

1 Kvocientni prostori

1.1 Kvocientna topologija

1. Kvocientna topologija

Naj bo (X, \mathcal{T}) topološki prostor in \sim ekvivalenčna relacija na X .

- **Definicija.** Ekvivalenčni razred elementa $x \in X$. Kvocientna množica. Kvocientna projekcija.
- **Opomba.** Kako si lahko predstavljamo ekvivalenčni razredi?
- **Definicija.** Kvocientna topologija.
- **Trditev.** \mathcal{T}/\sim je topologija na X/\sim
- **Opomba.** Karakteriziraj odprte/zaprte množice v X/\sim . Kaj pomeni vsaka implikacija posebej?
- **Primer.** Ali je kvocientna projekcija vedno odprta/zaprta?
- **Definicija.** Nasičenje množice $A \subseteq X$
- **Trditev.** Naj bo $A \subseteq X$
 - Kdaj je $q_*(A) \subseteq X/\sim$ odprta/zaprta?
 - Zadosten pogoj, da je kvocientna projekcija odprta/zaprta.

1.2 Kvocientne preslikave

1. Kvocientne preslikave

Naj bo (X, \mathcal{T}) topološki prostor in \sim ekvivalenčna relacija na X .

- **Trditev.** Kdaj je f določa preslikavo $\bar{f} : X/\sim \rightarrow Y$? Kaj za njo velja? Kdaj je \bar{f} zvezna, surjektivna ali injektivna?

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{f} & Y \\ q \downarrow & \nearrow \bar{f} & \\ X/\sim & & \end{array}$$

- **Opomba.** Kdaj je \bar{f} homeomorfizem v jeziku množic iz Y ?
- **Definicija.** Kvocientna preslikava. Kvocientnost v ožjem smislu.
- **Opomba.** Ali je kvocientna projekcija kvocientna preslikava?
- **Lema.** Naj bo $f : X \rightarrow Y$ zvezna in surjektivna. Zadosten pogoj, da je f kvocientna.
- **Izrek.** O prepoznavi kvocienta.

2. Operacije s kvocientnimi preslikavami

- **Trditev.** Naj bosta $f : X \rightarrow Y$ in $g : Y \rightarrow Z$ preslikavi.
 - Kaj lahko povemo o kompozitumu kvocientnih preslikav?
 - Kaj če je $g \circ f$ kvocientna in sta f, g zvezni?
- **Trditev.** Zadostni pogoji na f , da porodi homeomorfizem \bar{f} :

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{f} & Y \\ q_X \downarrow & \searrow q_Y \circ f & \downarrow q_Y \\ X/\sim_X & \xrightarrow{\bar{f}} & Y/\sim_Y \end{array}$$

1.3 Deljivost topoloških lastnosti

1. Deljivost topoloških lastnosti

Naj bo (X, \mathcal{T}) topološki prostor in \sim ekvivalenčna relacija na X .

- **Definicija.** Kdaj rečemo, da je topološka lastnost deljiva?
- **Trditev.** Karakterizacija T_1 za prostor X/\sim
- **Izrek.** Izrek Aleksandrova [brez dokaza]
- **Opomba.** Kako lahko karakteriziramo Cantorjevo množico? Kako jo lahko surjektivno zvezno preslikamo na interval $[0, 1]$? Ali je preslikava iz izreka Aleksandrova kvocientna?
- **Trditev.** Deljive in nedeljive lastnosti.