1 Hilbertovi prostori

1. Vektorski prostor s skalarnim produktom
   Naj bo X vektorski prostor nad $\mathbb{R}$ (ali nad $\mathbb{C}$).
   - **Definicija.** Skalarni produkt.
   - **Trditev.** Cauchy-Schwartzova neenakost.
   - **Definicija.** Norma na vektorskem prostoru X.
   - **Trditev.** Norma, ki je dobljena iz skalarnega produkta.
   - **Trditev.** Metrični prostor, porojeni z normo.
2. Hilbertovi prostori
   - **Definicija.** Hilbertov prostor. Banachov prostor.
   - **Zgled.** Standardni skalarni produkti na $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{C}^n$. Norme, ki ne pridejo iz skalarnega produkta.
3. Prostor $L^2([a,b])$
   - **Trditev.** Standardni skalarni produkt na prostoru $C([a,b])$.
   - **Trditev.** Ali je prostor $C([a,b])$ s standardnim skalarnim produktom Hilbertov?
   - **Zgled.** Kako lahko napolnimo prostor $((0,1),d_2)$?
   - **Definicija.** Kadar pravimo, da lahko napolnimo metrični prostor (M,d)? Napolnitev prostora.
   - **Opomba.** Kaj je ponavadi prostor $\overline{M}$?
   - **Opomba.** Prostor $L^1(A)$.
   - **Definicija.** Prostor $L^2([a,b])$.
   - **Opomba.** Ali je produkt dveh $L^2([a,b])$ funkcij $L^1([a,b])$ funkcija? Skalarni produkt na $L^2([a,b])$
   - **Trditev.** Ali je $L^2([a,b])$ vektorski prostor nad $\mathbb{R}$?
   - **Opomba.** Ali je $C([a,b]) \subseteq L^2([a,b])$? Ali je $C([a,b])$ gost v $L^2([a,b])$? Kaj pomeni, da zaporedje $(f_n)_n \in L^2([a,b])$ konvergira k $f \in L^2([a,b])$?
   - **Izrek.** Ali je $L^2([a,b])$ Hilbertov prostor? Kako sta povezana prostora $L^2([a,b])$ in $C([a,b])$? [brez dokaza]
   - **Opomba.** Kako zgleda skalarni produkt nad $\mathbb{C}$?
   - **Zgled.** Navedi primer funkcije ko limita po točkah ni enaka limite v L^2 smislu. Navedi primer funkcije za katero ne obstaja limita po točkah, limita v L^2 smislu pa obstaja.
4. Ortogonalnost
   Naj bo X vektorski prostor s skalarnim produktom, $A \subseteq X$, $A \neq \emptyset$.
   - **Definicija.** Kadar sta dva vektorja pravokotna? Ortogonalni komplement množice A.
   - **Trditev.** Ali je $A^\perp$ vektorski podprostor v X?
   - **Opomba.** V kakšni relaciji sta A in $(A^\perp)^\perp$?
   - **Trditev.** Naj bo $v \in X$. Ali je $f : X \to \mathbb{R},\ f(x) = \langle x,\ v\rangle$ zvezna?
   - **Posledica.** Ali je $A^\perp$ zaprt podprostor v X?
   - **Opomba.** Ali je $C([a,b])$ zaprt podprostor v $L^2([a,b])$?
   - **Opomba.** V kakšni relaciji sta A in $(A^\perp)^\perp$, če je X Hilbertov in A zaprt podprostor?
   - **Trditev.** Pitagorjev izrek.

Naj bo X vektorski prostor s skalarnim produktom, $Y \leq X$ podprostor v X.

- (*) **Definicija.** Pravokotna projekcija vektorja $x \in X$ na podprostor Y.
- (*) **Trditev.** Kaj lahko povemo o pravokotne projekcije vektorja $x \in X$ na Y, če obstaja?
- **Zgled.** Ali imajo funkcije iz $L^2([a, b]) \setminus C([a, b])$ najboljšo aproksimacijo z zveznimi funkciji?
- **Opomba.** Lastnosti P_Y:
  - Ali je P_Y idempotent?
  - Kakšna zveza med $||x||$ in $||P_Y(x)||$?
  - Ali je $P_Y : X \to Y$ linearna in zvezna?
  - Ali je Y zaprt podprostor, če je P_Y definirana na X?
  - Recimo, da $P_Y(x)$ obstaja. Ali obstaja tudi $P_{Y^\perp}(x)$?
- **Trditev.** Razvoj $P_Y(x)$ po ONB.

