МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Кафедра систем штучного інтелекту

****

ЗВІТ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №4

на тему:

**"Розв'язання двої**[**ст**](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84574&displayformat=dictionary)**ої задачі за**[**до**](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84567&displayformat=dictionary)**помогою си**[**мп**](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84570&displayformat=dictionary)**лекс-таблиці прямої задачі лінійного про**[**гра**](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84541&displayformat=dictionary)**мування"**

Виконала:

студентка групи КН-211

Досяк Ірина

Викладач;

Бойко Н.І.

**Варіант 6**

**Мета**: розв'язати двої[ст](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84574&displayformat=dictionary)у задачу за [до](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84567&displayformat=dictionary)помогою си[мп](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84570&displayformat=dictionary)лекс-таблиці прямої задачі лінійного про[гра](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84541&displayformat=dictionary)мування.

**Завдання:**

1. Побудувати [до](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84567&displayformat=dictionary) отриманої задачі двої[ст](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84574&displayformat=dictionary)у.
2. Розв'язати одну із задач двої[ст](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84574&displayformat=dictionary)им [симплекс-метод](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84519&displayformat=dictionary)ом.
3. Знайти розв'язок другої задачі за розв'язком двої[ст](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84574&displayformat=dictionary)ої.

**Виконання:**

Завдання 1:

F = x1 + 3x2 → max

Побудуємо двоїсту задачу, за правилами:

1. К-сть змінних в двоїстій задачі = к-сті нерівностей у вихідній.
2. Матриця коефіцієнтів двоїстої задачі є транспонованою до вихідної.
3. Система обмежень двоїстої задачі записується у вигляді нерівностей протилежного змісту нерівностей системи обмежень прямої задачі.

Розширена вихідна матриця

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 3 |
| 6 | 1 | 42 |
| 2 | -3 | 6 |
| 1 | 3 |  |

|  |
| --- |
|  |
|  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 6 | 2 | 1 |
| 1 | 1 | -3 | 3 |
| 3 | 42 | 6 |  |

Транспонована матриця

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вихідна задача |  | Двоїста задача |
| x1 ≥ 0 | ↔ | y1+6y2+2y3≥1 |
| x2 ≥ 0 | ↔ | y1+y2-3y3≥3 |
| x1+3x2 → max | ↔ | 3y1+42y2+6y3 → min |
| x1+x2≥3 | ↔ | y1 ≤ 0 |
| 6x1+x2≤42 | ↔ | y2 ≥ 0 |
| 2x1-3x2≥6 | ↔ | y3 ≤ 0 |

Отримаємо такі задачі:

Завдання 2:

Розв’яжемо вихідну задачу симплекс методом:

F = x1 + 3x2 → max

Введемо змінні x3≥ 0, х4 ≥ 0, х5≥ 0. Їх величина поки що невідома, але така, що перетворює відповідну нерівність у точну рівність. Після цього, задача лінійного програмування набуде вигляду:

Змінні називаються базисними, якщо вони входять в рівняння з коефіцієнтом 1. Утворимо штучний базис, добавивши змінні x6≥ 0, x7≥ 0.

Цільова функція набуде такий вигляд:

F(X) = x1+3x2 – M\*x6 – M\*x7 → max або

F(X) = (1+3M)x1+(3-2M)x2+(-M)x3+(-M)x5+(-9M) → max, де M – досить велике додатне число

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x6 | 3 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| x4 | 42 | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x7 | 6 | 2 | -3 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F(X0) | -9M | -1-3M | -3+2M | M | 0 | M | 0 | 0 |

Складаємо симплексу таблицю:

Даний план є не оптимальним, оскільки в індексовому рядку є від’ємні значення. Ведучим вибиремо стовпець x1, так як йому належить найбільший коефіцієнт по модулю. Знайдемо ведучий рядок, який виходить з базису, як min(ai.,0/ai,2): min (3 : 1 , 42 : 6 , 6 : 2 ) = 3 – належить першому рядку. Отже, з базису виходить x6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x6 | 3 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| x4 | 42 | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x7 | 6 | 2 | -3 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F(X1) | -9M | -1-3M | -3+2M | M | 0 | M | 0 | 0 |

