Проверить любым способ, является ли данная логическая формула тавтологией:

$$1.\ (A \vee B) \rightarrow (B \vee \bar{A})$$

Воспользуемся таблицей истинности:

A	B	A v B	$\overline{A}$	B v $\overline{A}$
И	И	И	Л	И
Л	Л	Л	И	И
И	Л	И	Л	Л
Л	И	И	И	И

И воспользуемся правилом (P -> Q) <-> ($\overline{P}$ v Q)

A v B	B v $\overline{A}$	$\overline{A \vee B}$	($\overline{A \vee B}$) v (B v $\overline{A}$)
И	И	Л	И
Л	И	И	И
И	Л	Л	Л
И	И	Л	И

Выражение не тавтология

$$2.\ A \rightarrow \big(A \vee (\bar{B} \wedge A)\big)$$

$$A \rightarrow (A \vee (\overline{B} \wedge A))$$

$$A \vee (\overline{B} \wedge A) = A$$

$$A \rightarrow A = \overline{A} \vee A = И$$

всегда истинно

Выражение тавтология

Сформулируйте словесно высказывания:

$$3.\ (\bar{A} \vee B) \to \bar{C}$$

Если сегодня солнце не светит или сегодня сыро, то я не поеду на дачу

$$4.\ C \to (A \vee \bar{B})$$

Если я поеду на дачу, то сегодня светит солнце и сегодня не сыро

А: сегодня светит солнце; В: сегодня сыро; С: я поеду на дачу

Пользуясь правилом построения противоположного высказывания, записать утверждения, противоположные следующим:

5. На любом курсе каждого факультета есть студенты, сдающие все экзамены на «отлично».

Есть один курс одного факультета, где нет студентов, сдающих все экзамены на «отлично»

6. Каждый студент философского факультета имеет друга, который умеет решать все логические задачи.

Один студент философского факультета не имеет друга, который не умеет решать некую логическую задачу.

7. В любом самолете на рейсе Вашингтон-Москва присутствует хотя бы один сотрудник силовых органов, в каждой пуговице одежды которого вмонтирован микрофон.

В одном самолете на рейсе Вашингтон-Москва отсутствуют сотрудники силовых органов, во всех пуговицах одежды которых не вмонтированы микрофоны

Представьте в виде несократимой рациональной дроби:

8. 0. (216)

$$a = 0.(216)$$

$$1000a = 216,(216)$$

$$1000a = 216 + 0.(216)$$

$$1000a = 216 + a$$

$$a = \frac{216}{999} = \frac{24}{111} = \frac{8}{37}$$

9. 1.0(01)

$a = 1{,}0(01)$ $\qquad 10a = 10 + 0{,}(01)$

$b = 0{,}(01)$ $\qquad 100b = 1 + 0{,}(01)$

$b = \frac{1}{99} \Rightarrow 10a = 10 + \frac{1}{99}$

$10a = \frac{991}{99}$ $\qquad a = \frac{991}{990}$

10. Представьте 1 в виде суммы трех рациональных дробей с разными знаменателями и числителем равным 1.

Не знаю, как решить алгоритмически, но интуитивно понятно, что:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

11*. Тоже задание, только в виде суммы шести дробей

Опять же, интуитивно понятно, как разделить на 4 дроби:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$$

А дальше берем последнюю дробь и выражаем ее так:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{24} + \frac{1}{36} + \frac{1}{72}$$

Тогда:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36} + \frac{1}{72}$$

12. Найдите значение предела:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{(n-1)\cdot n}\right)$$

Предел = 1 - посчитал сумму чисел от первой дроби до 12-й. Все идет к 1

13. Пользуясь критерием Коши, докажите сходимость последовательности:

$$a_n = \frac{\sin 1}{2} + \frac{\sin 2}{2^2} + \frac{\sin 3}{2^3} + \dots + \frac{\sin n}{2^n}$$

по теореме Коши:

$$|a_n - a_{n+k}| < \varepsilon$$

$$|a_n - a_{n+k}| = \left|\cancel{\frac{\sin 1}{2}} + \cancel{\frac{\sin 2}{2^2}} + \cancel{\frac{\sin 3}{2^3}} + \dots + \frac{\sin n}{2^n} - \cancel{\frac{\sin 1}{2}} - \cancel{\frac{\sin 2}{2^2}} - \cancel{\frac{\sin 3}{2^3}} - \dots - \frac{\sin(n+k)}{2^{(n+k)}}\right| =$$

$$= \left|\frac{\sin n}{2^n} - \frac{\sin(n+k)}{2^{(n+k)}}\right| = \left|\frac{2^{(n+k)}\sin n - \sin(n+k)\cdot 2^n}{2^n \cdot 2^{n+k}}\right| = \left|\frac{\cancel{2^n}\left(2^k \sin n - \sin(n+k)\right)}{\cancel{2^n} \cdot 2^{n+k}}\right| =$$

Синусом n+k и синусом n можно пренебречь, т.к. они всегда принимает значение от -1 до 1.

$$= \left|\frac{2^k \cancel{\sin n} - \cancel{\sin(n+k)}}{2^{n+k}}\right| = \left|\frac{2^k}{2^{n+k}}\right|$$

$$\left|\frac{2^k}{2^{n+k}}\right| < \varepsilon \Rightarrow \varepsilon > 2^{-n}$$

* Какой член последовательности можно взять в качестве предела с точностью ε = 10−7

Ответ: n = 28

$$F(x) = \sum_{n=1}^{x} \frac{\sin(x)}{2^x}$$

$$\left|F(28) - F(29)\right|$$

$$= 6.4104994363 \times 10^{-8}$$

14*. Пользуясь критерием Коши, докажите расходимость последовательности:

$$b_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$