

1 Kinematika

Enakomerno pospešeno gibanje ($a := \frac{dv}{dt} = \text{const}$).

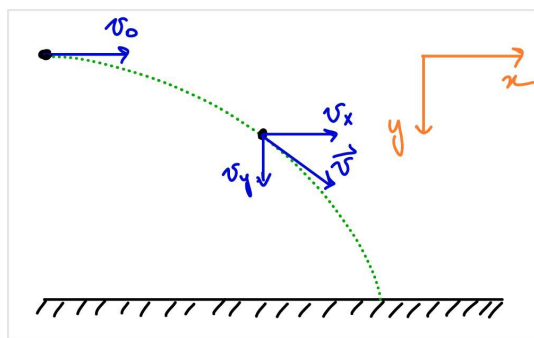
- $dv = a dt \Rightarrow \int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt \Rightarrow v - v_0 = at \Rightarrow \boxed{v = v_0 + at}$
- $v := \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = (v_0 + at) dt \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t (v_0 + at) dt \Rightarrow \boxed{s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2}$
- $v = \frac{ds}{dt}, a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v dt = ds, a dt = dv \Rightarrow \frac{v}{a} = \frac{ds}{dv} \Rightarrow v dv = a ds \Rightarrow \int_{v_0}^v v dv = \int_0^s a ds$
 $\Rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = as \Rightarrow \boxed{v^2 - v_0^2 = 2as}$ (če imamo delo z pojemkom, spremenimo predznak)
- **Enakomerno gibanje:** Vzemimo $a = 0$

Prosti pad ($v_0 = 0, g = 9.8 \text{ m/s}^2$).

- $v = gt, t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, h = \frac{1}{2}gt^2$

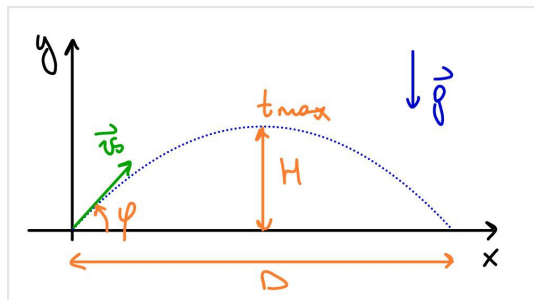
Relativna hitrost: $\vec{v}_r = \vec{v}_1 - \vec{v}_2, v_r = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|$

Vodoravni met



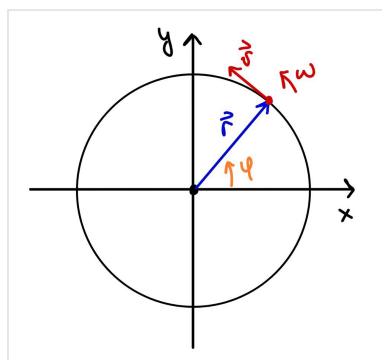
- $x(t) = v_0 t, y(t) = \frac{1}{2}gt^2$
- $v_x = v_0 = \text{const}, v_y(t) = gt$

Poševni met



- $x(t) = v_0 t \cos \phi, y(t) = v_0 t \sin \phi - \frac{1}{2}gt^2$
- $v_x = v_0 \cos \phi, v_y(t) = v_0 \sin \phi - gt$
- $\boxed{t_{\max} = \frac{v_0 \sin \phi}{g}, D = \frac{v_0^2 \sin 2\phi}{g}, H = \frac{v_0^2 \sin^2 \phi}{2g}}$
- Gibanje lahko razdelimo na dva dela: do H_{\max} (poševni met) in po H_{\max} (vodoravni met)
- Vodoravni met je poseben primer poševnega meta pri $\phi = 0$

Kroženje



- $\vec{r}(t) = r(\cos \phi, \sin \phi), \vec{v}(t) = r\omega(-\sin \phi, \cos \phi)$, kjer $\omega = \dot{\phi}$ **kotna hitrost**
 $- s = r\phi$, če merimo ϕ v radianih
- $a(t) = r\alpha(-\sin \phi, \cos \phi) + r\omega^2(-\cos \phi, -\sin \phi)$, kjer $\alpha = \ddot{\phi}$ **kotni pospešek**
 $- \vec{a}_t = r\alpha(-\sin \phi, \cos \phi)$ je tangenti pospešek (spreminjanje velikosti \vec{v})
 $- \vec{a}_r = r\omega^2(-\cos \phi, -\sin \phi)$ je radialni pospešek (spreminjanje smeri \vec{v})
- $\boxed{v = r\omega, a_t = r\alpha, a_r = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}, a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}}$
- $\omega = 2\pi\nu, \nu = \frac{1}{t_0}$, kjer t_0 je čas enega obrata, ν je **frekvenca**
- Enakomerno pospešeno kroženje ima iste enačbe kot enakomerno pospešeno gibanje

