# 1 Kvocientni prostori

## 1.1 Kvocientna topologija

#### 1. Kvocientna topologija

Naj bo  $(X, \mathcal{T})$  topološki prostor in  $\sim$  ekvivalenčna relacija na X.

- **Definicija.** Ekvivalenčni razred elementa  $x \in X$ . Kvocientna množica. Kvocientna projekcija.
- *Opomba*. Kako si lahko predtavljamo ekvivalenčni razredi?
- **Definicija.** Kvocientna topologija.
- Trditev.  $T/_{\sim}$  je topologija na  $X/_{\sim}$
- Opomba. Karakteriziraj odprte/zaprte množice v  $X/_{\sim}$ . Kaj pomeni vsaka implikacija posebej?
- Primer. Ali je kvocientna projekcija vedno odprta/zaprta?
- **Definicija.** Nasičenje množice  $A \subseteq X$
- **Trditev.** Naj bo  $A \subseteq X$ 
  - Kdaj je  $q_*(A) \subseteq X/_{\sim}$  odprta/zaprta?
  - Zadosten pogoj, da je kvocientna projekcija odprta/zaprta.

## 1.2 Kvocientne preslikave

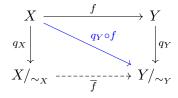
#### 1. Kvocientne preslikave

Naj bo  $(X, \mathcal{T})$  topološki prostor in  $\sim$  ekvivalenčna relacija na X.

• Trditev. Kdaj je f določa preslikavo  $\overline{f}: X/_{\sim} \to Y$ ? Kaj za njo velja? Kdaj je  $\overline{f}$  zvezna, surjektivna ali injektivna?



- Opomba. Kdaj je  $\overline{f}$  homeomorfizem v jeziku množic iz Y?
- **Definicija.** Kvocientna preslikava. Kvocientnost v ožjem smislu.
- *Opomba*. Ali je kvocientna projekcija kvocientna preslikava?
- Lema. Naj bo  $f: X \to Y$  zvezna in surjektivna. Zadosten pogoj, da je f kvocientna.
- **Izrek.** O prepoznavi kvocienta.
- 2. Operacije s kvocientnimi preslikavami
  - **Trditev.** Naj bosta  $f: X \to Y$  in  $g: Y \to Z$  preslikavi.
    - Kaj lahko povemo o kompozitumu kvocientnih presliakav?
    - Kaj če je  $g \circ f$  kvocientna in sta f, g zvezni?
  - Trditev. Zadostni pogoji na f, da porodi homeomorfizem  $\overline{f}$ :



## 1.3 Deljivost topoloških lastnosti

#### 1. Deljivost topoloških lastnosti

Naj bo  $(X, \mathcal{T})$  topološki prostor in  $\sim$  ekvivalenčna relacija na X.

- **Definicija.** Kdaj rečemo, da je topološka lastnost deljiva?
- **Trditev.** Karakterizacija  $T_1$  za prostor  $X/_{\sim}$
- Izrek. Izrek Aleksandrova [brez dokaza]
- *Opomba*. Kako lahko karakteriziramo Cantorjevo množico? Kako jo lahko surjektivno zvezno preslikamo na interval [0, 1]? Ali je preslikava iz izreka Aleksandrova kvocientna?
- **Trditev.** Deljive in nedeljive lastnosti.