1 Uvod v teorijo grup

1.1 Grupa permutacij

- Zapis s transpoziciji: $(i_1 i_2 \dots i_n) = (i_1 i_n)(i_1 I_{n-1}) \dots (i_1 i_3)(i_1 i_2)$
- Inverz k-cikla: $(i_1 i_2 \dots i_k)^{-1} = (i_k i_{k-1} \dots i_2 i_1)$
- Konjugiranje: $\pi \in S_n \implies \pi(i_1 i_2 \dots i_k)\pi^{-1} = (\pi(i_1)\pi(i_2) \dots \pi(i_k))$
- Generatorji:
  - $S_n = \langle (12), (13), (1n) \rangle = \langle (12)(23) \dots (n-1, n) \rangle = \langle (12), (12 \dots n) \rangle$

1.2 Diedrska grupa D_{2n}

- $z^k r = r^{-k} z = r^{n-k} z$
- $r^k z$ so zrcaljenja, $(r^k z)^2 = 1$

1.3 Podgrupe

- $H, K \leq G \implies |HK| = \frac{|H||K|}{|H \cap K|}$.

1.4 Ciklične grupe

- Vsaka podgrupa ciklične grupe je ciklična
- Podgrupe v $\mathbb{Z}$ so oblike $n\mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$
- Podgrupe v $\mathbb{Z}_n$ so $\mathbb{Z}_d$, kjer $d \mid n$
- $G = \langle a \rangle, |G| < \infty \implies G = \langle a^k \rangle \iff \gcd(k, n) = 1$
- $k \in Z_n \implies \operatorname{red} k = \frac{n}{\gcd(n,k)}$
- Konjugiranje ohranja red elementa

1.5 Generatorji grup

- Oglejmo vsi možni produkti in poiščemo izomorfizem.

1.6 Splošno

- $f : X \to X$ preslikava. Velja:
  - f ima levi inverz: $g \circ f = \mathrm{id}$ natanko tedaj, ko je f injektivna. Če f tudi ni surjektivna, potem ima več levih inverzov.
  - f ima desni inverz: $f \circ h = \mathrm{id}$ natanko tedaj, ko je f surjektivna. Če f tudi ni surjektivna, potem ima več desnih inverzov.
- Lastnosti ortogonalnih, unitarnih itn. matrik.
- Generatorji grup

2 homomorfizem

- Matrike so obrnljive? Morda to je $\mathbb{H}$?