5. Ortogonalni sistem

   Naj bo X vektorski prostor s skalarnim produktom.

   - **Definicija.** Ortogonalni sistem (OS). Ortonormiran sistem (ONS).
   - (*) **Trditev.** Besselova neenakost.
   - **Posledica.** Čemu je enaka limita $\lim_{j\to\infty}\langle x, e_j\rangle$?
   - **Opomba.** Zakaj potrebujemo absolutno vrednost? Kaj so $(\langle x, e_j\rangle)_{j=1}^{\infty}$?
   - **Trditev.** Naj bo $(e_j)_{j=1}^{\infty}$ ONS, $(c_j)_j$ tako zaporedje števil, da $\sum_{j=1}^{\infty} |c_j|^2 < \infty$. Kaj potem?
   - **Definicija.** Kompleten ortonormiran sistem (KONS).
   - (*) **Trditev.** 6 ekvivalentnih trditev o KONS.
   - **Zgled.** Modelni Hilbertov prostor.

6. Prostor $L^2([-\pi, \pi])$

   - ONS na prostoru $L^2([-\pi, \pi])$.
   - **Opomba.** Kako lahko obravnavamo vsako funkcijo $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ v tem kontekstu?
   - (*) Klasične Fourierjevi koeficienti. Fourierjeva vrsta.
   - **Trditev.** Riemann-Lebesgueva lema.
   - **Trditev.** Parsevalova enakost.
   - **Zgled.** Definiramo funkcijo $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ s predpisom

     $$f(x) = \begin{cases} 1; & 0 \leq x \leq \pi \\ 0; & -\pi < x < 0. \end{cases}$$

     Razvij f v Fourierjevo vrsto ter izračunaj $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.
   - **Lema.** Naj bo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ odsekoma zvezna periodična funkcija s periodo p. Čemu je enak integral $\int_a^{a+p} f(x)\, dx$?
   - **Lema.** Dirichletovo jedro.
   - **Lema.** 3 lastnosti Dirichletovega jedra.
   - (*) **Izrek.** Fourierjeva vrsta funkcije.
   - **Zgled.** S pomočjo vrste iz prejšnjega zgleda izračunaj $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{1}{2k+1}$.
   - **Definicija.** Cesarjeve delne vsote. Fourierjevo jedro.
   - **Trditev.** 5 lastnosti Fourierjeva jedra.
   - (*) **Izrek.** Naj bo f 2π periodična zvezna funkcija. Kaj lahko povemo o Cesarjevih delnih vsotih?

- **Izrek.** Ali je prej definiran ONS na L^2 KONS?
- **Opomba.** Trigonometrični polinomi.
- **Izrek.** Weierstrassov isrek.

