

Тема "Введение в математических анализ"

1. Последовательность - это набор элементов множества. Т.е. последовательность относится к множеству, как часть к целому
2. Прочитать высказывания математической логики, построить их отрицания и установить истинность.
 - a. Любое y в отрезке от 0 до 1 функция сигнум от y равна 1
 - b. Для любого натурального n больше 2 существует такое равенство - x в степени n равно сумме y в степени n и z в степени n
 - c. Для любого вещественного x существует вещественное X , которое больше x
 - d. Для любого комплексного x не существует комплексного y , для которых можно сказать, что x больше y или y больше x
 - e. Для любого y на отрезке от 0 до $\pi/2$ существует положительное E , для которых выполняется условие $\sin y$ меньше, чем $\sin(y+E)$
 - f. Для любого y на отрезке от 0 до π не включительно существует положительное E , для которых выполняется условие $\cos y$ больше, чем $\cos(y+E)$
 - g. Существует такое x , которое не принадлежит ни натуральным, ни целым, ни рациональным, ни вещественным, ни комплексным числам

1. $\forall y \in [0; 1]: \operatorname{sgn}(y) = 1$ *ложно истинно*
 Отрицание:
 $\exists y \in [0; 1]: \operatorname{sgn}(y) \neq 1$

2. $\forall n \in \mathbb{N} > 2: \exists x, y, z \in \mathbb{N}: x^n = y^n + z^n$ *ложно*
 $\exists n \in \mathbb{N} \leq 2: \forall x, y, z \in \mathbb{N}: x^n \neq y^n + z^n$

3. $\forall x \in \mathbb{R} \exists X \in \mathbb{R}: X > x$ *истинно*
 $\exists x \in \mathbb{R} \forall X \in \mathbb{R}: X \leq x$

4. $\forall x \in \mathbb{C} \nexists y \in \mathbb{C}: x > y \parallel x < y$ *истинно*
 $\exists x \in \mathbb{C} \exists y \in \mathbb{C}: x \leq y \parallel x \geq y$

5. $\forall y \in [0; \frac{\pi}{2}] \exists \varepsilon > 0: \sin y < \sin(y + \varepsilon)$ *ложно*
 $\exists y \in [0; \frac{\pi}{2}] \forall \varepsilon \leq 0: \sin y \geq \sin(y + \varepsilon)$

6. $\forall y \in [0; \pi) \exists \varepsilon > 0: \cos y > \cos(y + \varepsilon)$ *истинно*
 $\exists y \in [0; \pi) \forall \varepsilon \leq 0: \cos y \leq \cos(y + \varepsilon)$

7. $\exists x: x \notin \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$ *истинно*
 $\forall x: x \notin \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$

Тема "Множество"

- Даны три множества a, b и c . Необходимо выполнить все изученные виды бинарных операций над всеми комбинациями множеств.

$$\begin{aligned}
 a &= \{1, 2, 3, 4\} \\
 b &= \{3, 2, 5, 8\} \\
 c &= \{\} \\
 a \cap b \cap c &= \{\} \\
 a \cup b \cup c &= \{1, 2, 3, 4, 5, 8\} \\
 \Phi \\
 a \setminus b \setminus c &= \{1, 4\} \\
 a \Delta b \Delta c &= \{1, 4, 5, 8\} \\
 a \times b \times c &= \{(1, 3), (1, 2), (1, 5), (1, 8), \\
 &\quad (2, 3), (2, 2), (2, 5), (2, 8), \\
 &\quad (3, 3), (3, 2), (3, 5), (3, 8), \\
 &\quad (4, 3), (4, 2), (4, 5), (4, 8)\}
 \end{aligned}$$

Тема 3 "Последовательность"

- Даны 4 последовательности. Необходимо: исследовать их на монотонность; исследовать на ограниченность; найти пятый по счету член.

$$\begin{aligned}
 1. \quad & 1) \{a_n\}_{n=1}^{\infty} = 2^n - n \quad (1, 2, 5, 12, 27, \dots) \\
 & \text{монотонность: возрастание} \\
 & \text{последовательность неограничена} \\
 & a_5 = 2^5 - 5 = 27 \\
 2) \quad & 2) \{b_n\}_{n=2}^{\infty} = \frac{1}{1-n} \quad (-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \dots) \\
 & \text{возрастает, ограничена сверху} \\
 & a_5 = \frac{1}{1-6} = -\frac{1}{5} \\
 3) \quad & 3) \{c_n\}_{n=1}^{\infty} = -1^n + \sqrt{2n} \quad (1, 0.414, 3, 1.45, 3.83, \dots) \\
 & \text{возрастает, ограничена снизу} \\
 & a_5 = -1^5 + \sqrt{2 \cdot 5} = \boxed{2,16} \\
 4) \quad & 4) \{d_n\}_{n=1}^{\infty} = (-1)^{2n} + \frac{1}{n^2} \quad (2, 1,25, 1,11, 1,06, 1,04, \dots) \\
 & \text{убывает, ограничена снизу} \\
 & a_5 = (-1)^{2 \cdot 5} + \frac{1}{5^2} = 1,04
 \end{aligned}$$

2. Найти 12-й член заданной неявно последовательности

$$2. \quad a_1 = 128, \quad a_{n+1} - a_n = 6$$
$$a_{12} = a_1 + (a_{n+1} - a_n) \cdot 11 = 128 + 6 \cdot 11 = 194$$