Vektorski opis kroženja

- Definiramo $\vec{\phi} = (0, 0, \phi)$ (smer $\vec{\phi}$ lahko dobimo po pravilu desnega vijaka), potem
 - $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
 - $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

Splošno gibanje

- $R = \frac{v^2}{a_r}$, $\omega = \frac{a_r}{v}$, $\alpha = \frac{a_t a_r}{v^2}$ (vsako gibanje je trenutno kroženje), a_t, a_r sta komponenti g

Splošni nasveti

- Lahko obrnemo čas (začetek = konec)!

2 Dinamika

Newtonovi zakoni

- $\sum \vec{F} = 0 \implies \vec{v} = \text{const}$
- $\sum \vec{F} = m\vec{a}$
- $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Sila trenja

- $F_{\text{tr}} \leq k_{\text{tr}} \cdot F_N$, kjer je F_N normalna sila

Sila vzmeti

- $F_{\text{vz}} = kx$, kjer je k koeficient vzmeti in je x raztezek

Težišče

- Težišče** je $\vec{r}_T = \frac{1}{M} \sum m_j \vec{r}_j$, kjer je $M = \sum m_j$ **skupna masa**
- II. Newtonov zakon za težišče:** $\sum \vec{F}_{\text{zun}} = M\vec{a}_T$

Splošni nasveti

- Zapišemo vse sile, ki delujejo v našem sistemu. Sistem lahko izberimo poljubno
- Ponavadi \vec{F}_g razbijemo na statično in dinamično komponento
- Sile vrvi na škripec delujejo vzdolž vrvi:

Neinercialni sistemi

Naj bo K_1 ne pospešen (inercialni) sistem. Zapišemo II. Newtonov zakon v različnih neinercialnih (pospešenih) sistemih.

- Linearno pospešen sistem K_2 z pospeškom \vec{a}_0**
 - II. Newtonov zakon:** $\vec{F}_1 + \vec{F}_{\text{sist}} = m\vec{a}_2$, kjer $\vec{F}_{\text{sist}} = -m\vec{a}_0$
 - * \vec{F}_1 je rezultanta vseh sil na telo v sistemu K_1
 - * $\vec{a}_2 = \vec{a}_1 - \vec{a}_0$ je pospešek telesa v sistemu K_2
- Sistem K_2 se vrsti okoli fiksne osi s kotno hitrostjo $\omega = \omega(t)$**
 - II. Newtonov zakon:** $\vec{F}_1 - m\vec{\alpha} \times \vec{r} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}_2 - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = m\vec{a}_2$
 - * $-m\vec{\alpha} \times \vec{r}$ je **tangentna sila** (pospešuje vrtenje)
 - * $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}_2$ je **Coriolisova sila**
 - * $-m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ je **centrifugalna sila** (lahko jo ne upoštevamo pri delu z gravitacijo)
 - * \vec{v}_2 je hitrost telesa v sistemu K_2 , \vec{a}_2 je pospešek telesa v sistemu K_2

3 Energija

Ko čas gre iz igre (nas ne zanima kdaj se nekaj zgodilo) se lahko ukvarjamo z energijo.

Konetična energija točkastega delca

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} / \cdot d\vec{s} \implies \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = \Delta(W_k), (*)$$

kjer $W_k = \frac{mv^2}{2}$ **kinetična energija** točkastega delca, $[W_k] = \text{J} = \text{Nm}$.

