata dolžino 1. Določi kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} .
2. Izračunaj $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}^{-2025}$

Velika determinanta

Izračunaj naslednjo determinanto $2n \times 2n$, ki ima na neoznačenih mestih ničle.

$$\begin{vmatrix}
 1 & & & & 1 & & & & \\
 & 2 & & & 2 & & & & \\
 & & \ddots & & \vdots & & & & \\
 & & & n-1 & n-1 & & & & \\
 1 & 2 & \cdots & n-1 & n & n+1 & n+2 & \cdots & 2n \\
 & & & & n+1 & n+1 & & & \\
 & & & & n+2 & & n+2 & & \\
 & & & & \vdots & & & \ddots & \\
 & & & & 2n & & & & 2n
 \end{vmatrix}$$

Naj bo

$$G = \{z \in \mathbb{C}; z = 2^k(\cos(m\pi\sqrt{2}) + i\sin(m\pi\sqrt{2})), k, m \in \mathbb{Z}\}$$

$$H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x, y \in \mathbb{Z}\}$$

1. Pokaži, da je G podgrupa v grupi $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ neničelnih kompleksnih števil za običajno množenje.
2. Pokaži, da je H podgrupa v aditivni grupi $(\mathbb{R}^2, +)$ ravninskih vektorjev za običajno seštevanje po komponentah.
3. Pokaži, da je preslikava $f : H \rightarrow G$, podana s pravilom

$$(x, y) \mapsto 2^x(\cos(y\pi\sqrt{2}) + i\sin(y\pi\sqrt{2}))$$

izomorfizem grup G in H .