




1. Pengertian logaritma

Logaritma adalah operasi matematika yang merupakan kebalikan (invers) dari eksponen atau perpangkatan. 

- Bentuk umum: ${}^b \log(x) = y$
- Sama artinya dengan: $b^y = x$


Keterangan:

- b = basis atau bilangan pokok, dengan syarat $b > 0$ dan $b \neq 1$.
- x = numerus atau argumen, dengan syarat $x > 0$.
- y = hasil logaritma, yaitu besar pangkatnya. 


Jika basis tidak ditulis, artinya basisnya adalah 10. Contoh: $\log(100) = 2$ karena $10^2 = 100$. 

SIFAT OPERASI LOGARITMA

Sifat dasar

- ${}^a \log a = 1$:
 - **Contoh:** ${}^7 \log 7 = 1$ (karena $7^1 = 7$).
- ${}^a \log 1 = 0$:
 - **Contoh:** ${}^6 \log 1 = 0$ (karena $6^0 = 1$). 

Sifat operasi

- **Penjumlahan:** ${}^a \log x + {}^a \log y = {}^a \log(xy)$
 - **Contoh:** ${}^4 \log 2 + {}^4 \log 8 = {}^4 \log(2 \times 8) = {}^4 \log 16 = 2$ (karena $4^2 = 16$).
- **Pengurangan:** ${}^a \log x - {}^a \log y = {}^a \log\left(\frac{x}{y}\right)$
 - **Contoh:** ${}^5 \log 100 - {}^5 \log 4 = {}^5 \log\left(\frac{100}{4}\right) = {}^5 \log 25 = 2$ (karena $5^2 = 25$).
- **Perpangkatan:** ${}^a \log x^n = n \cdot {}^a \log x$
 - **Contoh:** ${}^4 \log 64 = {}^4 \log 4^3 = 3 \cdot {}^4 \log 4 = 3 \cdot 1 = 3$. 

Untuk lebih memahaminya perhatikan contoh soal berikut:

Soal 1 (Sifat perkalian dan pembagian)

Hitunglah nilai dari ${}^2\log(16) + {}^2\log(3) - {}^2\log(6)$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} & {}^2\log(16) + {}^2\log(3) - {}^2\log(6) \\ &= {}^2\log\left(\frac{16 \cdot 3}{6}\right) \\ &= {}^2\log\left(\frac{48}{6}\right) \\ &= {}^2\log(8) \\ &= {}^2\log(2^3) \\ &= 3 \cdot {}^2\log(2) \\ &= 3 \cdot 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Soal 2 (Sifat pangkat)

Jika diketahui ${}^3\log(2) = p$, nyatakan ${}^3\log(16)$ dalam bentuk p .

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat logaritma pangkat:

$$\begin{aligned} & {}^b\log(x^p) = p \cdot {}^b\log(x) \\ & {}^3\log(16) \\ &= {}^3\log(2^4) \\ &= 4 \cdot {}^3\log(2) \end{aligned}$$

Karena ${}^3\log(2) = p$, maka:

$$= 4p$$

Soal 3 (Sifat perubahan basis)

Tentukan nilai dari ${}^2\log(5) \cdot {}^5\log(6) \cdot {}^6\log(8)$.

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat perkalian logaritma dengan basis berantai:

$${}^a\log(b) \cdot {}^b\log(c) \cdot {}^c\log(d) = {}^a\log(d)$$

$${}^2\log(5) \cdot {}^5\log(6) \cdot {}^6\log(8)$$

$$= {}^2\log(8)$$

$$= {}^2\log(2^3)$$

$$= 3 \cdot {}^2\log(2)$$

$$= 3 \cdot 1$$

Soal 4 (Sifat gabungan)

Sederhanakanlah bentuk $\frac{{}^2\log(81) \cdot {}^3\log(32)}{{}^5\log(125)}$.

Penyelesaian

Ubah numerus menjadi bentuk pangkat:

$$^2\log(3^4) \cdot ^3\log(2^5) \cdot \frac{1}{^5\log(5^3)}$$

Gunakan sifat logaritma pangkat:

$$(4 \cdot ^2\log(3)) \cdot (5 \cdot ^3\log(2)) \cdot \frac{1}{(3 \cdot ^5\log(5))}$$

$$(4 \cdot ^2\log(3)) \cdot (5 \cdot ^3\log(2)) \cdot \frac{1}{3}$$

$$\frac{20}{3} \cdot (^2\log(3) \cdot ^3\log(2))$$

Gunakan sifat perkalian logaritma dengan basis berantai:

$$\frac{20}{3} \cdot (^2\log(2))$$

$$\frac{20}{3} \cdot 1$$

$$= \frac{20}{3}$$

Soal 5 (Mengubah basis dan sifat dasar)

Jika diketahui $\log(2) = 0.301$ dan $\log(3) = 0.477$, hitunglah $\log(6)$.

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat logaritma perkalian, kita tahu bahwa $6 = 2 \cdot 3$.

$$\log(6) = \log(2 \cdot 3)$$

$$= \log(2) + \log(3)$$

$$= 0.301 + 0.477$$

$$= 0.778$$