Виконуємо необхідні обчислення:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| 3 : 1 | 1 : 1 | 1 : 1 | -1 : 1 | 0 : 1 | 0 : 1 | 1 : 1 | 0 : 1 |
| 42-(3 • 6):1 | 6-(1 • 6):1 | 1-(1 • 6):1 | 0-(-1 • 6):1 | 1-(0 • 6):1 | 0-(0 • 6):1 | 0-(1 • 6):1 | 0-(0 • 6):1 |
| 6-(3 • 2):1 | 2-(1 • 2):1 | -3-(1 • 2):1 | 0-(-1 • 2):1 | 0-(0 • 2):1 | -1-(0 • 2):1 | 0-(1 • 2):1 | 1-(0 • 2):1 |
| (0)-(3 • (-1-3M)):1 | (-1-3M)-(1 • (-1-3M)):1 | (-3+2M)-(1 • (-1-3M)):1 | (M)-(-1 • (-1-3M)):1 | (0)-(0 • (-1-3M)):1 | (M)-(0 • (-1-3M)):1 | (0)-(1 • (-1-3M)):1 | (0)-(0 • (-1-3M)):1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x1 | 3 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| x4 | 24 | 0 | -5 | 6 | 1 | 0 | -6 | 0 |
| x7 | 0 | 0 | -5 | 2 | 0 | -1 | -2 | 1 |
| F(X1) | 3 | 0 | -2+5M | -1-2M | 0 | M | 1+3M | 0 |

Отримаємо нову симплексну таблицю:

Даний план є не оптимальним, оскільки в індексовому рядку є від’ємні значення. Ведучим вибиремо стовпець x3, так як йому належить найбільший коефіцієнт по модулю. Знайдемо ведучий рядок, який виходить з базису, як min(ai.,0/ai,2): min (- , 24 : 6 , 0 : 2 ) = 0 – належить третьому рядку. Отже, з базису виходить x7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x1 | 3 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| x4 | 24 | 0 | -5 | 6 | 1 | 0 | -6 | 0 |
| x7 | 0 | 0 | -5 | 2 | 0 | -1 | -2 | 1 |
| F(X2) | 3 | 0 | -2+5M | -1-2M | 0 | M | 1+3M | 0 |

Виконуємо необхідні обчислення:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| 3-(0 • -1):2 | 1-(0 • -1):2 | 1-(-5 • -1):2 | -1-(2 • -1):2 | 0-(0 • -1):2 | 0-(-1 • -1):2 | 1-(-2 • -1):2 | 0-(1 • -1):2 |
| 24-(0 • 6):2 | 0-(0 • 6):2 | -5-(-5 • 6):2 | 6-(2 • 6):2 | 1-(0 • 6):2 | 0-(-1 • 6):2 | -6-(-2 • 6):2 | 0-(1 • 6):2 |
| 0 : 2 | 0 : 2 | -5 : 2 | 2 : 2 | 0 : 2 | -1 : 2 | -2 : 2 | 1 : 2 |
| (0)-(0 • (-1-2M)):2 | (0)-(0 • (-1-2M)):2 | (-2+5M)-(-5 • (-1-2M)):2 | (-1-2M)-(2 • (-1-2M)):2 | (0)-(0 • (-1-2M)):2 | (M)-(-1 • (-1-2M)):2 | (1+3M)-(-2 • (-1-2M)):2 | (0)-(1 • (-1-2M)):2 |

Отримаємо нову симплексну таблицю:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x1 | 3 | 1 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 1/2 |
| x4 | 24 | 0 | 10 | 0 | 1 | 3 | 0 | -3 |
| x3 | 0 | 0 | -5/2 | 1 | 0 | -1/2 | -1 | 1/2 |
| F(X2) | 3 | 0 | -41/2 | 0 | 0 | -1/2 | M | 1/2+M |