2 Vektorska analiza

1. Skalarno in vektorsko polje
    - **Definicija.** Skalarno polje. Vektorsko polje.
    - **Definicija.** Pozitivno/negativno orientirana ONB.
    - **Opomba.** Prehod med bazi.
2. Smerni odvod skalarnega polja
   Naj bo $u : D \subseteq \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ skalarno polje.
    - **Definicija.** Smerni odvod skalarnega polja u.
    - **Opomba.** Kaj meri smerni odvod? Kaj so smerni odvodi v smeri baznih vektorjev?
    - **Opomba.** Kako izračunamo smerni odvod skalarnega polja u v točki p_0, če je u diferenciabilno v p_0? Kaj to pomeni v kartezičnih koordinatih?
    - **Trditev.** V kakšni smeri se najhitreje narašča skalarno polje? V kakšni smeri pa najhitreje pada?
    - **Definicija.** Gradient skalarnega polja.
    - **Opomba.** Ali je gradient odvisen od izbire baze? Kaj smo priredili skalarnemu polju?
    - **Definicija.** Operator nabla.
    - **Opomba.** Kako se z operatorjem nabla izraža gradient skalarnega polja?
    - **Definicija.** Divergenca vektorskega polja.
    - **Opomba.** Ali je divergenca odvisna od izbire baze?
    - **Definicija.** Rotor vektorskega polja.
    - **Opomba.** Odvisnost rotorja od izbire baze.
    - **Trditev.** Rotor gradienta. Divergenca rotorja.
    - **Opomba.** Ali je divergenca gradienta enaka nič?
    - **Definicija.** Laplaceov operator. Harmonična funkcija.
    - **Definicija.** Potencialno polje. Potencial. Irotacionalno (nevrtinčno) polje. Solenoidalno polje.
    - **Opomba.** Zadosten pogoj, da je polje irotacionalno, Zadosten pogoj, da je polje solenoidalno. Kaj pa obrat?
    - **Zgled.** Izračunaj rotor polja $\vec{f}(x, y, z) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0\right)$. Ali je polje potencialno?
    - **Definicija.** Zvezdasto območje.
    - (*) **Izrek.** Kdaj je nevrtinčno polje potencialno? Kdaj je polje rotor nekega drugega polja?
    - **Zgled.** Ali je polje $\vec{f}(x, y, z) = (y^2z^3+2, 2xyz^3+1, 3xy^2z^2)$ potencialno? Čemu je enak rot $\vec{f}$? Ali je polje $\vec{g}(x, y, z) = (2y - 1, -1, 4x - 2xy)$ solenoidalno?
    - **Opomba.** V kakšni obliki lahko lokalno zapišemo vsako vektorsko polje?

2.1 Krivuljni in ploskovni integral

1. Dolžina krivulje
    - Regularna parametrizacija krivulje.
    - **Definicija.** Dolžina krivulje.
    - **Trditev.** Ali je definicija neodvisna od izbire regularne parametrizacije?
    - **Zgled.** Naravni parameter.

- **Zgled.** Vijačnico lahko parametriziramo s predpisom $t \mapsto (a\cos t, a\sin t, bt)$. Določi naravno parametrizacijo vijačnice.

2. Krivuljni integral skalarnega polja
    - **Definicija.** Orientacija krivulje. Usklajen izbor orientacije. Orientirana krivulja.
    - **Opomba.** Ali je vsaka krivulja orientabilna? Kaj če je krivulja odsekoma gladka? Krivulja z robom.
    - **Definicija.** Integral skalarnega polja vzdolž krivulje.
    - **Opomba.** Kaj je dolžina krivulje? Ali je vrednost odvisna od izbire regularne parametrizacije? Kaj je skalarno polje v fizikalnem smislu? Kaj če je krivulja odsekoma gladka?
    - **Zgled.** Naj bo $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 = a^2,\ y \geq 0\}$ homogena polkrožnica. Določi lego težišča Γ.
3. Krivuljni integral vektorskega polja
    - **Definicija.** Integral vektorskega polja vzdolž krivulje.
    - **Opomba.** Fizikalni pomen. Ali je definicija odvisna od izbire regularne parametrizacije?
    - **Zgled.** Naj bo $\vec{f}(x,y,z) = (xy, z, x-z)$ ter $\Gamma : \vec{r}(t) = (t, t, \frac{1}{2}t^2), t \in [0,1]$. Izračunaj integral $\vec{f}$ po Γ.
    - **Zgled.** TODO: Delo sile teže.
    - **Opomba.** Zapis integrala vektorskega polja v diferencialni formi. Integral po sklenjeni krivulji.
    - **Trditev.** Kaj če integriramo potencialno polje?
    - **Posledica.** Kaj če integriramo potencialno polje po sklenjeni krivulji?
    - **Zgled.** Izračunaj integral polja $\vec{f}(x,y,z) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0\right)$ po krožnice.
    - (*) **Izrek.** Karakterizacija potencialnih vektorskih polj.