- $\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = A$ je **delo** sile \vec{F} , kjer $d\vec{s}$ je premik **prijemališča** sile
- (*)** je izrek o mehanske (kinetične energije)

Sistem točkastih teles: $\int_1^2 \vec{F}_{\text{zun}} \cdot d\vec{s}_T = \Delta(W_{k, T})$, kjer $W_{k, T} = \frac{1}{2}mv_T^2$ **kinetična energija težišča**

- $\tilde{A}_{\text{zun}} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{zun}} \cdot d\vec{s}_T$ je **psevdodelo** rezultante zunanjih sil

Potencialna in prožnostna energija

Eksplisitno izračunamo delo silo teže in delo sile vzmeti, dobimo:

$$A_{F_g} = -mgh \quad \text{in} \quad A_{vz} = \frac{1}{2}ks^2$$

Potem lahko zapišemo **izrek o mehanske energije** v oblike

$$\tilde{A}_{\text{zun}} = \Delta(W) = W_{\text{konec}} - W_{\text{začetek}}, \quad W = W_k + W_p + W_{\text{pr}}$$

kjer je $W_p = mgh$ **potencialna energija** in $W_{\text{pr}} = \frac{1}{2}ks^2$ **prožnostna energija** ter \tilde{A}_{zun} psevdodelo vseh zunanjih sil razen sile teže in sil vzmeti. V posebnem primeru, ko ni zunanjih sil: $\tilde{A}_{\text{zun}} = 0$, tj. energija se ohranja.

Moč

Včasih je pomembno, kako hitro opravimo neko delo.

- Moč** P je $P = \frac{dA}{dt}$, $[P] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{Watt}$

4 Gibalna količina

Točkasto telo

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} / \cdot d\vec{t} \implies \int \vec{F} \cdot d\vec{t} = m(v_{\text{konec}} - v_{\text{začetek}}) \implies \int_1^2 \vec{F} dt = \Delta\vec{G}, (*)$$

- (*)** je **izrek o gibalne količine**
- $\vec{G} = m\vec{v}$ je **gibalna količina** za točkasto telo
- $\int_1^2 \vec{F} dt$ je **sunek sile**

Sistem točkastih teles: $\int_1^2 \vec{F}_z dt = \Delta\vec{G}_T$

- Če $\int_1^2 \vec{F} dt = 0$ ali $\int_1^2 \vec{F}_z dt = 0$, potem gibalna količina se ohranja

Trki

1. **Neelastični (neprožni) trk:** telesa se zlepijo in po trku gibljejo skupaj

- Gibalna količina se ohranja
- W_k se NE ohranja \rightsquigarrow stvari se segrejejo

2. **Elastični trk:** telesa se odbijejo

- Gibalna količina se ohranja
- W_k se ohranja
- $v_1 = -\frac{1-\mu}{1+\mu}v, \quad v_2 = \frac{2\mu}{1+\mu}v$, kjer $\mu = \frac{m}{M}$

Sila curka

- $\vec{F}_c = \phi_m \Delta v$, kjer je $\phi_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}$ **masni tok**
 - $\phi_m = \frac{dm}{dt} = \phi_V \rho$, kjer je $\phi_V = \frac{dV}{dt} = \frac{Sv}{dt} = Sv$ **prostorninski tok**
 - Zapišemo izrek o gibalne količine (sunek sile je enak spremembe gibalne količine)

Raketa

- Za sistem si izberimo raketo + majhni drobec goriva. Gibalna količina se ohranja. Dobimo enačbo:
 - $u dm_g = m dv$, kjer u hitrost izpušnih plinov glede na raketo in m trenutna masa rakete in goriva
 - * Definiramo: $dm = m - (m + dm_g) \Rightarrow dm = -dm_g$, dobimo: $dm = -dm_g$

Splošni nasveti

- Izberimo si sistem, za kateri znamo zapisati želene količine
- Poglejmo tik do in po trku
- Lahko zapišemo gibalno količina za celoten sistem ali za vsako telo posebej

Splošno

- **Kosinusni izrek.** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$, kjer je α kot med stranicama a in b
- **Vektorski produkt.** $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$, $|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \alpha$, $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
- **Radiani - Stopinji.** $1 \text{ rd} = 1 \text{ deg} \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$

Osnovne konstante

Velikost	Oznaka	Vrednost
Hitrost svetlobe v vakuumu	c	$2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$
Hitrost zvoka v zraku (pri 20°C)	v_{zvok}	343 m/s
Gostota vode (pri 4°C)	ρ_{voda}	1000 kg/m^3
Gostota zraka (pri 20°C in 1 atm)	ρ_{zrak}	$1,204 \text{ kg/m}^3$
Gravitacijski pospešek	g	$9,81 \text{ m/s}^2$
Planckova konstanta	h	$6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Masa elektrona	m_e	$9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masa protona	m_p	$1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Elementarni naboj	e	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Boltzmannova konstanta	k_B	$1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Tabela 1: Osnovne fizikalne konstante v mehaniki in sorodnih področjih

Splošni nasveti

- Če se da, izognemo se kvadratnih enačb