

5.1.

Вектор – это частный случай матрицы $1 \times N$ и $N \times 1$. Повторите материал для векторов, уделяя особое внимание умножению $A \cdot B$.

Вычислите, по возможности не используя программирование: $(5E)^{-1}$, где E – единичная матрица размера 5×5 .

5.1.

$$5E = 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5E)^{-1} = \frac{1}{5E} = \frac{1}{5} E \quad \text{или} \quad (5E)^{-1} = \frac{1}{5} E$$

5.2.

Вычислите определитель:

5.2.

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= -48 - 4(18 - 24) + 7 \cdot 12 = 60$$

5.3.

1. Вычислите матрицу, обратную данной:

5.3.1.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 0 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$\det(A) = 60$ из 5.2

$$A_1^1 = \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = -48 \quad A_2^1 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = +6 \quad A_3^1 = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 12$$
~~$$A_1^2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 6$$~~

$$A_1^2 = -\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 6 \quad A_2^2 = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = -12 \quad A_3^2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 6$$

$$A_1^3 = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = 32 \quad A_2^3 = -\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 6 \quad A_3^3 = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -8$$

$$A^{-1} = \frac{1}{60} \begin{bmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ 32 & 6 & -8 \end{bmatrix} = \frac{1}{30} \begin{bmatrix} -24 & 3 & 6 \\ 3 & -6 & 3 \\ 16 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

2. Приведите пример матрицы 4x4, ранг которой равен 1.

5.9.2 пример:
$$\begin{bmatrix} 1000 \\ 2000 \\ 3000 \\ 4000 \end{bmatrix}$$

5.4.

Вычислите скалярное произведение двух векторов:
(1, 5) и (2, 8)

5.4.
$$\vec{a} \times \vec{b} = (1; 5) \times (2; 8) = 2 + 40 = 42$$

5.5

Вычислите смешанное произведение трех векторов:
(1, 5, 0), (2, 8, 7) и (7, 1.5, 3)

5.5.
$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 7 \end{vmatrix} = 35\vec{i} - 7\vec{j} - 2\vec{k} = [35 - 7 - 2]$$

$$\begin{aligned} (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} &= [35 - 7 - 2] \cdot [7, 1.5, 3] = \\ &= 245 - 10.5 - 6 = 228.5 \end{aligned}$$