      Dokaz. Potencial je $u(T) = \int_K \vec{f} \cdot d\vec{r}$, kjer K krivulja od P_0 do T. Odvod u_x izračunamo po definiciji. □
4. Površina ploskve
    - Intuitivna izpeljava formule za površine ploskve.
    - **Definicija.** Površina ploskve.
    - **Trditev.** Ali je definicija odvisna od izbire regularne parametrizacije?
5. Orientacija ploskev

    Naj bo $\Sigma \subseteq \mathbb{R}^3$ gladka ploskev.
    - **Definicija.** Orientacija Σ. Orientabilna ploskev.
    - **Opomba.** Koliko orientacij lahko ima orientabilna povezana ploskev?
    - **Zgled.** Določi ali je ploskev Σ orientabilna, če
        - Σ je graf funkcije;
        - Σ je sfera;
        - Σ je plašč valja;
        - Σ je torus; je sklenjena ploskev;
        - Σ je Mobiusov trak.
    - **Definicija.** Gladka ploskev z robom. Rob ploskve. Skladna orientacija roba.
    - **Opomba.** Orientacija, ki je usklajena z parametrizacijo.
    - **Definicija.** Odsekoma gladka ploskev. Orientacija odsekoma gladke ploskve.

6. Ploskovni integral skalarnega polja
    - **Definicija.** Ploskovni integral skalarnega polja.
    - **Opomba.** Kaj je površina ploskve?
    - **Trditev.** Ali je integral odvisen od izbire regularne parametrizacije?
    - **Opomba.** Ali je orientacija ploskve pomembna? Ali je ta integral obstaja na Mobiusovem traku?
    - **Opomba.** Kaj je masa ploskve? Homogena ploskev.
    - **Zgled.** Izračunaj vztrajnostni moment homogene sfere z polmerom $\mathbb{R}$ okoli z-osi.
7. Ploskovni integral vektorskega polja
    - **Definicija.** Ploskovni integral vektorskega polja. Pretok vektorskega polja skozi ploskev.
    - **Trditev.** Ali je integral odvisen od izbire regularne parametrizacije?
    - **Opomba.** Kaj pravi formula, če izberimo orientacijo, ki je usklajena z regularno parametrizacijo? Kaj če imamo odsekoma gladko ploskev?
    - **Zgled.** TODO: sfera.
    - **Opomba.** Diferencialna 1-forma.
8. Integralski izreki
    - (*) **Izrek.** Gauss-Ostrogradski.

      Dokaz. Gledamo primer, ko je Ω za vsako od treh koordinatnih ravnin leži med dvema grafoma C^1 funkcij na omejeno odprto množico z ploščino. □

    - (*) **Izrek.** Stokesov izrek.
    - (*) **Izrek.** Greenova formula.
    - **Zgled.** TODO: Račun integralov.
    - **Trditev.** Dokaži, da Gaussov izrek ($n = 2$) implicira Greenovo formulo.
    - **Trditev.** Dokaži, da Stokesov izrek implicira Greenovo formulo.
    - (*) **Trditev.** Dokaži, da Greenova formula implicira Stokesov izrek.

      Dokaz. Omejimo se lahko na primer, ko je Σ graf nad $D \subseteq \mathbb{R}^2$. □

    - **Definicija.** Divergenca, ki je neodvisna od izbire koordinatnega sistema.
    - **Definicija.** Rotor, ki je neodvisen od izbire koordinatnega sistema.
    - **Izrek.** Greenovi identiteti.
    - **Opomba.** O diferencialnih formah.

3 Kompleksna analiza

1. Kompleksna števila
    - Komutativni obseg $\mathbb{C}$. Vložitev $\mathbb{R}$ v $\mathbb{C}$.
    - Imaginarna enota i. Kvadrat imaginarne enote i^2.
    - Algebraičen zapis kompleksnega števila. Realni in kompleksni del. Gaussova ravnina.
    - Konjugiranje. Absolutna vrednost. Kaj velja za absolutno vrednost?
    - Polarni zapis kompleksnega števila. Argument kompleksnega števila.
    - Metrika (topologija) na $\mathbb{C}$. Odprt krog v $\mathbb{C}$.
    - Zaporedja v $\mathbb{C}$.
    - Karakterizacija povezanih množic v $\mathbb{C}$. Komponente za povezanost.
    - **Definicija.** Območje.
    - Zveznost preslikave $f : D \subseteq \mathbb{C} \to \mathbb{C}$. Limita.
    - Kako kompleksna funkcija definira realni? Kdaj je kompleksna funkcija f zvezna?
    - Riemannova sfera (kompaktifikacija z eno točko).
2. Holomorfne funkcije
   Naj bo $D \subseteq \mathbb{C}$ območje ter $f : D \to \mathbb{C}$ kompleksna funkcija.
    - **Definicija.** Kompleksni odvod funkcije f v točki $a \in D$. Holomorfna funkcija. Cela funkcija. Množica vseh holomorfnih funkcij.
    - **Opomba.** Ali je kompleksni odvod močnejši od običajnega?
    - **Posledica.** Ali je kompleksno odvedljiva funkcija v točki $a \in D$ diferenciabilna? Ali je zvezna?
    - **Opomba.** Ali je $f(z) = \overline{z}$ kompleksno linearna? Ali je linearna? Ali je kompleksno odvedljiva?
    - **Trditev.** Kakšno strukturo ima $\mathcal{O}(D)$? Pravila za odvajanje.
    - **Trditev.** Kompleksni odvod kompozicije.
3. Cauchy-Riemannove enačbe
   Naj bo $D \subseteq \mathbb{C}$ območje ter $f : D \to \mathbb{C}$ kompleksna funkcija.
    - (*) **Izrek.** Cauchy-Riemannove enačbe.

