

Rumus dasar Trigonometri

Limit trigonometri memiliki beberapa rumus dasar yang penting untuk diketahui:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

Rumus-rumus ini juga berlaku jika variabel x diganti dengan ax atau bx :

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

Metode Penyelesaian Limit Trigonometri

- 1. Metode Substitusi Langsung:** Metode ini dapat digunakan jika hasil substitusi tidak menghasilkan bentuk tak tentu.
- 2. Metode Pemfaktoran dan Penyederhanaan:** Digunakan jika substitusi langsung menghasilkan bentuk tak tentu. Langkah-langkahnya mirip dengan limit aljabar, yaitu dengan memfaktorkan atau menyederhanakan fungsi untuk menghilangkan faktor yang menyebabkan nilai nol.
- 3. Menggunakan Rumus Dasar:** Sering kali, penyelesaian limit trigonometri melibatkan manipulasi aljabar agar sesuai dengan rumus-rumus dasar di atas.
- 4. Menggunakan Identitas Trigonometri:** Jika fungsi melibatkan kosinus, identitas trigonometri (seperti $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ atau $\cos x = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}$) sering digunakan untuk mengubah fungsi kosinus menjadi fungsi sinus.

Contoh Soal Limit Fungsi Trigonometri

Contoh Soal 1 (Menggunakan Rumus Dasar)

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x}$.

Penyelesaian:

Menggunakan rumus dasar $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x} = \frac{4}{2} = 2$$

Contoh Soal 2 (Menggunakan Identitas Trigonometri)

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$.

Penyelesaian:

Substitusi langsung akan menghasilkan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$. Gunakan identitas $\cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$, sehingga $1 - \cos 4x = 2 \sin^2 2x$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 2x}{x^2}$$

Pisahkan limitnya:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin 2x}{x} \cdot \frac{\sin 2x}{x}$$

Gunakan rumus dasar limit:

$$= 2 \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{1} = 8$$

Contoh Soal 3 (Menggabungkan Rumus Dasar dan Aljabar)

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \tan 3x}{4x^2}$.

Penyelesaian:

Pisahkan limitnya agar sesuai dengan rumus dasar.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \tan 3x}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \cdot \frac{\tan 3x}{x} \cdot \frac{1}{4} \right)$$

Gunakan rumus dasar $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$ dan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan cx}{dx} = \frac{c}{d}$.

$$= \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Contoh Soal 4 (Limit Menuju Nilai Tertentu)

Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x - \pi)}{x - \pi}$.

Penyelesaian:

Limit ini memiliki bentuk $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y} = 1$ dengan memisalkan $y = x - \pi$.

Ketika $x \rightarrow \pi$, maka $y \rightarrow 0$.

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y} = 1$$

Sehingga,

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x - \pi)}{x - \pi} = 1$$