

ч. 1.

1. а)  $A(4 \times 2)$ ,  $B(4 \times 2)$

$A \times B$  и  $B \times A$  не определены

б)  $A(2 \times 5)$ ,  $B(5 \times 3) \Rightarrow$  можно  $A \times B = (2 \times 3)$

в)  $A(8 \times 3)$ ,  $B(3 \times 8) \Rightarrow A \times B = (8 \times 8)$ ,  $B \times A = (3 \times 3)$

2)  $A(4 \times 4)$ ,  $B(4 \times 4) \Rightarrow A \times B = (4 \times 4) = B \times A$

2.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

$$A+B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad A \times B = \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 0 & 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 5 \\ 3 \cdot 4 + 0 \cdot 0 & 3 \cdot (-1) + 0 \cdot 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$3A - 2B + 4C = ?$

$$3A = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} \quad 2B = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \quad 4C = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3A - 2B = \begin{pmatrix} 3-0 & 21-10 \\ 9-4 & -18+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 5 & -16 \end{pmatrix}$$

$$3A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3+8 & 11-16 \\ 5+4 & -16+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$



$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 1 \cdot 1 & 4 \cdot 5 + 1 \cdot (-2) & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \\ 5 \cdot 4 + (-2) \cdot 1 & 5 \cdot 5 + (-2) \cdot (-2) & 5 \cdot 2 + (-2) \cdot 3 \\ 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 5 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2 & 4 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) + 3 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

7. 2.

$$1. a) \det \begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$5) \det \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 \cdot 9 = 180$$

$$8) \det \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= 45 - 48 - 2(36 - 42) + 3(32 - 35) = -3 + 12 - 9 = 0$$



$$2. \cdot a) \det(A^2) = (\det A)^2 = 16$$

$$b) \det(A^T) = 4 = \det A$$

$$b) \det(2A) = \cancel{2 \det A = 8} - \text{зависит от к-ва строк} - \frac{\text{к-во строк} \times 2}{\text{строк}} \times 2$$

$$3. \det \begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix} = -2 \begin{vmatrix} -14 & 6 \\ 7 & 13 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ -3 & 13 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-3) \begin{vmatrix} 4 & -14 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = -2((-14) \cdot 13 - 7 \cdot 6) - 7(4 \cdot 13 + 3 \cdot 6) -$$

$$- 3(4 \cdot 7 - 3 \cdot 14) = 448 - 490 + 42 = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  вырожденная

$$4. a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_3 - r_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_3 - r_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_2 - r_1}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rang} = 2$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{r_1 \leftrightarrow r_4 \\ r_2 \leftrightarrow r_3}} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_4 - r_3} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

rang = 3