      Dokaz. Vzemimo $h \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ in $h = ik,\ k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ in upoštevamo definicijo. □
    - **Opomba.** Kako izračunamo kompleksni odvod?
    - **Opomba.** Simboli $\frac{\partial f}{\partial \overline{z}}$ ter $\frac{\partial f}{\partial z}$
    - **Trditev.** Karakterizacija holomorfnosti f. Cauchy-Riemmanova enačba.
    - **Opomba.** Kdaj je intuitivno f holomorfna?
    - **Trditev.** Kdaj je f holomorfna na $D \subseteq \mathbb{C}$ (diferencial)?
    - **Izrek.** Zadosten pogoj, da je f konstanta.
    - **Izrek.** Kaj če je f holomorfna na območju D ter $f_*(D) \subseteq \mathbb{R}$?
    - **Izrek.** Recimo, da je $f \in \mathcal{O}(D)$ ter $f \in C^2(D)$. Kaj lahko povemo o u in v?
    - **Definicija.** Harmonična konjugiranka.
    - **Opomba.** Kaj če imamo eno harmonično konjugiranko? V čim se razlikujeta dve harmonični konjugiranki?
    - **Zgled.** Pokaži, da je $u(x, y) = xy$ harmonična in določi njeno harmonično konjugiranko. Pokaži, da je $\log|z|$ harmonična na $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ in na $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ nima harmonične konjugiranke.

- **Izrek.** Zadosten pogoj za obstoj harmonične konjugiranke.

4. Potenčne vrste v kompleksnem
   - **Definicija.** Kdaj kompleksna številska vrsta konvergira? Kdaj vrsta konvergira absolutno?
   - **Opomba.** Kakšno strukturo ima množica konvergentnih številskih vrst? Ali pri absolutni konvergenci lahko seštevamo v poljubnem vrstnem redu?
   - **Definicija.** Kdaj funkcijska vrsta konvergira po točkah? Kdaj konvergira enakomerno? Kdaj konvergira enakomerno po kompaktih?
   - **Zgled.** Gledamo $f_n(z) = z^n$ kot zaporedje oziroma