Даний план є не оптимальним, оскільки в індексовому рядку є від’ємні значення. Ведучим вибиремо стовпець x2, так як йому належить найбільший коефіцієнт по модулю. Знайдемо ведучий рядок, який виходить з базису, як min(ai.,0/ai,2): min (- , 24 : 10 , - ) = 22/5 – належить другому. Отже, з базису виходить x4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x1 | 3 | 1 | -3/2 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 1/2 |
| x4 | 24 | 0 | 10 | 0 | 1 | 3 | 0 | -3 |
| x3 | 0 | 0 | -5/2 | 1 | 0 | -1/2 | -1 | 1/2 |
| F(X3) | 3 | 0 | -41/2 | 0 | 0 | -1/2 | M | 1/2+M |

Виконуємо необхідні обчислення:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| 3-(24 • -11/2):10 | 1-(0 • -11/2):10 | -11/2-(10 • -11/2):10 | 0-(0 • -11/2):10 | 0-(1 • -11/2):10 | -1/2-(3 • -11/2):10 | 0-(0 • -11/2):10 | 1/2-(-3 • -11/2):10 |
| 24 : 10 | 0 : 10 | 10 : 10 | 0 : 10 | 1 : 10 | 3 : 10 | 0 : 10 | -3 : 10 |
| 0-(24 • -21/2):10 | 0-(0 • -21/2):10 | -21/2-(10 • -21/2):10 | 1-(0 • -21/2):10 | 0-(1 • -21/2):10 | -1/2-(3 • -21/2):10 | -1-(0 • -21/2):10 | 1/2-(-3 • -21/2):10 |
| (1/2+M)-(24 • (-41/2)):10 | (0)-(0 • (-41/2)):10 | (-41/2)-(10 • (-41/2)):10 | (0)-(0 • (-41/2)):10 | (0)-(1 • (-41/2)):10 | (-1/2)-(3 • (-41/2)):10 | (M)-(0 • (-41/2)):10 | (1/2+M)-(-3 • (-41/2)):10 |

Отримаємо нову симплексну таблицю:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x1 | 33/5 | 1 | 0 | 0 | 3/20 | -1/20 | 0 | 1/20 |
| x2 | 12/5 | 0 | 1 | 0 | 1/10 | 3/10 | 0 | -3/10 |
| x3 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1/4 | 1/4 | -1 | -1/4 |
| F(X3) | 134/5 | 0 | 0 | 0 | 9/20 | 17/20 | M | -17/20+M |

Даний план є оптимальним, оскільки в індексовому рядку нема від’ємних знченнь.

Отже, x1 =63/5, x2 = 22/5. Тоді F(X) = 1\*63/5 + 3\*22/5 = 134/5

Завдання 3:

Знайдемо розв’язок двоїстої задачі:

Так як y1=x(1+n), y2=x(2+n)…, то з останньої ітерації розв’язку прямої задачі отримаємо: y1=0, y2=9/20, y3=17/20, а Z(Y) = 3y1+42y2+6y3=3\*0+42\*9/20+6\*(-17/20) = 134/5

**Висновок:** на лабораторній роботі я навчилась будувати двоїсту задачу, вивчила, що кількість змінних в двоїстій задачі дорівнює кількості нерівностей у вихідній, матриця коефіцієнтів двоїстої задачі є транспонованою до вихідної, система обмежень двоїстої задачі записується у вигляді нерівностей. Крім того я навчилась розв'язувати двої[ст](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84574&displayformat=dictionary)у задачу за [до](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84567&displayformat=dictionary)помогою си[мп](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84570&displayformat=dictionary)лекс-таблиці прямої задачі лінійного про[гра](http://vns.lpnu.ua/mod/glossary/showentry.php?eid=84541&displayformat=dictionary)мування.