     $$g_1(z) = 1,\ g_n(z) = z^n - z^{n-1},\ n \geq 2$$

     kot vrsto. Ali vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} g_n(z)$ konvergira enakomerno na $\triangle$? Ali konvergira po kompaktih v $\triangle$?
   - **Izrek.** Weierstrassov kriterij.
   - **Definicija.** Potenčna vrsta.
   - **Izrek.** Konvergenčni polmer. Obstoj in formula.
   - **Definicija.** Kdaj pravimo, da kompleksno funkcijo se da razviti v potenčno vrsto?
   - **Izrek.** Kaj lahko povemo o funkciji, če jo se da razviti v potenčno vrsto v okolice točke $a \in D$?
   - **Posledica.** Ali je vsota konvergentne potenčne vrste holomorfna funkcija? Kaj je njen odvod?
   - **Posledica.** Lokalna oblika prejšnje posledice.
   - **Zgled.** Razvoj v potenčno vrsto. Koeficienti.
5. Elementarne funkcije v kompleksnem
   - Eksponentna funkcija.
   - **Trditev.** Čemu je enako e^{z+w}?
   - Funkciji sinus in kosinus. Povezava z eksponento.
   - Eulerjeva formula.
   - Hiperbolični sinus in kosinus. Povezava z navadnimi.
   - Ali ima eksponenta ničla na $\mathbb{C}$?
   - Koliko rešitev ima enačba $e^z = 1$? Ali je e^z periodična?
   - Ničle funkcije sinus. Sinus vsote.
   - Logaritemska funkcija.
   - Korenska funkcija.
6. Krivuljni integral v $\mathbb{C}$
   - **Definicija.** Krivuljni integral v $\mathbb{C}$.
   - **Trditev.** Trikotniška neenakost.
   - **Trditev.** Ocena vrednosti integrala po krivulje.
   - **Opomba.** Zapis diferencialne 1-forme v kompleksne oblike. Integral po $d\bar{z}$.
   - **Trditev.** Osnovna formula integralskega računa v kompleksnem.
   - **Posledica.** Naj bo $n \in \mathbb{N}$. Čemu je enak integral $\int_\gamma z^n\, dz$, če je γ sklenjena pot v $\mathbb{C}$?
   - **Posledica.** Verzija prejšnje posledice za $n \in \mathbb{Z}$.
7. Greenova formula v kompleksnem
   - **Trditev.** Greenova formula v kompleksnem.
   - (*) **Posledica.** Cauchyjev izrek.

- (*) **Izrek.** Cauchyjeva formula.
- **Opomba.** S čim je enolično določena holomorfna funkcija? Cauchyjevo jedro.
- **Posledica.** Lastnost povprečne vrednosti.
- **Opomba.** Ali je potrebna predpostavka, da je $f \in C^1(\Omega)$? Kaj pravi posledica?
- **Posledica.** Kaj če $f \in \mathcal{O}(\Omega) \cap C^1(\Omega)$? Formula za odvod.
- **Izrek.** Morerov (Morera) izrek.
- **Izrek.** Goursatov (Goursat) izrek.
- (*) **Trditev.** Princip maksima.
- **Posledica.** Recimo, da $f \in C(\overline{\Omega}) \cap \mathcal{O}(\Omega)$. Čemu je enak maksimum f?
- **Trditev.** O funkcijskem zaporedju holomorfnih funkcij.

8. Razvoj holomorfne funkcije v vrsto
   - **Izrek.** Ali lahko vsako holomorfno funkcijo razvijemo v vrsto? Kje konvergira ta vrsta? Kaj je njena vsota?
   - **Izrek.** Cauchyjeve ocene.
   - (*) **Izrek.** Liouvilleov (Liouville) izrek.
   - **Posledica.** Zadosten pogoj, da je f konstanta.
   - **Izrek.** Osnovni izrek algebre.
   - **Posledica.** Koliko ničel ima vsak nekonstanten polinom stopnje n v $\mathbb{C}$?
   - **Trditev.** Razcep funkcije $f \in \mathcal{O}(\triangle(a, r))$. Stopnja ničle.
   - (*) **Izrek.** Princip identičnosti.
   - **Posledica.** Zadosten pogoj za enakost holomorfnih funkcij.
   - **Posledica.** O izoliranih ničlah.
9. Izolirane singularne točke
   - (*) **Definicija.** Kdaj pravimo, da ima f v a izolirno singularno točko? Singularna točka.
   - (*) **Trditev.** Odpravljiva singularna točka.
   - **Izrek.** Punktiran disk. Laurentova vrsta. Koeficienti. Regularni in glavni del vrste.
   - **Opomba.** Ali so integrali, ki določajo koeficienti odvisni od izbire r? Kje konvergira glavni del in kje regularni?
   - **Zgled.** TODO: Odpravljiva sungularnost.
   - **Definicija.** Odpravljiva singularnost. Pol stopnje n. Bistvena singularnost.
   - **Zgled.** TODO: Tipi singularnosti.
   - (*) **Trditev.** Karakterizacija odpravljive singularnosti.
   - (*) **Trditev.** Karakterizacija pola.
   - (*) **Posledica.** Karakterizacija pola (limita).
   - (*) **Izrek.** Karakterizacija bistvene singularnosti.
   - **Izrek.** Veliki Picardov izrek.
   - **Zgled.** TODO:
   - **Posledica.** Mali Picardov izrek.
   - **Opomba.** TODO: O točke ∞ na Riemmanovi sferi.
   - **Zgled.** TODO:
10. Residui. Izrek o residuih.
    - **Definicija.** Residuum.
    - **Trditev.** Čemu je enak $\operatorname{Res}(f, a)$, če ima funkcija f v a pol stopnje n.
    - **Zgled.** TODO: Izračun Res.

- (*) **Izrek.** Izrek o residuih.
- **Zgled.** TODO: Izračun integralov.
- **Definicija.** Meromorfna funkcija.
- **Trditev.** Karakterizacija meromorfnih funkcij.
- **Zgled.** Ali so racionalne funkcije meromorfne na $\mathbb{C}$?
- **Trditev.** Kaj če množica ničel meromorfne na Ω funkcije ima stekališče v Ω?
- **Posledica.** Kaj lahko povemo o množice polov meromorfne funkcije?
- **Opomba.** Razširitev meromorfne funkcije do $f : \Omega \to \mathbb{C}P^1$.
- (*) **Izrek.** Princip argumenta.
- **Opomba.** TODO:
- (*) **Izrek.** Rouchejev (Rouche) izrek.
- (*) **Posledica.** Standardna oblika Rouchejeva izreka.
- **Zgled.** Koliko ničel ima $f(z) = z^5 + 3z - 1$ na $1 \leq |z| \leq 2$?
- **Posledica.** Naj bo $\overline{\triangle(a,r)} \leq \Omega$ in $f \subseteq O(\Omega)$. Zadosten pogoj, da ima f ničlo na $\triangle(a,r)$.
- **Opomba.** Ali to sledi tudi iz principa maksima?
- **Definicija.** Odprta preslikava.
- **Izrek.** Ali je vsaka nekonstantna holomorfna preslikava odprta?
- **Opomba.** Ali lahko odprta preslikava v notranjosti definicijskega območja doseže maksimum?
- **Izrek.** Inverzna formula.
- **Trditev.** Obstoj logaritma.
- **Opomba.** TODO:
- **Posledica.** Čemu je lokalno ekvivalentna vsaka holomorfna funkcija?

3.1 Holomorfne funkcije kot preslikave

1. Lomljene linearne preslikave
   - **Definicija.** Lomljena linearna preslikava. Möbiusova preslikava.
   - **Opomba.** TODO:
   - Ali je lomljena linearna preslikava določa preslikavo $\varphi : \mathbb{C}P^1 \to \mathbb{C}P^1$?
   - **Zgled.** Rotacija in razteg. Translacija. Inverzija.
   - **Trditev.** Struktura vsake lomljene linearne preslikave (kompozitum).
   - **Trditev.** Kam slikajo lomljene linearne preslikave krožnice in premice?
   - **Opomba.** TODO:
   - **Zgled.** Naj bo $\varphi(z) = \frac{z+1}{z-1}$. Kam φ preslika enotsko krožnico?
   - **Trditev.** S čim je enolično določena lomljena preslikava?
   - **Posledica.** Ali lahko vsak odprt krog z lomljeno linearno preslikavo preslikamo na drug odprt krog? Ali lahko vsak odprt krog z lomljeno linearno preslikavo preslikamo na vsako odprto polravnino?
2. Konformne preslikave
   Naj bo $f : D^{\text{odp}} \subseteq \mathbb{C} \to \mathbb{C}$.
   - (*) **Definicija.** Kdaj pravimo, da f ohranja kote v točki $a \in D$? Konformna preslikava.
   - **Izrek.** Zadosten pogoj za konformnost f. Kaj pa obrat?
   - (*) **Definicija.** Konformno ekvivalentni območji.

- **Opomba.** Biholomorfna preslikava. Ali je konformna ekvivalenca ekvivalenčna relacija?
- (*) **Izrek.** Riemannov reprezentacijski izrek.
- **Opomba.** TODO:
- **Zgled.** TODO:

Koliko je biholomorfnih preslikav med danim enostavno povezanim območjem D in $\triangle(0, 1)$?

- (*) Množica avtomorfizmov $\mathbb{C}$.
- (*) Množica avtomorfizmov $\mathbb{C}P$.
- (*) **Trditev.** Schwarzova lema.
- (*) **Izrek.** Množica avtomorfizmov $\triangle$.